

Анастасия Измestьева
12 класс

СЕЧЕНИЕ ПИРАМИДЫ

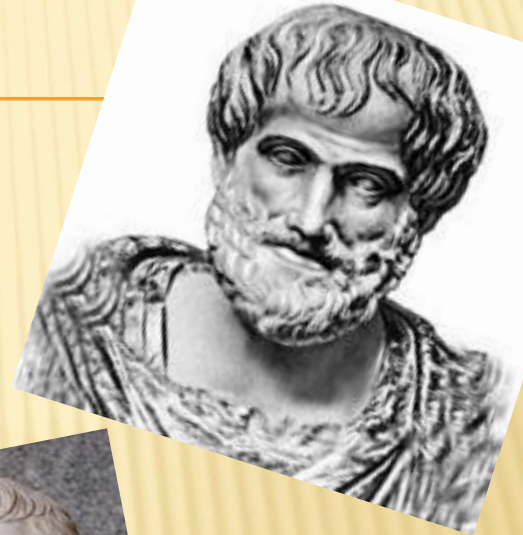
ИСТОРИЯ

- Начало геометрии пирамиды было положено в Древнем Египте и Вавилоне, однако активное развитие получило в Древней Греции.

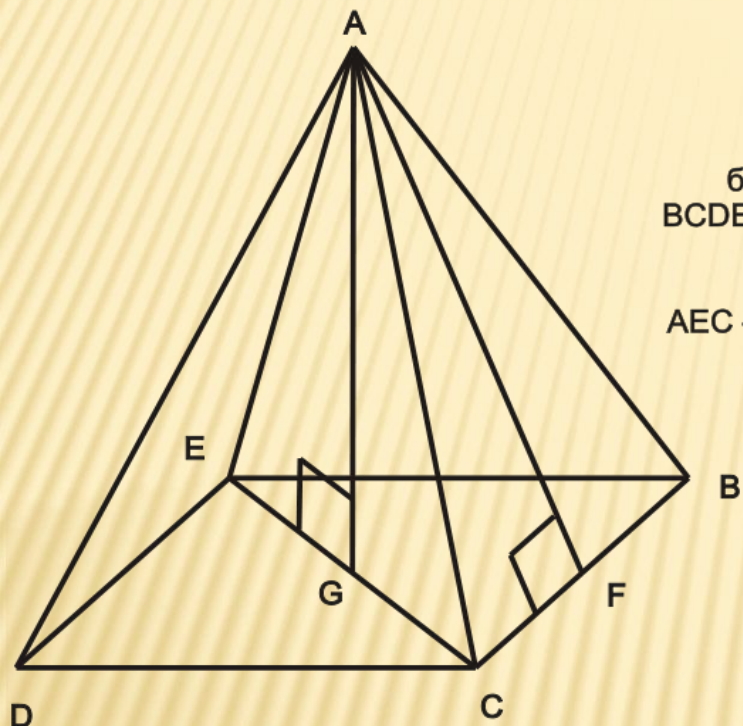


УЧЁНЫЕ

- Первый, кто установил, чему равен объем пирамиды, был Демокрит, а доказал Евдокс Книдский. Древнегреческий математик Евклид систематизировал знания о пирамиде в XII томе своих «Начал», а также вывел первое определение пирамиды: **телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости сходятся в одной точке.**



ЗНАЧЕНИЕ В МАТЕМАТИКЕ



A – вершина пирамиды;
 AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
 ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
 $BCDE$ – основание пирамиды;
 AG – высота;
 AF – апофема;
 AEC – диагональное сечение.

Пирамидой называется многогранник, у которого одна грань является многоугольником, а все остальные грани – треугольники с общей вершиной.

ФОРМУЛЫ

- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

где S — площадь основания и h — высота;

Боковая поверхность — это сумма площадей боковых граней:

$$S_b = \sum S_i$$

- Полная поверхность — это сумма боковой поверхности и площади основания:

$$S_p = S_b + S_o$$

- Для нахождения боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:

$$S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin \alpha$$

где a — апофема, P — периметр основания, n — число сторон основания, b — боковое ребро, α — плоский угол при вершине пирамиды.

ПРИМЕНЕНИЕ В ЖИЗНИ

- Пирамида — вид архитектурного сооружения в форме пирамиды.
- Финансовая пирамида — способ получения дохода за счёт постоянного расширяющегося привлечения денежных средств от новых участников.
- Пирамида — элемент художественной, силовой и пластической акробатики, групповое расположение акробатов, которые, поддерживая друг друга, образуют сложные фигуры.



Пирамида в архитектуре



Пирамида в спорте



В экономике

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- В разделе “Свойства сечения пирамиды плоскостью, параллельной основанию” предлагается для рассмотрения 2 теоремы.

Теорема 1. Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию, является многоугольником, подобным основанию.

Теорема 2. Отношение площади основания пирамиды к площади её параллельного основанию сечения равно отношению квадратов высот соответствующих пирамид.

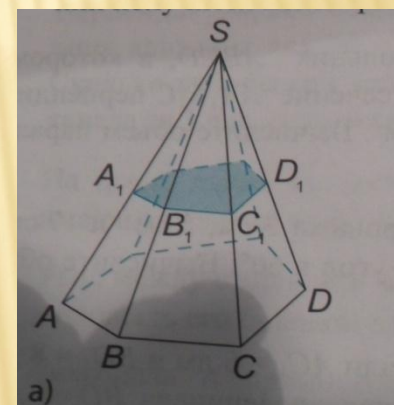
РАССМОТРИМ КАЖДУЮ ТЕОРЕМУ

- Теорема 1. Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию, является многоугольником, подобным основанию.

Доказательство.

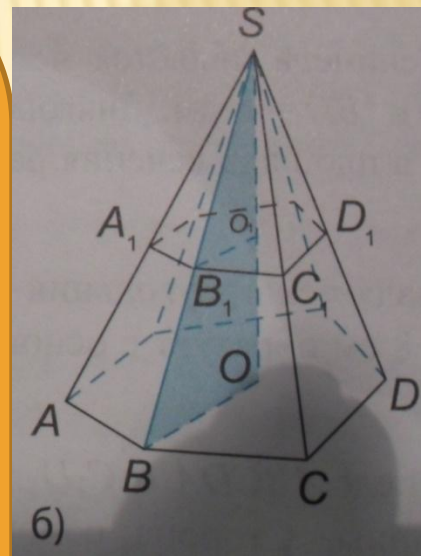
Два многоугольника подобны, если их соответственные стороны пропорциональны и соответственные углы равны. Углы рассматриваемых многоугольников, вершины которых расположены на одном и том же ребре, равны, так как их стороны параллельны и одинаково направлены. Согласно теореме Фалеса параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки. Поэтому $A_1SB_1 \sim ASB$, $B_1SC_1 \sim BSC$ и, следовательно, $A_1B_1/AB = SB_1/SB$ и $B_1C_1/BC = SB_1/SB$, откуда $A_1B_1/AB = B_1C_1/BC$.

Последнее равенство означает, что для одной пары соответственных и равных углов прилежащие к ним соответственные стороны многоугольников пропорциональны. Аналогично доказательству равенство всех остальных соответственных углов и пропорциональность соответственных сторон: $A_1B_1/AB = B_1C_1/BC = C_1D_1/CD = D_1E_1/DE = E_1A_1/EA$.



- Теорема 2. Отношение площади основания пирамиды к площади её параллельного основанию сечения равно отношению квадратов высот соответствующих пирамид.

Доказательство. Проведём к пирамиде высоту SO и пусть O_1 - основание высоты пирамиды, отсекаемой от исходной пирамиды данным сечением. Обозначим через $S_{осн}$ площадь исходной пирамиды и через $S_{сеч}$ площадь сечения. Треугольники SB_1O_1 и SBO подобны (почему?) и поэтому $SB_1/SB = SO_1/SO$. При доказательстве предыдущей теоремы мы убедились в том, что $SB_1/SB = A_1B_1/AB$ и поэтому $SO_1/SO = A_1B_1/AB$. Как мы знаем, площади подобных многоугольников относятся как квадраты их соответственных сторон. Следовательно, $S_{сеч}/S_{осн} = A_1B_1^2/AB^2$, или $S_{сеч}/S_{осн} = SO_1^2/SO^2$.



ЗАДАЧА

Все боковые ребра пирамиды равны между собой. Какие фигуры могут лежать в основании этой пирамиды ?

- Прямоугольник
- Ромб
- Треугольник
- Параллелограмм
- Прямоугольная трапеция

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!