

**Решение уравнений n -й
степени, $n > 2$.
Нахождение корней
многочленов.**

**Выполнила: Адаменко Лада
Проверила: Мякинникова О.
Б.**

-2009-



Уравнение вида

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

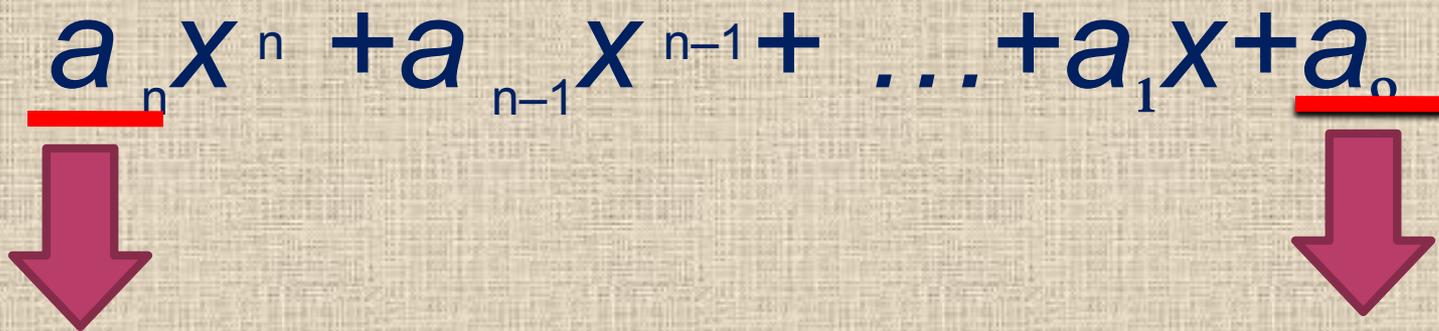
называется

алгебраическим

уравнением n -й степени

Пусть несократимая дробь $\frac{p}{q}$ является корнем многочлена n -й степени

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ с целыми коэффициентами. Тогда число p является делителем свободного члена a_0 , а q - делителем старшего коэффициента

$$\underline{a_n} x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + \underline{a_0}$$


q - делитель

p - делитель

Если число a - корень
многочлена $P(x)$, то $P(x)$
делится на $(x - a)$ без остатка

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x - a) \\ - (x - a) & \hline \hline 0 & F(x) \end{array}$$

Решить уравнение: $3x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x - 2 = 0$

За
да
ча
1

P

Делители свободного члена

$\pm 1, \pm 2$

q

Делители старшего коэффициента $\pm 1, \pm 3$

→ $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$. Возможные корни уравнения

$$3 \cdot 1^4 + 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 2 = 0$$

$$3 \cdot 1 + 1 + 3 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

→ 1 - корень уравнения

За
да
ча
1

$$\begin{array}{r|l} 3x^4+x^3+3x^2-5x-2 & x-1 \\ \hline 3x^4-3x^3 & \\ \hline 4x^3+3x^2 & \\ 4x^3-4x^2 & \\ \hline 7x^2-5x & \\ 7x^2-7x & \\ \hline 2x-2 & \\ 2x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3x^3+4x^2+7x+2 & x + \frac{1}{3} \\ \hline 3x^3+x^2 & 3x^2+3x+6 \\ \hline 3x^2+7x & \\ \hline 3x^2+x & \\ \hline 6x+2 & \\ \hline 6x+2 & \end{array}$$

Возможные корни: $\pm 1, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{3}, \pm 2$

- $\frac{1}{3}$ - корень уравнения

 **Ответ: 1, $-\frac{1}{3}$**

УРАВНЕНИЯ ВЫСОКИХ СТЕПЕНЕЙ

Me

TO

ДЫ

- 1. *Метод подбора корня многочлена по его старшему и свободному коэффициентам*
- 2. *Метод понижения степени.*
- 3. *Замена переменных*

Решить уравнение $(x+1)^2(x^2+2x)=12$ За

$$(x^2+2x)(x+1)(x^2+2x)=12$$

$$y^2+y=12$$

$$x^2+2x=$$

$$y^2+y-12=0$$

$$y$$

$$y=3,$$

$$y = -4$$

$$x^2+2x$$

$$x=1$$

Корней

$$x = -3$$

нет

Да

ча

2



Ответ: 1; - 3

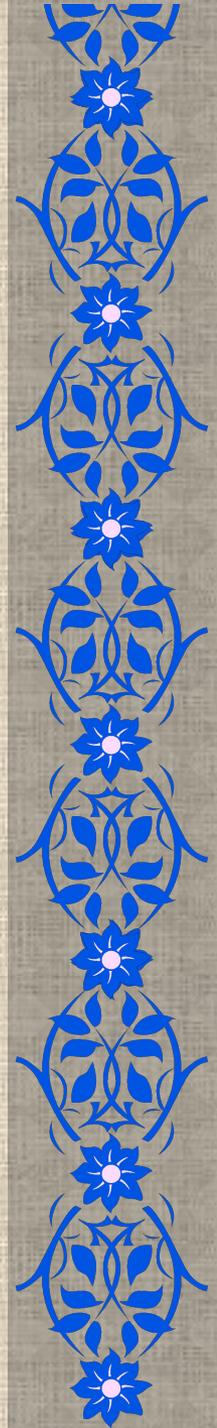
УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=A$

► $a < b < c < d,$

► $b-a=d-c$

$$y = x - \frac{(a+b+c+d)}{4}$$



Решить уравнение

$$(12x-1)(6x-1)(4x-1)(3x-1)=5$$

$$(12x-1)(6x-1)(4x-1)(3x-1)=5$$

12

6

4

3

$3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12$

$$\left(x - \frac{1}{12}\right) \left(x - \frac{1}{6}\right) \left(x - \frac{1}{4}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12}$$

$$y = -\frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}}{4} + x = x - \frac{5}{24}$$


$$x = y + \frac{5}{24}$$

$$\left(y^2 - \left(\frac{1}{24}\right)^2\right) \left(y^2 - \left(\frac{3}{24}\right)^2\right) = \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12}$$

За
да
ча
3

$$X = y + \frac{5}{24} = -\frac{11}{22}$$

$$Z = y^2$$

$$\left(z - \left(\frac{1}{24}\right)^2\right) \left(z - \left(\frac{3}{24}\right)^2\right) = \frac{5}{3*4*6*12}$$

$$\frac{79}{276} ; -\frac{39}{276}$$

➡ Ответ: $-\frac{1}{12} \quad \frac{1}{2}$

Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=Ax^2$

$$\underline{ab = cd \neq 0}$$

$$(x^2 - (a+b)x + \underline{ab})(x^2 - (c+d)x + \underline{cd}) = Ax^2$$



b_1



b_2

$$(x^2 + b_1x + c)(x^2 + b_2x + c) = Ax^2, \quad | \quad x^2$$

$$\underline{\left(\frac{ax+c}{x} + b_1\right)} \left(\underline{\frac{ax+c}{x} + b_2}\right) = A$$



y



y

Решить уравнение

$$\underline{(x+2)} \underline{(x+3)} \underline{(x+8)} \underline{(x+12)} = 4x^2$$

$$(x^2 + 14x + 24)(x^2 + 11x + 24) = 4x^2 \quad | \quad x^2$$

$$(x + \frac{24}{x} + 14)(x + \frac{24}{x} + 11) = 4$$

$$\begin{cases} y = x + \frac{24}{x} \\ \underline{(y+14)(y+11)=4} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{2} \quad y = x + \frac{24}{x} = -15,$$
$$x_2 = -4; -6 \quad y = x + \frac{24}{x} = -10$$

За
да
ча
4

Используемая литература:

- Энциклопедия для детей.
Математика. М.Аксенова
- Новый справочник школьника.
Математика.
- 1С: Репетитор. Математика.
- Алгебраические
уравнения и неравенства.
А. И. Азаров.

