

Решение задач на движение по окружности

Задача № 1 /Ускоренное движение/

Тело начинает двигаться по окружности радиуса $r=4\text{ м}$ и раскручивается до частоты $n=240$ об/мин за 4 с. Найти сколько оборотов оно сделало за это время, а также касательное и нормальное ускорение в момент времени $t_1=2$ с.

Решение

$$n = 240 \text{ об} / \text{ мин} = \frac{240}{60} = 4 \text{ с}^{-1}$$

угол при ускоренном вращении $\phi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

в нашем случае ($\omega_0 = 0$) $\phi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$

1 оборот соответствует углу 2π радиан

тогда $\phi = 2\pi N$, где N – число оборотов

тогда $2\pi N = \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (1)$

Решение

угловая скорость при ускоренном вращении $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

в нашем случае $\omega_0 = 0$, $\omega = 2\pi n$

получаем $2\pi n = \varepsilon t$ (2)

решаем (1) и (2) совместно:

$$\begin{cases} 2\pi N = \frac{\varepsilon t^2}{2} \\ 2\pi n = \varepsilon t \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = \frac{nt}{2} \\ \varepsilon = \frac{2\pi n}{t} \end{cases} \quad \begin{cases} N = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \\ \varepsilon = 6,3 \text{ с}^{-2} \end{cases}$$

Решение

касательное ускорение $a_\tau = \varepsilon r = 6,3 \cdot 4 = 19,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

(в течение всего разгона)

нормальное ускорение $a_n = \omega^2 r$

при $t = 2\text{с}$ $\omega = \varepsilon t = 6,3 \cdot 2 = 12,6\text{с}^{-1}$

$$a_n = 12,6^2 \cdot 4 = 635 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Задача № 1 /замедленное движение/

Тело движется по окружности радиуса $r=4\text{ м}$ с частотой $n=240$ об/мин и равнозамедленно останавливается за 4 с. Найти сколько оборотов оно сделало за это время, а также касательное и нормальное ускорение в момент времени $t_1=2$ с.

Решение

$$n = 240 \text{ об} / \text{мин} = \frac{240}{60} = 4 \text{ с}^{-1}$$

угол при замедленном вращении $\phi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$

в нашем случае ($\omega_0 = 2\pi n$) $\phi = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$

1 оборот соответствует углу 2π радиан

тогда $\phi = 2\pi N$, где N – число оборотов

тогда $2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (1)$

Решение

угловая скорость при замедленном вращении $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$

в нашем случае $\omega_0 = 2\pi n$, $\omega = 0$

получаем $0 = 2\pi n - \varepsilon t$ (2)

решаем (1) и (2) совместно:

$$\begin{cases} 2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2} \\ 2\pi n = \varepsilon t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{2\pi n}{t} \\ N = nt - \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi n}{t} \cdot \frac{t^2}{2} = nt - \frac{nt}{2} = \frac{nt}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} N = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \\ \varepsilon = 6,3 \text{ с}^{-2} \end{cases}$$

Решение

касательное ускорение $a_\tau = \varepsilon r = 6,3 \cdot 4 = 19,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

(в течение всего разгона)

нормальное ускорение $a_n = \omega^2 r$

при $t = 2\text{с}$ $\omega = \omega_0 - \varepsilon t = 12,6\text{с}^{-1}$

$a_n = 12,6^2 \cdot 4 = 635 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача 2

Тело движется по окружности радиуса
10м равномерно с периодом $T=24$ с.

Найти путь и перемещение за 6, 12, 24 и
36 секунд

Решение

путь рассчитывается как $s = VT$

$$V = R\omega = \frac{2\pi R}{T} = 2,6 \text{ м/с}$$

$$s(6) = 6 \cdot 2,6 = 15,6 \text{ м}$$

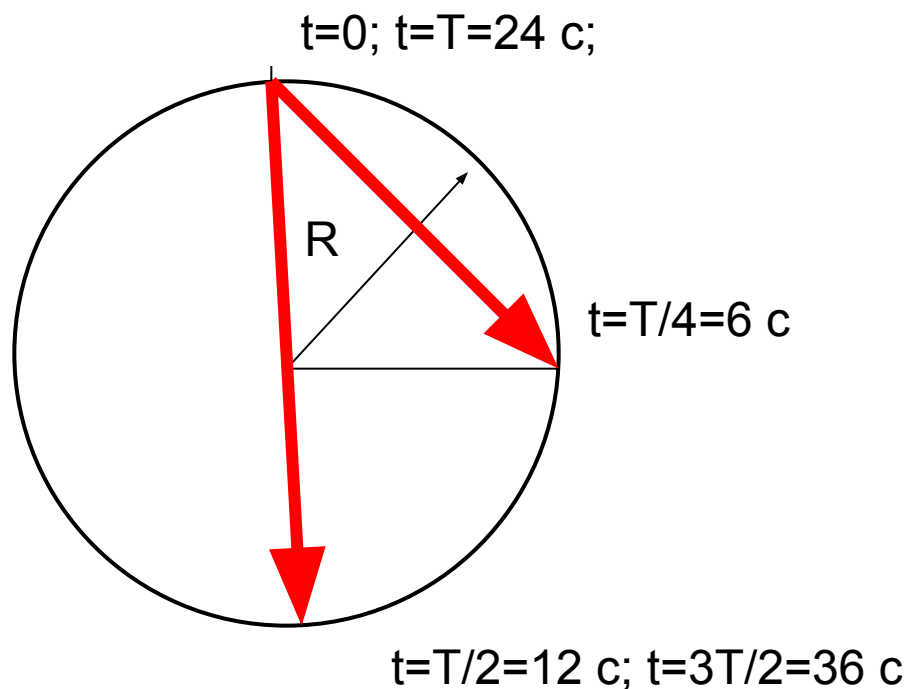
$$s(12) = 12 \cdot 2,6 = 31,2 \text{ м}$$

$$s(24) = 24 \cdot 2,6 = 62,4 \text{ м}$$

$$s(36) = 36 \cdot 2,6 = 93,6 \text{ м}$$

Решение

Для того чтобы найти длину перемещения построим перемещение за указанные промежутки времени



$$|\Delta \vec{r}(6)| = r\sqrt{2} = 14 \text{ м}$$

$$|\Delta \vec{r}(12)| = 2r = 20 \text{ м}$$

$$|\Delta \vec{r}(24)| = 0$$

$$|\Delta \vec{r}(36)| = 2r = 20 \text{ м}$$