Урок 11

Расстояния между прямыми

<u>Определение</u>.

Углом между прямыми называется меньший из двух углов между лучами, которые этим прямым соответственно параллельны.

<u>Следствия</u>.

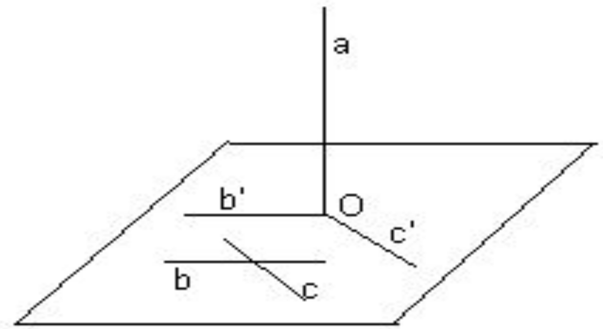
1) Если $a \parallel b$, то $\angle(a; b) = 0°$;
2) Если a □ $b = O$, то $\angle(a; b)$ – тот из образовавшихся углов с вершиной O, который не тупой.
3) Если $a \div b$, то $\angle(a; b) = \angle(a'; b')$, где $a' \parallel a$; $b' \parallel b$; a' □ $b' = O'$.

Таким образом, $\boldsymbol{0° \le \angle(a; b) \le 90°}$.

Перпендикулярными будут называться любые две прямые, угол между которыми 90°,

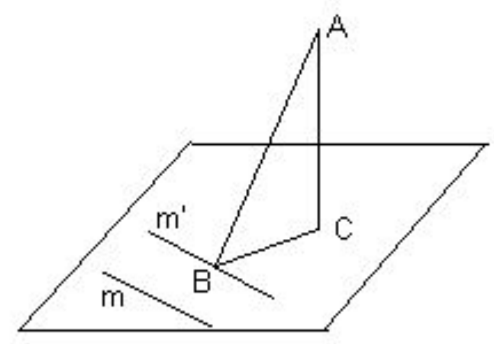
<u>Определение</u>.

Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости



<u>Признак</u>.

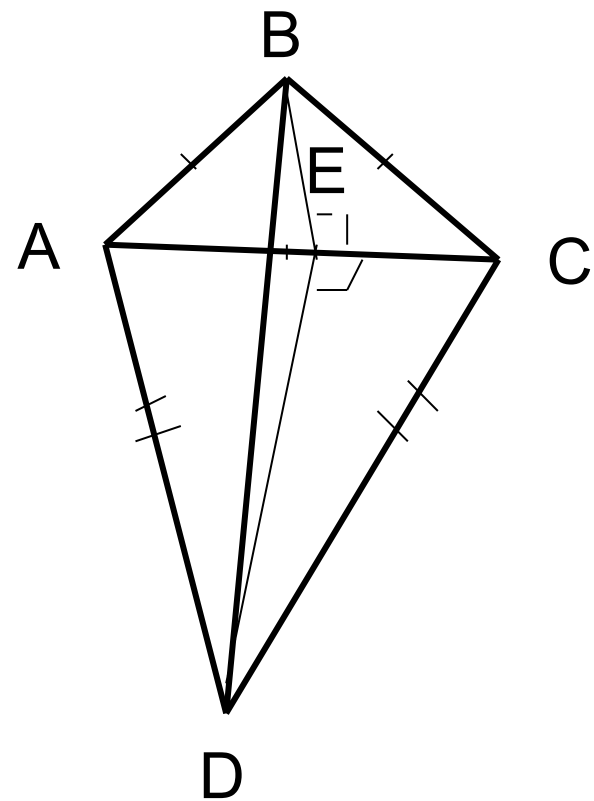
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в этой плоскости



Теорема о трех перпендикулярах

1) Верно ли, что прямая, перпендикулярная двум сторонам треугольника, перпендикулярна его третьей стороне?

В неплоской замкнутой ломаной ABCD AB=BC, AD=CD. Докажите, что (AC) $\perp$ (BD).



Точка А не лежит на прямой а.
Какую фигуру образуют все прямые,
проходящие через точку А и перпендикулярные прямой а?

Проверьте равносильность утверждений:

1) Две прямые перпендикулярны
2) Через каждую из них проходит плоскость, перпендикулярная другой прямой

1) $b \perp a$

а) $b \subset \alpha; a \subset \alpha$ б) $b \subset \alpha; a \not\subset \alpha$

2) $\exists \alpha \mid a \subset \alpha$ и $b \perp \alpha \Rightarrow b \perp a$.

2. Пусть PABC – правильный тетраэдр,
точка Q – центр его основания, точка К – середина ребра PB,
точка L – середина ребра AC. Вычислите угол между прямыми:

А) AP и BC;

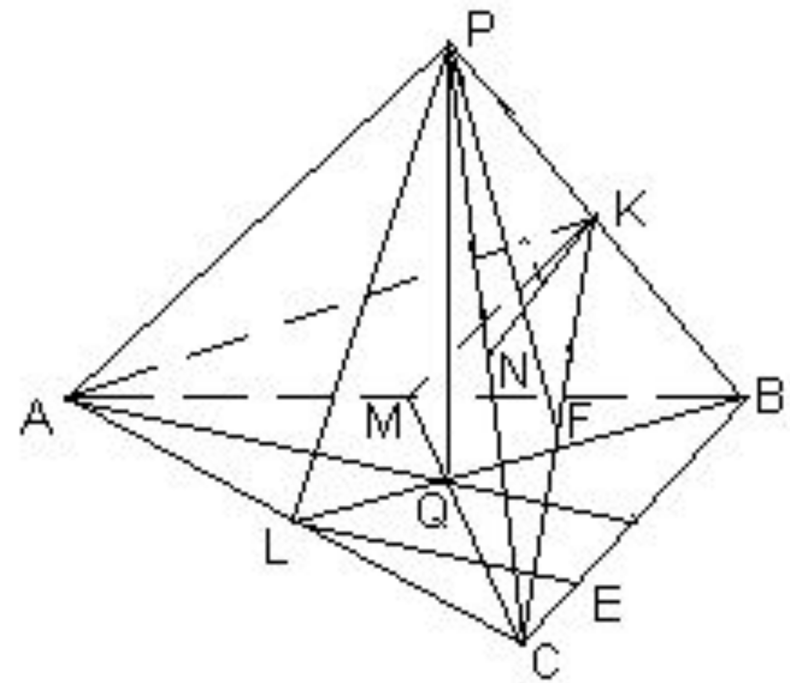
б)AP и CQ;

в) AP и CЛ;

г) AК и BC;

д) AК и PL;

е) AQ и KL.



а) $\angle((AP);(BC)) = 90^0$;

б) $\angle((AP);(CQ)) = \angle KMC = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$

в) $\angle((AP);(CK)) = \angle MKC = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$

г) $\angle((AK);(BC)) = \angle AKN = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$

д) $\varphi = \angle((AK);(PL)) = \angle PLF = \arccos \frac{2}{3}$; где F – середина [CK].

ΔPLF: $|PF|^2 = \frac{2|PC|^2 + 2|PK|^2 - |CK|^2}{4} = \frac{7}{16}$

ΔPCK: $\cos\varphi = \frac{|PL|^2 + |FL|^2 - |PF|^2}{2|PL| \cdot |FL|} = \frac{2}{3}$

е) $\varphi = \angle((AQ);(KL)) = \angle KLE = \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$, где $E \in [BC]$ и $|CE| = \frac{1}{4}|BC|$;

ΔBKE: $|KE|^2 = |BK|^2 + |BE|^2 - 2|BK| \cdot |BE| \cdot \cos 60^\circ = \frac{7}{16}$

ΔKLE: $\cos\varphi = \frac{|KL|^2 + |EL|^2 - |KF|^2}{2|KL| \cdot |EL|} = \frac{\sqrt{6}}{6}$