

Решение задач типа В10

МАОУ СОШ №3 г. Железнодорожный
Автор: Гренкова Анна Александровна

Вероятность - одно из основных понятий теории вероятностей. Существует несколько определений этого понятия. Приведем определение, которое называют классическим.

Вероятность есть число, характеризующее степень возможности появления события.

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу. Итак, вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = m / n,$$

где *m* - число элементарных исходов, *благоприятствующих A*;
n - число *всех возможных* элементарных *исходов* испытания.

- **Определение:**

Два события A и B называются **независимыми**, если появление одного из них не изменяет вероятности появления другого.

- **Определения:**

События A и B называются **зависимыми**, если появление одного из них изменяет вероятность появления другого.

Условной вероятностью $P_A(B)$ называется вероятность события B , вычисленная в предположении, что событие A уже произошло.

- **Пример:**

Вероятность их появления при испытании- из урны наудачу вынут один шар, одинакова и равна $1/2$. Рассмотрим событие: первым вынут белый шар, т.е. происходит событие A , его вероятность $1/2$, затем возвращается в урну и вторым вынимают черный шар, т.е. происходит событие B . Найдём вероятность события B в такой ситуации : $P(B)=2/4=1/2$. Итак, появление события A не изменило появление события B .

Теперь изменим условия: вынутый первым белый шар не будем возвращать в урну, тогда вероятность события B будет равна $P(B)=2/3$, сравнивая результаты $1/2$ и $2/3$ можно сделать вывод, что появление события A изменило вероятность появления события B . Такие события называются **зависимыми**, а вероятность события B , в данном случае называется **условной вероятностью** и обозначается $P_A(B)$, т.е. вероятность события B при условии, что A произошло.

Вероятность суммы двух событий.

- Теорема1: Вероятность суммы двух **несовместных событий** равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B)=P(A)+P(B)$.
- Теорема2: Вероятность суммы двух **совместных событий A и B** равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, т.е. $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Вероятность произведения двух событий.

- Теорема1: Вероятность произведения двух **зависимых событий A и B** равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, в предположении, что первое уже произошло, т.е. $P(AB)= P(A)P_A(B)$.
- Теорема2: Вероятность произведения двух **независимых событий A и B** равна произведению их вероятностей $P(AB)=P(A)P(B)$.

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

283457

Решение.

Игральные кости – это кубики с 6 гранями. На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике.

Т.е. всего различных вариантов $6 \times 6 = 36$.

Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1; 1 1; 2 1; 3 1; 4 1; 5 1; 6

2; 1 2; 2 2; 3 2; 4 2; 5 2; 6

и т.д.

6; 1 6; 2 6; 3 6; 4 6; 5 6; 6

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 8.

2; 6 3; 5; 4; 4 5; 3 6; 2.

Всего 5 вариантов.

Найдем вероятность: $5/36 = 0,138 \approx 0,14$.

Ответ: 0,14.

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

283455

Решение.

На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике и 6 вариантов выпадения очков на третьем кубике

Т.е. всего различных вариантов $6 \times 6 \times 6 = 216$.

Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1;1;1 1;1;2 1;1;3 1;1;4 1;1;5 1;1;6

и т.д.

6;6;1 6;6;2 6;6;3 6;6;4 6;6;5 6;6;6

Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков трех кубиков равна 4.

2;1;1 1;2;1 1;1;2

Всего 3 варианта.

Найдем вероятность: $3/216 = 0,01388... \approx 0,01$.

Ответ:

283469

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.



Решение.

Всего 4 варианта: $o; o$ $o; p$ $p; p$ $p; o$.

Благоприятных 2: $o; p$ и $p; o$.

Вероятность равна $2/4 = 1/2 = 0,5$.

Ответ: 0,5.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение.

Всего 8 вариантов: $p; p; p$ $p; p; o$ $p; o; p$ $o; p; p$
 $p; o; o$ $o; p; o$ $o; o; p$ $o; o; o$

Благоприятных 1: $p; p; p$

Вероятность равна $1/8 = 0,125$.

Ответ:
 $0,125$.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Другой способ:

Условие можно толковать так: какова вероятность, что все 3 раза выпадет решка.

Вероятность того, что решка выпадет 1 раз равна $1/2$,

2 раза равна $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$,

3 раза равна $1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/8$,

$(1/2)^3 = 1/8 = 0,125$.

Ответ:
0,125.

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение.

Всего участвует 20 спортсменок,
из которых $20 - 8 - 7 = 5$ спортсменок из Китая.

Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая, равна $5/20 = 1/4 = 0,25$.

Ответ: 0,25.

В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 20 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

283585

Решение:

$2000 - 20 = 1980$ – насосов не подтекают.

Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

$$1980/2000 = 0,99.$$

Ответ:
0,99.

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится 9 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение:

$120 + 9 = 129$ – сумок всего (качественных и со скрытыми дефектами).

Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной, равна $120/129 = 0,93023... \approx 0,93$.

Ответ: 0,93.

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение:

Всего участвует $4 + 7 + 9 + 5 = 25$ спортсменов. Вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции, равна

$$9/25 = 36/100 = 0,36.$$

Ответ: 0,36.

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

В последний день конференции запланировано

$(75 - 17 \times 3) : 2 = 12$ докладов.

Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна $12/75 = 4/25 = 0,16$.

Ответ: 0,16.

Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 18 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение:

В третий день конкурса запланировано

$(40 - 18) : 2 = 11$ выступлений.

Вероятность того, что выступление представителя

России состоится в третий день конкурса, равна

$$11/40 = 0,275.$$

Ответ:

0,275

На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

285924

Решение:

Всего участвует $3 + 3 + 4 = 10$ ученых.

Вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России, равна $3/10 = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо бадминтонистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России.

Вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

$$(10-1)/(26-1) = 9/25 = 36/100 = 0,36.$$

Ответ: 0,36.

В сборнике билетов по химии всего 35 билетов, в 7 из них встречается вопрос по кислотам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по кислотам.

Решение:

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по ботанике, равна $(35-7)/35 = 28/35 = 4/5 = 0,8$.

Ответ:
0,8.

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Решение:

Всего участвует 25 спортсменов.

Вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая, равна $9/25 = 36/100 = 0,36$.

Ответ: 0,36.

Используемые материалы

- *ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2012. – 48 с.*
- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html> – Материалы открытого банка заданий по математике 2013 года