

Урок по теме:

Различные способы решения квадратных уравнений

Учитель математики:
Плотникова Татьяна Владимировна



**Когда уравнение решаешь, дружок,
Ты должен найти у него корешок.
Значение буквы проверить несложно,
Поставь в уравнение его осторожно.
Коль верное равенство выйдет у вас,
То корнем значенье зовите тотчас.**

О.Севостьянова



Никколо Тарталья

12 февраля 1535 года между Фиори и Н. Тартальей состоялся научный поединок, на котором Тарталья одержал блестящую победу. Он за два часа решил все предложенные Фиори 30 задач, в то время как сам Фиори не решил ни одной задачи Тартальи.

Итак, Тарталья решил за два часа 30 задач. Сколько уравнений 2-ой степени вы сможете решить за один урок?

Первый способ:

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0.$$

$$D=b^2-4ac$$

$$\underline{D < 0},$$

то
квадратное
уравнение
решений не
имеет

$$\underline{D = 0}, \text{ то}$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

$$\underline{D > 0}.$$

$$\text{то } x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Задание 1: Решите квадратные уравнения :

1. $2x^2 - 5x + 2 = 0$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 2$.

2. $6x^2 + 5x + 1 = 0$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{3}$.

3. $2x^2 - 3x + 2 = 0$, решений нет.

4. $4x^2 - 12x + 9 = 0$. $x_1 = 1,5$, $x_2 = 1,5$.

Второй способ:

Уравнение, вида $x^2+px+q=0$, называется приведённым. Его корни можно найти по теореме, обратной теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p, \\ x_1 \cdot x_2=q. \end{cases}$$

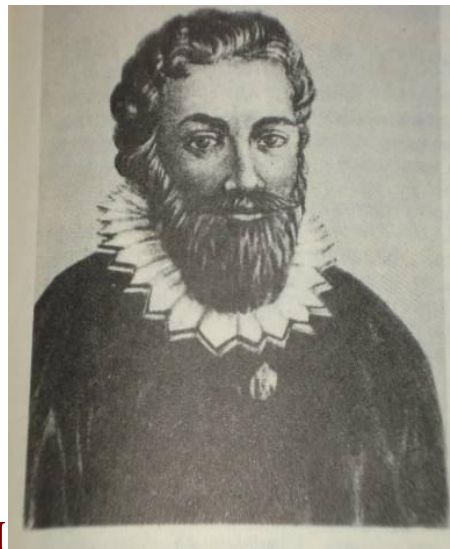
Например,

уравнение $x^2-3x+2=0$

имеет корни $x_1=2$, $x_2=1$

так как $x_1+x_2=3$, $x_1 \cdot x_2=2$.

Знаменитый французский учёный Франсуа Виет(1540-1603) был по профессии адвокатом. Свободное время он посвящал астрономии. Занятия астрономией требовали знания тригонометрии и алгебры. Виет занялся этими науками и вскоре пришёл к выводу о необходимости их усовершенствования, над чем и проработал ряд лет.



Благодаря его труду, алгебра становится общей наукой об алгебраических уравнениях, основанной на буквенном исчислении. Поэтому стало возможным выражать свойства уравнений и их корней общими формулами.



Виет сделал много открытий, но сам он больше всего ценил зависимость между корнями и коэффициентами квадратного уравнения, которая теперь называется «теоремой Виета».

Франсуа Виет отличался необыкновенной работоспособностью. Очень занятый при дворе французского короля, он находил время для математических работ, чаще всего за счёт отдыха. Иногда, увлёкшись каким-нибудь исследованием, он проводил за письменным столом по трое суток подряд.

Задание 2. Решите приведённые квадратные уравнения по теореме, обратной теореме Виета.

1. $x^2 + 10x + 9 = 0$, $x_1 = -9, x_2 = -1$.

2. $x^2 + 7x + 12 = 0$, $x_1 = -4, x_2 = -3$.

3. $x^2 - 10x - 24 = 0$, $x_1 = 12, x_2 = -2$.

4. $x^2 - 16x + 60 = 0$, $x_1 = 10, x_2 = 6$.

5. $x^2 + 5x - 14 = 0$. $x_1 = -7, x_2 = 2$.

Третий способ:

Решить квадратное уравнение можно способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант - точный квадрат.

Например: Решим уравнение $2x^2-11x+15=0$.

«Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение: $y^2-11y+30=0$.

По теореме, обратной теореме Виета $y_1=5, y_2=6$.
тогда $x_1=y_1/2, x_2=y_2/2$; т.е. $x_1=2,5, x_2=3$.

Задание 3: Решите уравнения, используя метод «переброски»:

1. $2x^2 - 9x + 9 = 0$, $x_1 = 1,5$, $x_2 = 3$.
2. $10x^2 - 11x + 3 = 0$, $x_1 = 0,5$, $x_2 = 0,6$.
3. $3x^2 + 11x + 6 = 0$, $x_1 = -3$, $x_2 = -\frac{2}{3}$.
4. $4x^2 + 12x + 5 = 0$, $x_1 = -2,5$, $x_2 = -0,5$.
5. $3x^2 + x - 4 = 0$. $x_1 = -\frac{4}{3}$, $x_2 = 1$.

Четвёртый способ:

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, где $a \neq 0$.

1. Если $a+b+c=0$ (т.е. сумма коэффициентов уравнения равна нулю), то $x_1=1, x_2=c/a$.

Например: $345x^2-137x-208=0$ ($345-137-208=0$), значит,

$$x_1=1, x_2=-208/345.$$

2. Если $a-b+c=0$ (или $b=a+c$), то $x_1=-1, x_2=-c/a$.

Например, $313x^2+326x+13=0$ ($326=313+13$), значит

$$x_1=-1, x_2=-13/313.$$

Задание 4: Решите квадратные уравнения методом «коэффициентов»:

1. $5x^2 - 7x + 2 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{5}.$
2. $3x^2 + 5x - 8 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{8}{3}.$
3. $11x^2 + 25x - 36 = 0;$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{36}{11}.$
4. $11x^2 + 27x + 16 = 0;$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{16}{11}.$
5. $939x^2 + 978x + 39 = 0.$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{39}{939}.$

Задание 5: Решите биквадратные уравнения:

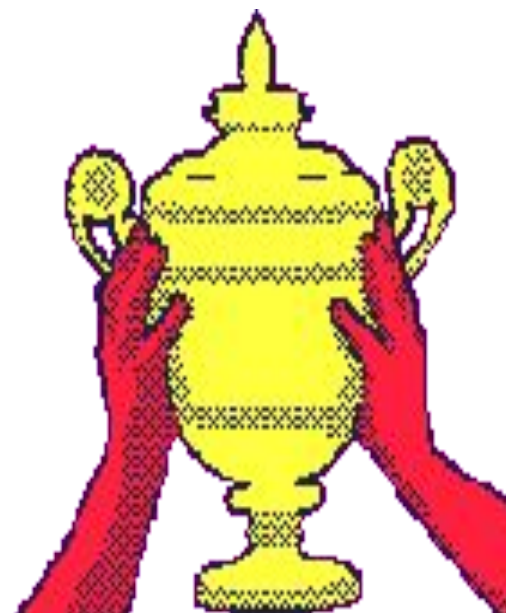
1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 2, x_4 = -2$
2. $x^4 - 14x^2 - 32 = 0$; $x_1 = -4, x_2 = 4$
3. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$; $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1/2, x_4 = -1/2$
4. $x^4 - 24x^2 + 25 = 0$. $x_1 = 5; x_2 = -5$

Итак, Тарталья решил за два часа 30 задач Фиори, а вы, ученики 8 класса, за 40 минут решили ... уравнений.

Надо учесть, что итальянские математики искали пути решения уравнений n -ой степени самостоятельно, а вы используете плоды их труда.

Возможны варианты:

- проигрыш;**
- выигрыш;**
- дружеская ничья.**



Домашнее задание:

Из учебника подобрать по два уравнения к каждому из предложенных способов и решить их.

