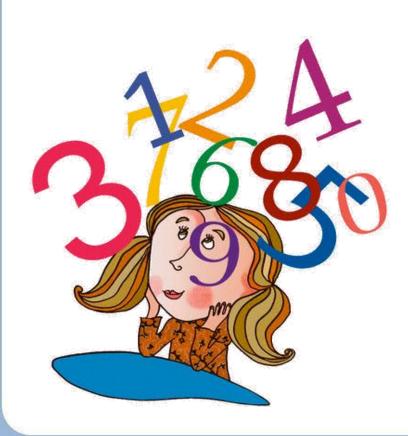
# Системы счисления



# История возникновения счета

Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных предметов. В разных местах придумывались разные способы передачи численной информации: от зарубок по числу предметов до хитроумных знаков - цифр. Во многих местах люди стали использовать для счета пальцы. Одна из таких систем счета и стала общеупотребительной – десятичная.

## Система счисления

Система счисления – это способ записи чисел по определенным правилам с помощью специальных знаков – цифр.

#### Числа:

523 1010011 CXL

#### Цифры:

0, 1, 2, 3,... 0,1 I, V, X, L, ...

Знаки (символы), используемые в СС для обозначения чисел, называются цифрами.

**Алфавит** – это набор **цифр**. {0, 1, 2, ..., 9}

### Типы систем счисления

Типы систем счисления

#### Позиционные

значение цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа;

#### Непозиционны

e

значение цифры **не зависит** от ее
места (позиции) в
записи числа;

## Позиционные системы счисления

Значение цифры зависит от ее **позиции**, т.е. одна и та же цифра соответствует разным значениям в зависимости от того, в какой позиции числа она стоит.

#### Десятичная система



## Позиционные системы счисления

Основание системы счисления (N) - количество цифр (знаков), используемых для представления чисел

Основание Алфавит Пример

#### Двоичная система счисления

$$N=2$$

1001011

2

#### Четверичная система счисления

2301

4

# Позиционные системы счисления

Основание

Алфавит

Пример

#### Восьмеричная система счисления

N=8

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

**527** 

8

#### Шестнадцатеричная система счисления

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

**2F5**<sub>1</sub>

В каких системах счисления записаны числа?

Найти ошибки в записи чисел в различных С.С.

Какое минимальное основание должна иметь С.С., если в ней могут быть записаны числа

312, 1012, 6720, 790,

1000, 3440, 2F1, A19,

# Соответствие между числами в различных системах счисления

10-ая	2-ая	8-ая	16-ая	
1	1	1	1	
2	10	2	2	
3	11	3	3	
4	100	4	4	
5	101	5	5	
6	110	6	6	
7	111	7	7	
8	1000	10	8	
9	1001	11	9	
10	1010	12	Α	
11	1011	13	В	
12	1100	14	С	
13	1101	15	D	
14	1110	16	E	
15	1111	17	F	
16	10000	20	10	
17	10001	21	11	

## Соответствие систем счисления

Десятичная	0	1	2	3	4	5	6	7
Двоичная	0	1	10	11	100	101	110	111
Восьмеричная	0	1	2	3	4	5	6	7
Шестнадцатеричная	0	1	2	3	4	5	6	7

Десятичная	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Двоичная	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
Восьмеричная	10	11	12	13	14	15	16	17	20
Шестнадцатерич ная	8	9	Α	В	С	D	E	F	10

# Перевод чисел из 10-й СС в 2-ю СС

#### Правила перевода

- ✓ Разделить десятичное число на 2. Получится частное и остаток.
- ✓Частное опять разделить на 2. Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньшим 2.
- ✓Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.

# Перевод чисел из 10-й СС в 2-ю СС

Перевод чисел из 
$$10-\Breve{u}$$
 СС в  $2-\Breve{u}$  СС в  $2-\Breve{u}$ 

# Перевод чисел из 10-й СС в 8-ю СС

#### Ответ:

$$100_{10} = 144_{8}$$

# Перевод чисел из 10-й СС в 16-ю СС

Основание (количество цифр): 16

**Алфавит:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F** 10 11 12 13 14 15

335<sub>10</sub> 
$$\rightarrow$$
 X<sub>16</sub> 335 | 16  
320 | 20 | 16  
F 15 | 16 | 1  
OTBET:  
33 $_{n_{I}n_{C_{h_{IB}}}}$   $\alpha_{c_{r_{a_{I}}},c_{h_{IB}}}$   $\alpha_{c_{r_{a_{I}}},c_{h_{IB}}}$ 

#### В двоичную систему:

$$185_{10} = 10111001_2$$

#### В четверичную систему:

$$78_{10} = 1032_4$$

#### Восьмеричная система:

$$75_{10} = 113_{8}$$
 $132_{10} = 204_{8}$ 
 $279_{10} = 427_{8}$ 

#### Шестнадцатиричная система:

$$107_{10} = 6B_{16}$$
 $250_{10} = FA_{16}$ 
 $721_{10} = 2D1_{16}$ 

# Перевод в десятичную СС

Любое позиционное число можно представить в виде суммы степеней основания системы.

$$275_1 = 2*100+7*10+5*1 =$$
 $0 = 2*10^2+7*10^1+5*10^0$ 

Запишите числа в развернутой форме:

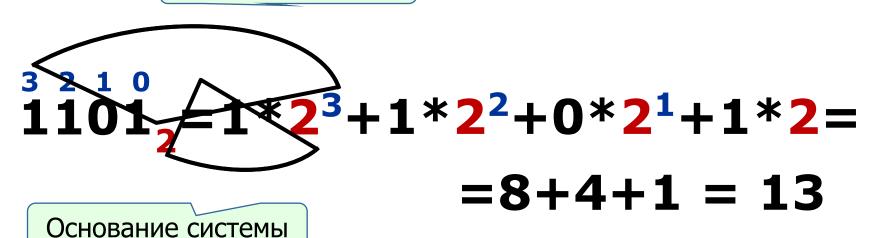
Запишите числа в свернутой форме:

$$1*2^{4}+1*2^{3}+0*2^{2}+1*2^{1}+0*2^{0} =$$
 $7*10^{2}+3*10^{1}+1*10^{0} =$ 
 $3*8^{1}+3*8^{0} =$ 
 $14*16^{1}+5*16^{0} =$ 

# Перевод из 2-ой в 10-ую СС

Для перехода из двоичной системы счисления в десятичную необходимо двоичное число представить в виде суммы степеней двойки и найти ее десятичное значение.

Разряд цифры



$${}^{4\ 3\ 2\ 1\ 0}_{10011_{2}} = {}^{1\cdot2^{4}}_{1} + {}^{0\cdot2^{3}}_{1} + {}^{0\cdot2^{2}}_{1} + {}^{1\cdot2^{1}}_{1} + {}^{1\cdot2^{0}}_{1}$$
$$= 16 + 2 + 1 = 19_{10}$$

# Перевод из 8-ой в 10-ую СС

$$71_{8}^{1 0} = 7*8^{1}+1*8^{0} = 56+1=57_{10}$$

$$210_{144_{8}}^{1 0} = 1\cdot8^{2}+4\cdot8^{1}+4\cdot8^{0}=$$

$$= 64+32+4=100_{10}$$

$$215_8 = 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 =$$
  
=  $2 \cdot 64 + 8 + 5 = 141_{10}$ 

# Перевод из 16-ой в 10-ую СС

$$7A_{16} = 7 \cdot 16^{1} + 10 \cdot 16^{0} =$$

$$= 112 + 10 = 122_{10}$$

$$2C6_{16} = 2 \cdot 16^{2} + 12 \cdot 16^{1} + 6 \cdot 16^{0} =$$

$$= 512 + 192 + 6 = 710_{10}$$

$$= 1 \cdot 16^{2} + 12 \cdot 16^{1} +$$

$$1C5_{16}^{2} = 5 \cdot 16^{0}$$

$$1D4_{16}^{2} = 256 + 208 + 4 = 468_{10}$$

## Задание. Перевести в 10-ю СС

$$1BC_{16} =$$

$$22B_{16} =$$

$$A35_{16} =$$

# Домашнее задание

Переведите числа из одной системы счисления в другую.

a) 
$$71_8 \to X_{10} \to X_2$$
;

b) 
$$5E_{16} \rightarrow X_{10} \rightarrow X_{8}$$
;

c) 
$$11010_2 \rightarrow X_{10} \rightarrow X_{16}$$
;

d) 
$$AF_{16} \rightarrow X_{10} \rightarrow X_2$$

## Домашнее задание

- 1. Для каждого из чисел:  $123_{10}$ ,  $456_{10}$  выполнить перевод:  $10 \rightarrow 2$ ,  $10 \rightarrow 8$ ,  $10 \rightarrow 16$ .
- 2. Для каждого из чисел:  $100011_2$ ,  $101001011_2$ ,  $1110010001_2$  выполнить перевод:  $2 \rightarrow 10$ ,  $2 \rightarrow 8$ ,  $2 \rightarrow 16$ .
- 3. Для чисел:  $54321_8$ ,  $54525_8$ ,  $777_8$ ,  $1AB_{16}$ ,  $A1B_{16}$ ,  $E2E4_{16}$ ,  $E7E5_{16}$  выполнить соответствующий перевод:  $8 \rightarrow 2$ ,  $16 \rightarrow 2$ .

## Перевод дробных чисел в десятичную с.с.

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0,25$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$$
  $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$ 

$$2 \cdot 10^{-1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$101,011_{2} = 1 \cdot 2^{2} + 1 \cdot 2^{0} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} =$$

$$= 4 + 1 + 0,25 + 0,125 = 5,375_{10}$$

$$1003,201_{4} = 1*4^{3}+3*4^{0}+2*4^{-1}+1*4^{-3}$$
$$=64+3+0,5+0,015625=$$
$$=67,515625_{10}$$

# Перевод правильной десятичной дроби из десятичной системы счисления

#### Алгоритм перевода:

- Последовательно умножать десятичную дробь и получаемые дробные части произведений на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю или не будет достигнута необходимая точность перевода.
- 2. Полученные целые части произведений выразить цифрами алфавита новой системы счисления.
- 3. Записать дробную часть числа в новой системе счисления начиная с целой части первого произведения.

## Перевод дробных чисел 10 → 2

$$105,25_{10} = 105 + 0,25 = 1101001,01_{2}$$
  
 $105_{10} = 1101001_{2}$ 

Перевод дробной части числа из десятичной СС в другую позиционную СС выполняется последовательным умножением на основание системы, пока дробная часть не станет равна 0.

$$0,25_{10} = 0,01_{2}$$
 $0,25 \times 2$ 
 $0,5 \times 2$ 
 $1,0$ 

## Перевод дробных чисел 10 → 2

Многие дробные числа нельзя представить в виде конечных двоичных дробей.

Для их точного хранения требуется бесконечное число разрядов.

$$0,7 = 0,101100110... = 0,1(0110)_{2}$$

# Перевод дробных чисел 10 → 4

**233,875**<sub>10</sub> =?<sub>4</sub>

$$180,65625_{10} \rightarrow x_4$$
 $180_{10} \rightarrow 2310_4$ 
 $0 | 65625 \times 4$ 
 $2 | ,625 \times 4$ 
 $2 | ,5 \times 4$ 
 $2 | ,0$ 

$$180,65625_{10} \rightarrow 2310,222_{4}$$

# Арифметические операции

#### сложение

$$0+0=0$$
  $0+1=1$   $0=0$   $0=0$   $1-1=0$   $1+0=1$   $1+1=10$   $1-0=1$   $10_2-1=1$   $1+1+1=11$ 

## 1011

#### вычитание

# Арифметические операции

```
111011<sub>2</sub>
+ 11011<sub>2</sub>
```

10111<sub>2</sub>
- 1101<sub>2</sub>

1011101<sub>2</sub>
- 110111<sub>2</sub>

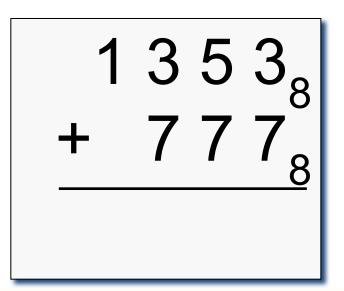
101101<sub>2</sub>
- 11011<sub>2</sub>

#### сложение

1 в перенос

$$6 + 2 = 8 = 8 + 0$$
 $5 + 6 + 1 = 12 = 8 + 4$ 
 $1 + 6 + 1 = 8 = 8 + 0$ 

1 в перенос



#### вычитание

заем

$$\begin{array}{r}
456_{8} \\
-277_{8} \\
\hline
157
\end{array}$$

$$(6 + 8) - 7 = 7$$
 3388

$$277_8 (5-1+8)-7=5$$

$$(4-1)-2=1$$

 $\begin{array}{r}
 725_{8} \\
 -374_{8}
 \end{array}$ 

 $-1156_{8}$   $-662_{8}$ 

#### сложение

1 в перенос

$$11+14=25=16+9$$
 $5+7+1=13=D_{16}$ 
 $10+12=22=16+6$ 

вычитание

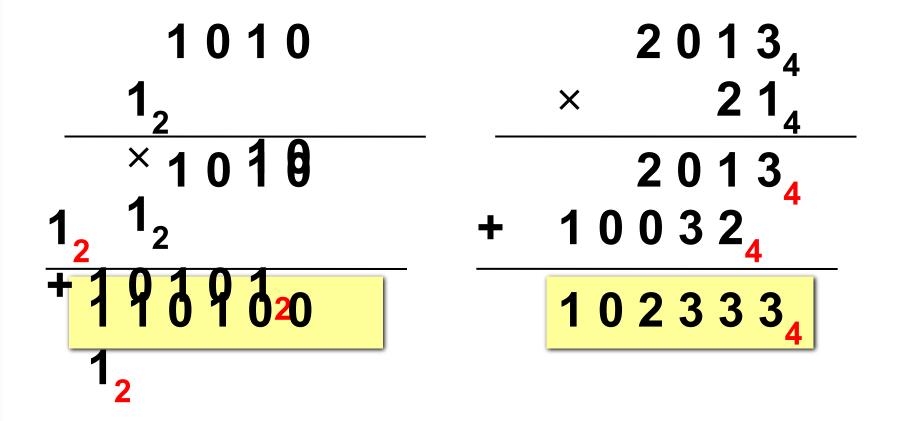
заем

заем

$$(11+16)-14=13=D_{16}$$
  
 $(5-1)+16-7=13=D_{16}$   
 $(12-1)-10=1$ 

10 B A<sub>16</sub> - A 5 9<sub>16</sub>

умножение



#### умножение

	7 2 5 <sub>8</sub> × 1 4 <sub>0</sub>		3 A 2 <sub>16</sub>
	× 14 <sub>8</sub>	<b>&gt;</b>	3 A 2 <sub>16</sub> < 3 1 <sub>16</sub>
	3 5 2 4 <sub>8</sub>		3 A 2 <sub>16</sub>
+	7 2 5 <sub>8</sub>	+	A E 6 <sub>16</sub>
	127748		B 2 0 2 <sub>16</sub>