Кафедра математики и моделирования
Старшие преподаватели Е.Д. Емцева и Е.Г. Гусев
Курс «Высшая математика»

Лекция 9.

Тема: Случайное событие. Вероятность события.

Цель: Разобрать понятия опыта случайного события, вероятности. Обсудить условия применения классической формулы вероятности.

Теория вероятностей – математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях.

Под *опытом* (экспериментом, испытанием) мы будем понимать некоторую совокупность условий, при которых наблюдается то или иное явление.
Опыт может протекать независимо от человека, который может выступать в роли наблюдателя.
Опыт со случайным исходом – это опыт, результат которого изменяется при его повторении.

Случайным событием называется всякий факт, которой в опыте со случайным исходом может произойти или не произойти.
События обозначают большими буквами латинского алфавита.

Примеры

1)Опыт: бросание монеты.
Событие: появление числа.
2) Опыт: стрельба по мишени.
Событие: попадание в десятку.
3) Опыт: изъятие карты из колоды.
Событие: появление короля.
4) Опыт: измерение температуры у больных.
Событие: температура равна 39°С хотя бы у одного больного.

Вероятность

- Вероятность – это число, характеризующее степень возможности появления события.
- Наблюдаемые события делятся на 3 вида:
- достоверное – событие, которое в результате опыта неизбежно произойдет;
- невозможное – событие, которое в данном опыте не может произойти;
- случайное – событие, которое в результате опыта либо происходит, либо не происходит.

Примеры

- 1. В корзине три белых шара.
- Опыт: извлечение 1 шара.
- Событие А: шар белый

(достоверное событие).
- Событие В: шар черный шар

(невозможное событие).

- 2. В корзине два белых и один черный шар.
- Опыт: извлечение 1 шара.
- Событие С: шар белый
  (случайное событие).
- Событие D: шар зеленый
  (невозможное событие).

Сформулируйте достоверное событие для данного опыта.

Полная группа событий

- Говорят, что несколько событий в данном опыте образуют полную группу, если в результате опыта неизбежно должно появиться хотя бы одно из них.
- **Примеры:**
- появление 1, 2,3,…..6 при бросании игральных костей.
- появление карты масти черви, пики, кресты, бубны при вынимании 1 карты из колоды.
- при ответе на два вопроса: «хотя бы один не верный», «хотя бы один верный»
- К полной группе можно прибавить еще какие угодно события, в результате группа останется полной.

Несовместные события

- Несколько событий в данном опыте называются несовместными, если никакие два из них не могут появиться вместе.
- **Примеры:**
- выпадение 1 и 2 при бросании кости;
- при измерении температуры воздуха ежедневно $t<20^{\circ}$, $t>20^{\circ}$;
- появление короля, десятки, шестерки при вынимании 1 карты из колоды.
- Из несовместных событий можно убрать любые (пока остаются хотя бы 2) не нарушая свойства несовместности.

Равновозможные события

- Несколько событий в данном опыте называются равновозможными, если есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другое.
- **Примеры**:
- появление определенного числа очков при бросании кости
- появление карты одной масти при изъятии 1 карты из колоды.

Случаи

- Образующие полную группу несовместные и равновозможные события называются ***<u>случаями</u>*** (шансами)
- **<u>Примеры:</u>**
- появление «герба», «решки» при бросании монеты
- появление карты масти «черви», «бубны», «треф», «пики» при изъятии из колоды одной карты
- вызов одного человека к доске из группы студентов
- Случай называется *<u>благоприятным событию</u>* А, если появление этого случая влечет за собою появление события А.
- **<u>Примеры:</u>**
- Появление картинки при изъятии одной карты из колоды в 36 карт: благоприятны 4+4+4=12 случаев и неблагоприятны остальные 24 случая.
- Появление герба при бросании монеты: благоприятны 1 случай, неблагоприятны – 1 случай.

Классическое определение вероятности

- *Определение:* Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных этому событию случаев к общему числу всех случаев

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Свойства вероятности

1. $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{n}{n}=1$ **-** вероятность достоверного события;

2. $P(A)=\frac{0}{n}=0$ - вероятность невозможного события;

3. $0 \le P(A) \le 1$ - вероятность любого события.

Задачи:

1) Из урны, содержащей 3 белых шара и 5 синих шаров, извлекают 1 шар. Найти вероятность того, что шар белый.

Событие А : вытащили белый шар.

Р(А)=3/8.

2) Из урны, содержащей 8 шаров: 5 синих и 3 красных, извлекают 2 шара. Найти вероятность того, что вытащили 2 синих шара.

Событие В: изъятые шары синие

Р(В)= $\frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$

3) Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что выпадет хотя бы один герб

- А= {хотя бы 1 герб},
- А1= {1 герб, 1 решка} , А2={1 герб, 1 герб}
- А3= {1 решка, 1 решка}, А4={1 решка, 1 герб}
- Р(А)=3/4

4) Забыто три последние цифры в номере телефона. Найти вероятность того, что номер угадан с первого раза.

Событие С: номер угадан.

Р(С)= $\frac{1}{10^3}$

Относительная частота

- *Определение:* Относительной частотой называется отношение числа испытаний, в которых событие появилось к общему числу **фактически** произведенных испытаний
- $P^*(A) = \frac{m}{n}$ - относительная частота события А или статистическая вероятность, m- число появлений события,n – общее число испытаний.
- Отличие вероятности от относительной частоты: вероятность вычисляют до опыта, а относительную частоту – после опыта.

ВГУЭС

Устойчивость относительной частоты

- **<u>Пример:</u>** При бросании игральной кости А – появление 1: *P*(А)=1/6, но $P^*(A)$ не обязательно равняется 1/6.
- При малом числе опытов частота события непредсказуема, случайна. Однако при большом числе опытов n частота все более теряет свой случайный характер, она проявляет тенденцию стабилизироваться, приближаясь с незначительными колебаниями к некоторой средней постоянной величине.
- Оказалось, что это постоянная величина есть вероятность появления события.

- **Вопросы:**
- Ответить на вопрос слайда №5.
- Можно ли в задаче 3 (слайд №12) случай A_1 и A_4 объединить в один и применить классическую формулу? Почему?