



Решение линейных уравнений с параметрами

- Пусть дано уравнение $2x+3=x+a$.
- Здесь x и a – переменные (неизвестные) величины. Переменная a при решении уравнения считается постоянной (т.е. это как бы зашифрованное число или несколько чисел) и называется **параметром**.
- Будем в уравнении буквами x, y, z , обозначать неизвестные, буквами $a, b, c, d, \dots k, l, m, n$ – параметры.
- Решить уравнение с параметром – значит указать при каких значениях параметров существуют значения x , удовлетворяющие данному уравнению

- Рассмотрим решение некоторых линейных уравнений с параметрами.

- $a \cdot x = 0$

- где x – переменная, a – параметр.

- Если $a \neq 0$, то $a \cdot x = 0$

- $$x = 0 : a$$

- $$x = 0$$

- Если $a = 0$, то $0 \cdot x = 0$, равенство будет верно при любом x , x – любое.

- Ответ: $a \neq 0$, $x = 0$; при $a = 0$, x – любое.

- 2. $a \cdot x = a$, Рассмотрим возможные случаи.
- 1) Если $a \neq 0$, то $a \cdot x = a$
- $x = a : a$
- $x = 1$
- 2) Если $a = 0$, то $0 \cdot x = 0$, равенство будет верно при любом значении x , x – любое.
- Ответ: при $a \neq 0$, $x = 1$; $a = 0$, x – любое.

- 3. $2x + 3 = x + a$, преобразуем уравнение к виду:
- $2x - x = a - 3$
- $x = a - 3$
- Это и будем единственным решением, т.к. числовой коэффициент при a равен 1, и нет необходимости выполнять деление, поэтому при любом значении a $x = a - 3$.
- Ответ: при любом значении a $x = a - 3$.

$x+2=a \cdot x$ Преобразуем уравнение.

$x-a \cdot x=-2$ Вынесем общий множитель x за скобку.

$$x \cdot (1-a)=-2$$

$$(1-a) \cdot x=-2$$

Рассмотрим следующие случаи.

$$1-a \neq 0$$

т.е. $1 \neq a$

или $a \neq 1$, тогда $x=-2/(1-a)$;

если $1-a=0$

$$1=a$$

$a=1$, тогда уравнение $x+2=a \cdot x$ будет
выглядеть

$$x+2=1 \cdot x$$

$x+2=x$ и, очевидно, решений не имеет.

Ответ: при $a \neq 1$, $x=-2/(1-a)$;

при $a=1$ решений нет.

- 4. $(3-a) \cdot x = 2-5a$. Возможны случаи:
- 1) $3-a \neq 0$, тогда $x = (2-5a)/(3-a)$
- $a \neq 3$
- $3-a=0$
- $a=3$, тогда уравнение $(3-a) \cdot x = 2-5a$ будет выглядеть

$$(3-3) \cdot x = 2-5 \cdot 3$$

$$0 \cdot x = 2-15$$

$$0 \cdot x = -13$$

Решений нет.

- Ответ: $a \neq 3$, $x = (2-5a)/(3-a)$;
- $a=3$, решений нет.

- $(3a+7) \cdot x = 15a+35$. Возможны случаи.
- 1) $3a+7 \neq 0$, то есть
- $3a \neq -7$
- $a \neq -7/3$
- тогда $x = (15a+35)/(3a+7)$
- $x = 5(3a+7)/(3a+7)$
- $x = 5$.
- 2) $3a+7 = 0$
- $3a = -7$
- $a = -7/3$, тогда уравнение $(3a+7) \cdot x = 15a+35$ примет вид:
- $(3(-7/3)+7) \cdot x = 15 \cdot (-7/3) + 35$
- $(-7+7) \cdot x = -35 + 35$
- $0 \cdot x = 0$ значит x — любое число.
- Ответ: $a \neq -7/3$, $x = (15a+35)/(3a+7)$;
- $a = -7/3$, x — любое число.

- Упражнения для самостоятельной работы:
- $ax = x + 3$
- $4 + ax = 3x + 1$
- $3x + 1 = a$
- $5 + x = ax$
- $4 = a \cdot x$
- $ax = 7$
- $2x = 3a$
- $cx = -5$
- $8x = 3c$
- $(5 + b) \cdot x = 7 + 3b$
- $(5b - 1)x = 15b - 3$