

Решение уравнений n -й степени, $n > 2$. Нахождение корней многочленов.

**Выполнила: Адаменко Лада
Проверила: Мякинникова О.
Б.**

-2009-



Уравнение вида

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

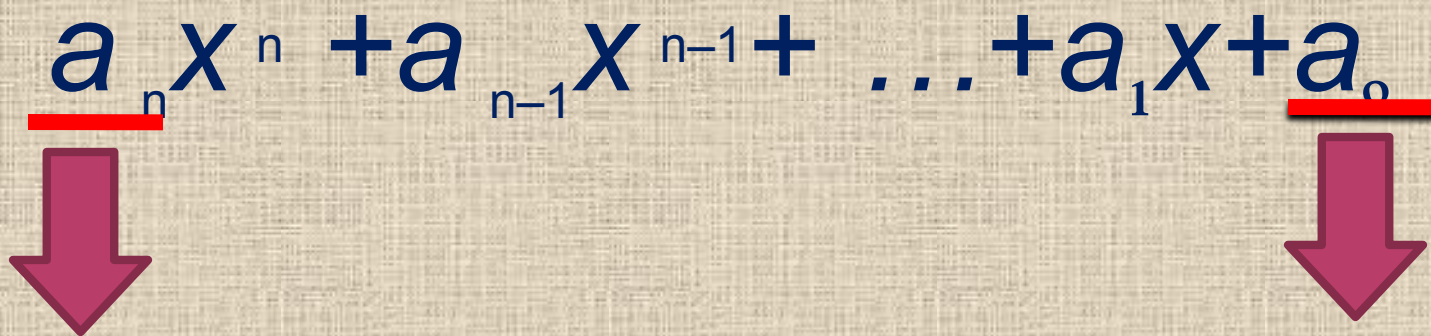
называется

алгебраическим

уравнением n -й степени

Пусть несократимая дробь $\mathbf{p/q}$ является корнем многочлена n -й степени

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ с целыми коэффициентами. Тогда число $\mathbf{p}$ является делителем свободного члена $\mathbf{a}$, а $\mathbf{q}$ - делителем старшего коэффициента

$$\mathbf{a_n} x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + \mathbf{a_0}$$


$\mathbf{q}$ - делитель

$\mathbf{p}$ - делитель

Если число a – корень
многочлена $P(x)$, то $P(x)$
делится на $(x - a)$ без остатка

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x - a) \\ - (x - a) & \hline \hline 0 & F(x) \end{array}$$

Решить уравнение: $3x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x - 2 = 0$

За
да
ча
1

Р

Делители свободного члена

$\pm 1, \pm 2$

q

Делители старшего коэффициента $\pm 1, \pm 3$

$\Rightarrow \pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$. Возможные корни уравнения

$$3 \cdot 1^4 + 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 2 = 0$$

$$3 \cdot 1 + 1 + 3 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 2 = 0$$

$$0 = 0$$

$\Rightarrow 1$ - корень уравнения

Задача 1

$$\begin{array}{r|l}
 3x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x - 2 & x - 1 \\
 \hline
 3x^4 - 3x^3 & \\
 \hline
 4x^3 + 3x^2 & \\
 4x^3 - 4x^2 & \\
 \hline
 7x^2 - 5x & \\
 7x^2 - 7x & \\
 \hline
 2x - 2 & \\
 2x - 2 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3x^3+4x^2+7x+2 & x + \frac{1}{3} \\
 \hline
 3x^3+x^2 & 3x^2 \pm 3x+6 \\
 \hline
 3x^2+7x & \\
 3x^2+x & \\
 \hline
 6x+2 & \\
 6x+2 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Возможные корни: ± 1 , $\pm \frac{2}{3}$, $\pm \frac{1}{3}$, ± 2

- $\frac{1}{3}$ - корень уравнения

 Ответ: 1, $-\frac{1}{3}$

УРАВНЕНИЯ ВЫСОКИХ СТЕПЕНЕЙ

Me

TO

ды

- 1. Метод подбора корня многочлена по его старшему и свободному коэффициентам
- 2. Метод понижения степени.
- 3. Замена переменных

Решить уравнение $(x+1)^2 (x^2+2x)=12$ **За**

$$(x^2+2x)(x+1)(x^2+2x)=12$$

$$y^2+y=12$$

$$x^2+2x=$$

$$y^2+y-12=0$$

y

$$y=3,$$

$$y=-4$$

$$x^2+2x$$

$$x=1$$

$$x=-3$$

Корней
нет



Ответ: 1; - 3

**да
ча
2**

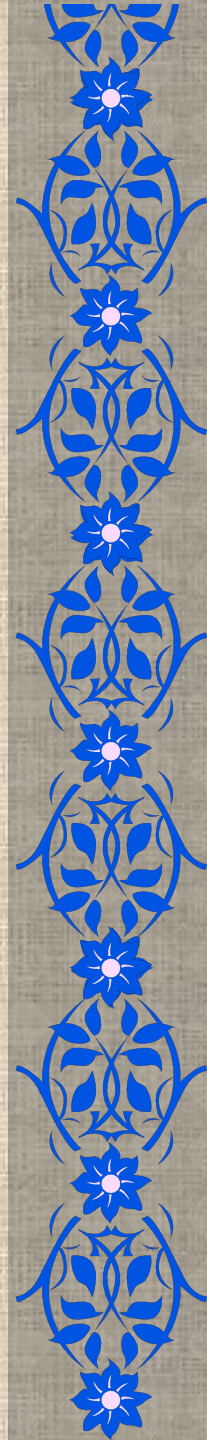
УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=A$

$$\Rightarrow a < b < c < d,$$

$$\Rightarrow b-a=d-c$$

$$y = x - \frac{(a+b+c+d)}{4}$$



Решить уравнение

$$(12x-1)(6x-1)(4x-1)(3x-1)=5$$

$$(12x-1)(6x-1)(4x-1)(3x-1)=5$$

12

6

4

3

3*4*6*12

$$\left(x - \frac{1}{12}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 12}$$

$$y = -\frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}}{4} + x = x - \frac{5}{24}$$

$$\longrightarrow x = y + \frac{5}{24}$$

$$\left(y^2 - \left(\frac{1}{24}\right)^2\right)\left(y^2 - \left(\frac{3}{24}\right)^2\right) = \frac{5}{3*4*6*12}$$

За
да
ча
3

Задача 3

$$X = y + \frac{5}{24} = -\frac{11}{12}$$

$$Z = y^2$$

$$\left(z - \left(\frac{1}{24}\right)^2\right) \left(z - \left(\frac{3}{24}\right)^2\right) = \frac{5}{3*4*6*12}$$

$$\frac{49}{246} ; -\frac{39}{246}$$

➡ Ответ: $-\frac{1}{12} \quad \frac{1}{2}$

Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=Ax^2$

$$\underline{ab = cd \neq 0}$$

$$(x^2 - (a+b)x + \underline{ab})(x^2 - (c+d)x + \underline{cd}) = Ax^2$$



b_1



b_2

$$(x^2 + b_1 x + c)(x^2 + b_2 x + c) = Ax^2, \quad | \quad x^2$$

$$\underline{(ax + \frac{c}{x} + b_1)} \underline{(ax + \frac{c}{x} + b_2)} = A$$



y



y

Решить уравнение
 $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12)=4x^2$

$$(x^2+14x+24)(x^2+11x+24)=4x^2. \quad | :x^2$$

$$(x+\frac{24}{x}+14)(x+\frac{24}{x}+11)=4$$

$$\begin{cases} y = x + \frac{24}{x} \\ \underline{(y+14)(y+11)=4} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{2} \quad \begin{matrix} y = x + \frac{24}{x} = -15, \\ y = x + \frac{24}{x} = -10 \end{matrix}$$

$$x_2 = -4; -6$$

За
да
ча
4

Используемая литература:

- Энциклопедия для детей.
Математика. М.Аксенова
- Новый справочник школьника.
Математика.
- 1С: Репетитор. Математика.
- Алгебраические
уравнения и неравенства.
А. И. Азаров.

