



Решение уравнений в целых числах

Васюнина Светлана

ученица 8 В класса

МОУ «СОШ №19 с углубленным изучением
предметов физико - математического профиля»

ГО Краснотурьинск





Цель:

*научиться решать уравнения
в целых чисел различными
методами*





Задачи:

- ✓ Изучить литературу по данной теме;
- ✓ Рассмотреть некоторые методы решения неопределенных уравнений;
- ✓ Показать практическое применение неопределенных уравнений;
- ✓ Систематизировать и углубить накопленные мной знания;
- ✓ Повысить качество знаний и умений;
- ✓ Интеллектуально развиваться.





«Бог ниспослал ему быть мальчиком шестую часть жизни; добавив к сему двенадцатую часть, Он покрыл его щеки пушком; после седьмой части Он зажег ему свет супружества и через пять лет после вступления в брак даровал ему сына. Увы! Несчастный поздний ребенок, достигнув меры половины полной жизни отца, он был унесен безжалостным роком. Через четыре года, утешая постигшее его горе наукой о числах, он [Диофант] завершил свою жизнь»





Гипотеза:

*можно ли разрешить уравнение с
двумя неизвестными и целыми
коэффициентами с помощью
алгоритма*





**$ax+by=c$, где
 a, b, c -целые,
 $\text{НОД}(a, b)=1$**





Теорема 1. Если в уравнении $ax+by=c$, НОД $(a;b)=1$, то уравнение имеет, по крайней мере, одно решение.





Теорема 2. Если в уравнении $ax+by=c$, $\text{НОД}(a;b)=d>1$, и c не делится на d , то уравнение целых решений не имеет.





Теорема 3. Если в уравнении $ax+by=c$, $\text{НОД}(a;b)=d>1$ и c делится на d , то оно равносильно уравнению

$a_1x + b_1y = c_1$, в котором

$\text{НОД}(a_1; b_1) = 1$





Теорема 4. Если в уравнении $ax+by=c$, НОД $(a; b)=1$, то все целые решения этого уравнения заключены в формулах:

$$x = x_0c + bt \quad y = y_0c - at$$





$$5x + 8y = 39$$

$$x = \frac{39 - 8y}{5}$$

$$x = (7 - y) + \frac{4 - 3y}{5}$$

$$4 - 3y \vdots 5$$

$$4 - 3y = 5z$$

$$y = \frac{4 - 5z}{3}$$

Метод спуска





$$y = 1 - z + \frac{1 - 2z}{3}$$

$$3u = 1 - 2z$$

$$z = \frac{1 - 3u}{2} = \frac{1 - u}{2} - u$$

$$1 - u = 2v$$

$$u = 1 - 2v$$





$$z = \frac{1-u}{2} - u = \frac{1-1+2u}{2} - 1 + 2v = 3v - 1$$

$$y = \frac{4-5z}{3} = \frac{4-5(3v-1)}{3} = 3-5v$$

$$x = \frac{39-8y}{5} = \frac{39-8(3-5v)}{5} = 3+8v$$

$$x = 3+8v$$

$$y = 3-5v$$





Метод перебора

В клетке сидят кролики и фазаны, всего у них 18 ног. Узнать, сколько в клетке тех и других?

Пусть x — число кроликов, а y — число фазанов:

$$4x + 2y = 18, \text{ или } 2x + y = 9.$$

Выражу y через x : $y = 9 - 2x$.





Ответ.

- 1) 1 кролик и 7 фазанов;**
- 2) 2 кролика и 5 фазанов;**
- 3) 3 кролика и 3 фазана;**
- 4) 4 кролика и 1 фазан.**





Лучший способ изучить что-либо – открыть это самому;

□ Нужно отыскать в задаче то, что может пригодиться при решении других задач (т.е. обнаружить общий метод).





**Приобретать знания –
храбрость,
Приумножать их –
мудрость,
А умело применять
великое искусство.**





*Спасибо
за внимание!*

