



Теория вероятности:

Случайные события и случайные
величины

«Зачем психологам это надо?»

- Чтобы осознанно участвовать в лотерее;
- Чтобы не проигрывать в казино;
- Чтобы делать объективные и обоснованные выводы о результатах своего исследования;
- Чтобы не путать динамические и статистические взаимосвязи...

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА —
ДВЕ СТОРОНЫ ОДНОЙ МОНЕТЫ

Случайные события



- Каковы возможные исходы броска монеты?
- «Орел» (герб);
- «Решка» (цифра);
- Встанет на ребро;
- Зависнет в воздухе...

Случайные события

- **Событие** — всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти (обозначим его A).
- **Вероятность случайного события** — численная мера степени объективной возможности события ($P(A)$).
- Событие может быть:
 - **Достоверным** ($P(A)=1$);
 - **Невозможным** ($P(A)=0$);
 - **Случайным** ($0 \leq P(A) \leq 1$)

Случайные события

- Монета упадет «орлом» кверху — это....
- Зарплату дадут точно 6 ноября — это....
- Завтра встретиться с динозавром — это...
- Какой-то незнакомец будет думать о Вас сегодня — это...
- Солнце взойдет из-за горизонта на востоке — это...
- Луна сделает оборот вокруг Земли за 27 суток — это...

Случайные события: свойства

- **Несовместность:** $A \cap B = \emptyset$ на универсальном множестве исходов опыта Ω , т.е. ()
- **Равновозможность** $P(A) = P(B)$
- **Дополнение до полной группы событий:**
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ или $A + \bar{A} = \Omega$

Полная группа несовместных равновозможных событий => **Схема случаев**

Например, «орел» и «решка» в одном броске



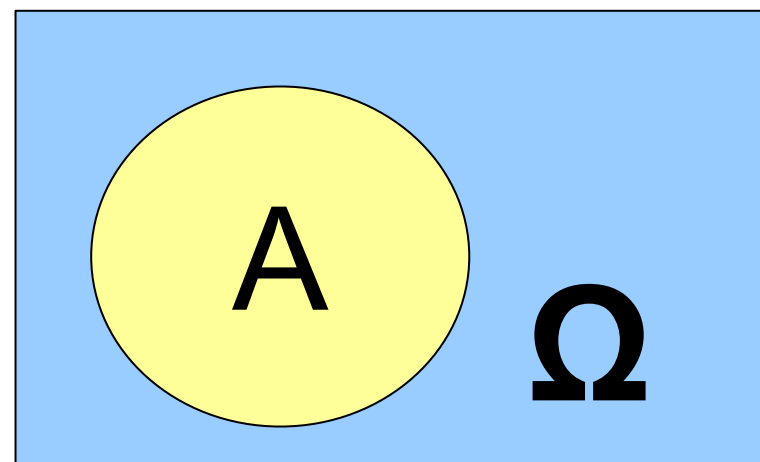
Случайные события

Классическая формула вероятности (для
схемы случаев):

$$P(A) = |A| / |\Omega|$$

или

$$P(A) = m/n,$$



где m — количество благоприятствующих исходов;
 n — количество возможных исходов.

- См. правила сложения и умножения вероятностей

Статистическая вероятность

- По **теореме Бернулли**,
При $n^* \rightarrow \infty$



- $P^*(A) = m^*/n^*$

Если мы подбросим монету 2 раза?
Если мы подбросим монету 5 раз?
Если мы подбросим монету 10 раз?

Случайная величина

может принять в результате опыта некоторое значение, и заранее неизвестно, какое именно.

Пример: чему равна вероятность попадания монетой в конкретную точку стола?

- **Закон распределения** — описывает случайную величину с вероятностной точки зрения, устанавливая соответствие между значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.
- При этом $F(x)=P(X<x)$

Дискретная случайная величина

- **Дискретная случайная величина** — принимает отделенные друг от друга значения.
- Задается **рядом распределения** — табличная (аналитическая) форма установления соответствия для каждого x его вероятности
- И **многоугольником распределения** — графической формой распределения

Непрерывная случайная величина

- **Непрерывная случайная величина** — возможные значения непрерывно заполняют собой некоторый промежуток
- !Задать ряд распределения невозможно, т. к.
 $P(x)=m/n=1/\infty$
- Используют $F(x)=P(X<x_i)$ — **интегральную функцию распределения**
- И $f(x)=F'(x)$ — функцию **плотности вероятности**, **дифференциальную функцию распределения**

Характеристики распределения случайной величины

Математическое ожидание оценивается через среднее случайной величины

- Для дискретной:

$$M[X] = \sum_{i=1}^n (x_i * p_i) , \text{ где } p_i - \text{вероятность появления } x_i$$

- Для непрерывной:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) dx , \text{ где } f(x)dx - \text{элемент плотности вероятности}$$

- Свойства $M[x]$:

Характеристики распределения случайной величины

- **Мода** — значение случайной величины с наибольшей плотностью вероятности (максимум на графике плотности вероятности)

Медиана — значение случайной величины, при котором вероятности попасть справа и слева от него равны.

$F(Me)=0,5$ - для функции распределения

площадь $S(x<Me)=S(Me<x)$ - для функции плотности вероятности

Характеристики распределения случайной величины

- **Дисперсия — мера рассеяния** случайной величины вокруг ее математического ожидания

- $D[X] = \sum_{i=1}^n ((x_i - M[X])^2 * p_i)$ - для дискретной

- $D[X] = \int_{-\infty}^x (x_i - M[X])^2 * f(x) dx$ - для непрерывной случайной величины

- **Среднеквадратичное отклонение**

$$\sigma = \sqrt{D[X]}$$



Моменты случайной величины

- 1 начальный момент — среднее, $M[x]$
- 2 центральный момент — дисперсия, или мат. ожидание квадрата разности значения случайной величины и среднего $D[X] = M[|X - M[X]|^2]$
- 3 центральный момент — характеристика симметрии (коэффициент асимметрии),
- 4 центральный момент — характеристика выраженности вершины распределения в окрестности среднего (коэффициент эксцесса)

[Подробнее - см. Википедию, там неплохая статья](#)