

Решение тригонометрических уравнений 10 класс

Ильина Светлана Владимировна

учитель математики

лицей № 9 имени О.А.Жолдасбекова

г.Шымкент, Казахстан

Цели урока:

- ❖ Формировать умение решать разные виды тригонометрических уравнений различными способами, умение быстро находить правильное решение,
- ❖ Развивать логическое и критическое мышление, внимание, память,
- ❖ Воспитывать ответственность, самоконтроль

Актуализация опорных знаний

Простейшие тригонометрические уравнения

$$\sin x = a, \quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\cos x = a, \quad x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\operatorname{tg} x = a, \quad x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\operatorname{ctg} x = a, \quad x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений

Решить уравнения:

1 вариант

$\sin x = 0$	
$\sin x = 1$	
$\sin x = -1$	
$\operatorname{ctg} x = 0$	
$\operatorname{ctg} x = 1$	
$\operatorname{ctg} x = -1$	

2 вариант

$\cos x = 0$	
$\cos x = 1$	
$\cos x = -1$	
$\operatorname{tg} x = 0$	
$\operatorname{tg} x = 1$	
$\operatorname{tg} x = -1$	

ПРОВЕРКА

1

вариант

$\sin x = 0$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = 1$	$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1$	$x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x = 0$	$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x = 1$	$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x = -1$	$x = 3\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 вариант

$\cos x = 0$	$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = 0$	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = 1$	$x = \pi/4 + \pi, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = -1$	$x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Найти корни уравнения:

Вариант № 1

$$4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$$

Вариант № 2

$$2\cos^2 x - \sin 2x = 0$$

п р о в е р к а

$$4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x - 1 = 0$$

$$4 - 4\sin^2 x + 4\sin x - 1 = 0$$

$$-4\sin^2 x + 4\sin x + 3 = 0$$

$$4\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$$

$$\sin x = y$$

$$4y^2 - 4y - 3 = 0$$

$$y_1 = -1/2, y_2 = 1.5$$

$$\sin x = -1/2,$$

$$x = (-1)^n \arcsin(-1/2) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n (-\pi/6) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^{n+1} \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x \neq 1.5, 1.5 > 1$$

$$\text{Ответ: } (-1)^{n+1} \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\cos^2 x - \sin 2x = 0$$

$$2\cos^2 x - 2\sin x \cos x = 0$$

$$2\cos x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad \cos x - \sin x = 0$$

$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x - \sin x = 0 \quad | : \cos x \neq 0$$

$$1 - \tan x = 0$$

$$\tan x = 1$$

$$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x \neq 0$$

$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z} - \text{исключить}$$

$$\text{Ответ: } \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить однородное тригонометрическое
уравнение:

$$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = -1$$

РЕШЕ

$$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = -1,$$

$$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x + 1 = 0,$$

$$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0,$$

$$2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0 \quad | : \cos x \neq 0,$$

$$2 \operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 3 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = y,$$

$$2y^2 + 5y + 3 = 0,$$

По свойству коэффициентов

$$y_1 = -1, y_2 = -3/2.$$

$$\operatorname{tg} x = -1, \quad \operatorname{tg} x = -1.5,$$

$$x = -\pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad x = \operatorname{arctg}(-1.5) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = -\operatorname{arctg} 1.5 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $-\pi/4 + \pi n, \quad -\operatorname{arctg} 1.5 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$