

Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов

7 класс

Содержание

- Формулы сокращенного умножения
- Вынесение общего множителя за скобки
- Способ группировки
- Разложение квадратного трехчлена на множители

[К содержанию](#)

Формулы сокращенного умножения

№	Название	Формула
1	<u>Квадрат суммы</u>	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2	<u>Квадрат разности</u>	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	<u>Разность квадратов</u>	$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
4	<u>Куб суммы</u>	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5	<u>Куб разности</u>	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6	<u>Сумма кубов</u>	$(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
7	<u>Разность кубов</u>	$(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

1. Квадрат суммы

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

2. Квадрат разности

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + (-b))^2 \\ &= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

3. Разность квадратов

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} & (a + b) \cdot (a - b) = \\ & = a^2 + ab - ab + b^2 = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

4. Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b) \cdot (a + b)^2 \\&= a^3 + 2a^2b + a^2b + ab^2 + 2ab^2 + b^3 \\&= (a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2) = \\&= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

5. Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Доказательство:

$$\begin{aligned}(a - b)^3 &= (a + (-b))^3 = \\&= a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 = \\&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

6. Сумма кубов

$$(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} & (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = \\ & = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 \end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

7. Разность кубов

$$(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) &= \\ &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 \end{aligned}$$

[К таблице](#)

[К содержанию](#)

Вынесение общего множителя за скобки

**Из каждого слагаемого, входящего в многочлен, выносится некоторый одночлен, входящий в качестве множителя во все слагаемые.
Таким общим множителем может быть не только одночлен, но и многочлен.**

Алгоритм нахождения общего множителя нескольких одночленов

- *Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).*
- *Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.*
- *Произведение коэффициента, найденного на первом шаге, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.*

Пример

Разложить на множители:

$$x^4y^3 - 2x^3y^2 + 5x^2.$$

Воспользуемся сформулированным алгоритмом.

- 1) Наибольший общий делитель коэффициентов -1 , -2 и 5 равен 1 .
- 1) Переменная x входит во все члены многочлена с показателями соответственно 4 , 3 , 2 ; следовательно, можно вынести за скобки x^2 .
- 2) Переменная y входит не во все члены многочлена; значит, ее нельзя вынести за скобки.

Вывод: за скобки можно вынести x^2 . Правда, в данном случае целесообразнее вынести $-x^2$. Получим:

$$-x^4y^3 - 2x^3y^2 + 5x^2 = -x^2(x^2y^3 + 2xy^2 - 5).$$

[К содержанию](#)

Способ группировки

Бывает, что члены многочлена не имеют общего множителя, но после заключения нескольких членов в скобки (на основе переместительного и сочетательного законов сложения) удастся выделить общий множитель, являющийся многочленом.

Алгоритм разложения многочлена на множители способом группировки:

- 1. Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель***
- 2. Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки***
- 3. Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки.***

Для уяснения сути способа
группировки рассмотрим
следующий пример:
разложить на множители
многочлен

$$xy - 6 + 3x - 2y$$

Первый способ группировки:

$$\begin{aligned} & xy - 6 + 3x - 2y = \\ & = (xy - 6) + (3x - 2y). \end{aligned}$$

Группировка неудачна.

Второй способ группировки

$$\begin{aligned}xy - 6 + 3x - 2y &= (xy + 3x) + (-6 - 2y) = \\&= x(y + 3) - 2(y + 3) = \\&= (y + 3)(x - 2).\end{aligned}$$

Третий способ группировки:

$$\begin{aligned}xy - 6 + 3y - 2y &= (xy - 2y) + (-6 + 3x) = \\&= y(x - 2) + 3(x - 2) = \\&= (x - 2)(y + 3).\end{aligned}$$

$$xy-6+3y-2y=(x-2)(y+3).$$

Как видите, не всегда с первого раза группировка оказывается удачной. Если группировка оказалась неудачной, откажитесь от нее, ищите иной способ. По мере приобретения опыта вы будете быстро находить удачную группировку.

[К содержанию](#)

Разложение квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

где x_1, x_2 - корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c$$

$$2x^2 + 13x - 24 =$$

$$= 2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot (x + 8) =$$

$$= (2x - 3) \cdot (x + 8)$$

[К содержанию](#)

Спасибо за внимание!

Богданова А.В. г. Миасс