

ГБОУ гимназия №1565 «Свиблово» г.
Москвы

Прямоугольный параллелепипед в задачах В9 и В11 ЕГЭ

Геометрия 11 класс

Учитель математики Алпатова Галина
Михайловна

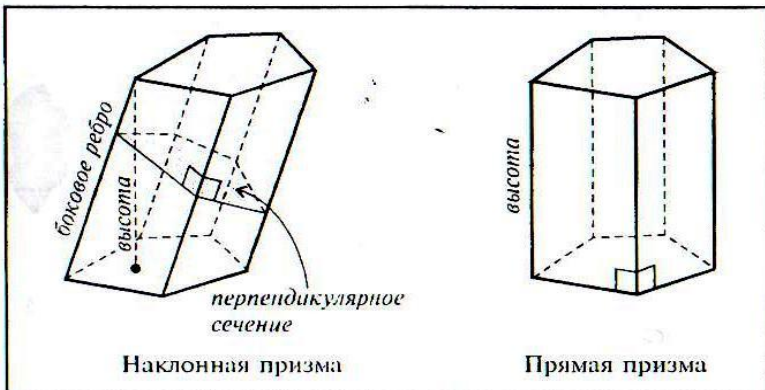
5klass.net

Прямоугольный параллелепипед

ПРИЗМА

Так называется многогранник, две грани которого (основания) — равные n -угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные n граней (боковые грани) — параллелограммы.

Призма называется правильной, если она прямая и ее основания — правильные многоугольники.

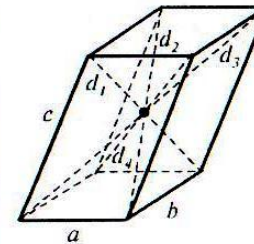


ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРИЗМЫ

	Наклонная призма	Прямая призма
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$, где $P_{\text{сеч}}$ — периметр перпендикулярного сечения, l — длина бокового ребра	$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$, где $P_{\text{осн}}$ — периметр основания, H — высота
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$
Объем	$V = S_{\text{сеч}} \cdot l$, где $S_{\text{сеч}}$ — площадь перпендикулярного сечения, l — боковое ребро	$V = S_{\text{осн}} \cdot H$, где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания призмы, H — высота.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Так называется призма, основания которой — параллелограммы.



Все грани параллелепипеда — параллелограммы.

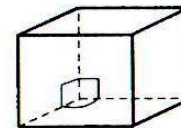
Противоположные грани параллельны и равны.

Все четыре диагонали пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Точка пересечения диагоналей — центр симметрии.

Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех ребер:

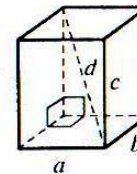
$$d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = 4a^2 + 4b^2 + 4c^2$$



Прямой параллелепипед:

боковые ребра перпендикулярны основаниям.

Боковые грани — прямоугольники, а основания — параллелограммы.



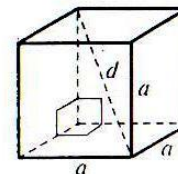
Прямоугольный параллелепипед:

прямой параллелепипед, основания которого — прямоугольники.

Все диагонали равны.

Квадрат диагонали равен сумме квадратов ребер, исходящих из одной вершины: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

$$S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac); V = abc.$$



Куб:

все грани — квадраты.

Все ребра равны.

$$d = \sqrt{3}a, S_{\text{полн}} = 6a^2, V = a^3.$$

Формулы полной поверхности и объёма прямоугольного параллелепипеда

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

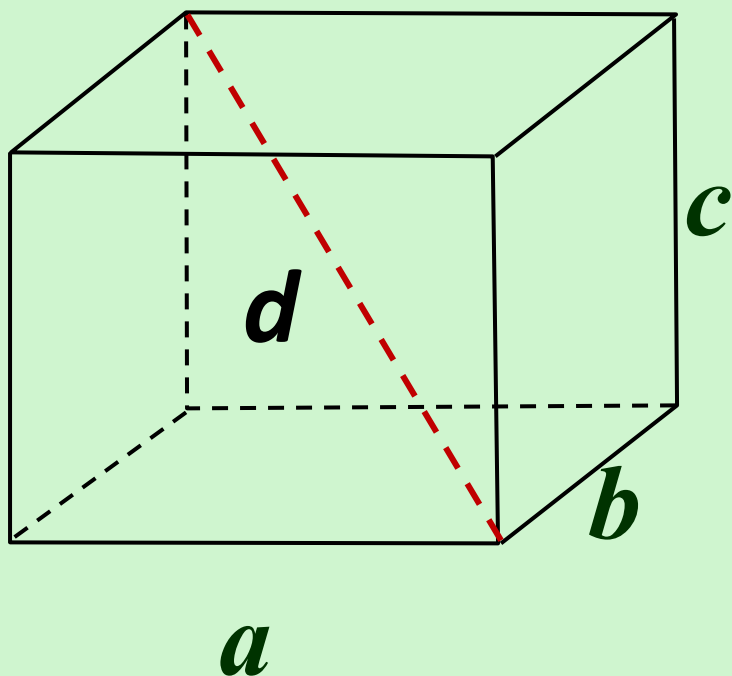
$$S_{\text{пов.}} = 2(ab + bc + ac)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

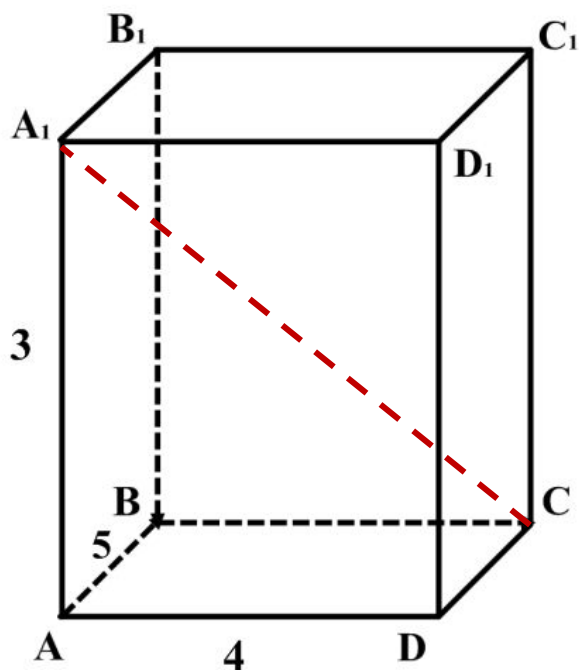
$$S_{\text{пов.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$



№1.

Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.

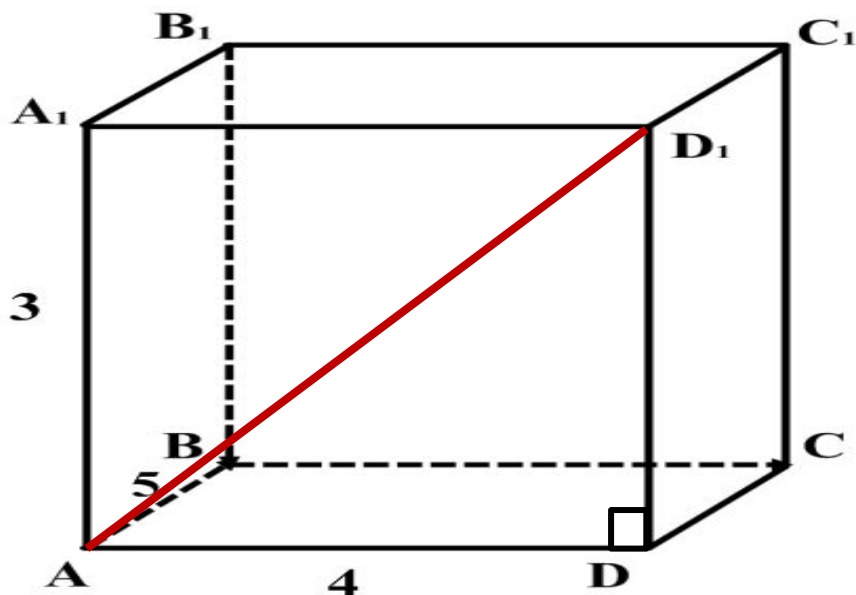


$$CA_1^2 = ?$$

$$CA_1^2 = 4^2 + 5^2 + 3^2 = 16 + 25 + 9 = 50.$$

№2.

Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.



$$AD_1 = ?$$

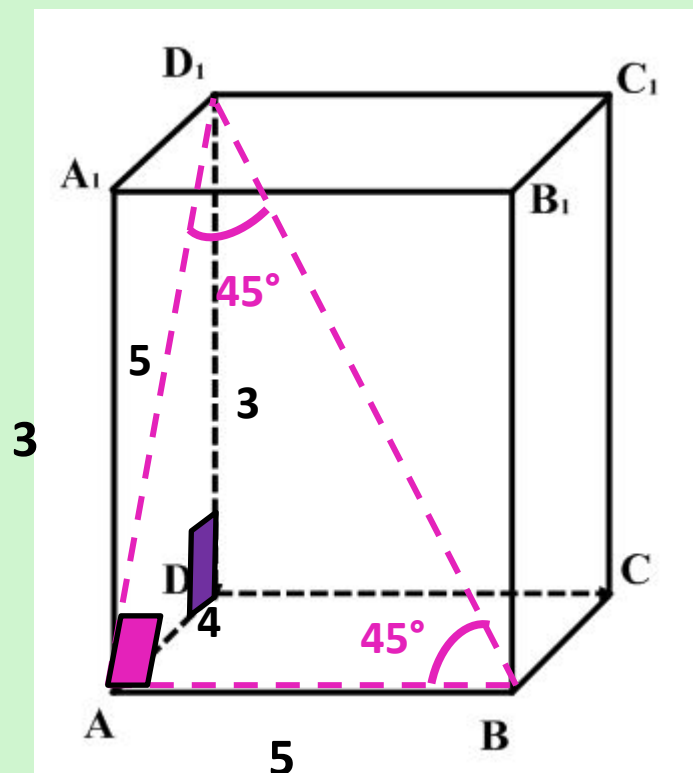
$$\text{В } \triangle AD_1D$$

$$\angle D = 90^\circ$$

$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

№3.

Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах.



$$ABD_1 = ?$$

$$\text{В } \triangle ADD_1 \quad \angle D = 90^\circ;$$

$$AD_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5.$$

$$AD_1 = AB = 5;$$

$$\triangle ADD_1 - \text{равнобедренный треугольник, } \angle A = 90^\circ;$$

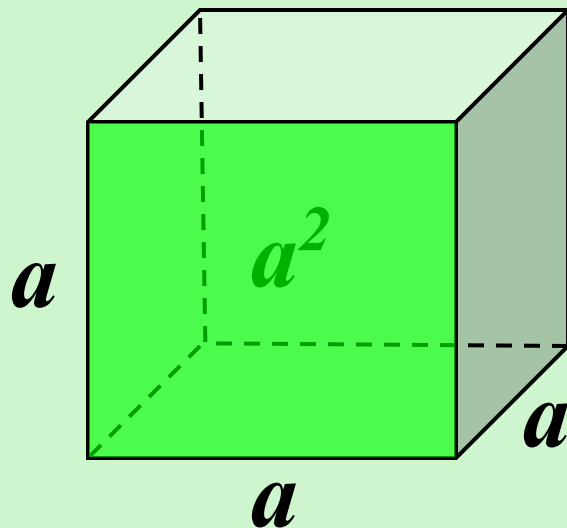
$$\angle D_1 = \angle B = 45^\circ; \quad \angle ABD_1 = 45^\circ.$$

№ 4.

Объем куба равен

64.

Найдите площадь его
поверхности.



$$V = a^3$$

$$V = 64$$

$$a^3 = 64$$

$$a = \sqrt[3]{64}$$

$$a = 4$$

$$S = 6a^2$$

$$S = 6 \cdot 4^2$$

$$S = 96$$

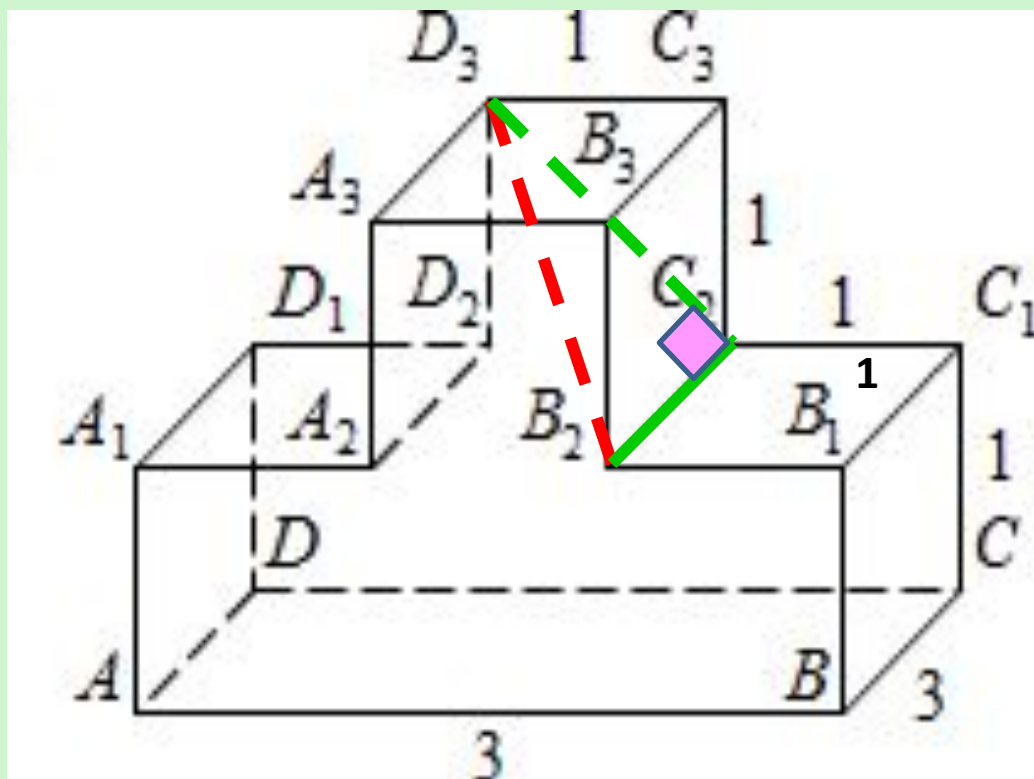
В 9

9

6

№5. ОБЗ ЕГЭ №245376.

Найдите квадрат расстояния
между вершинами B_2 и D_3 многогранника,
изображенного на рисунке. Все двугранные углы
многогранника прямые.



$\triangle C_2B_2D_3$ -
прямоугольный
треугольник.

$$B_2D_3^2 = (1^2 + 1^2) + 3^2 = 11.$$

Ответ: 11.

В 9

1

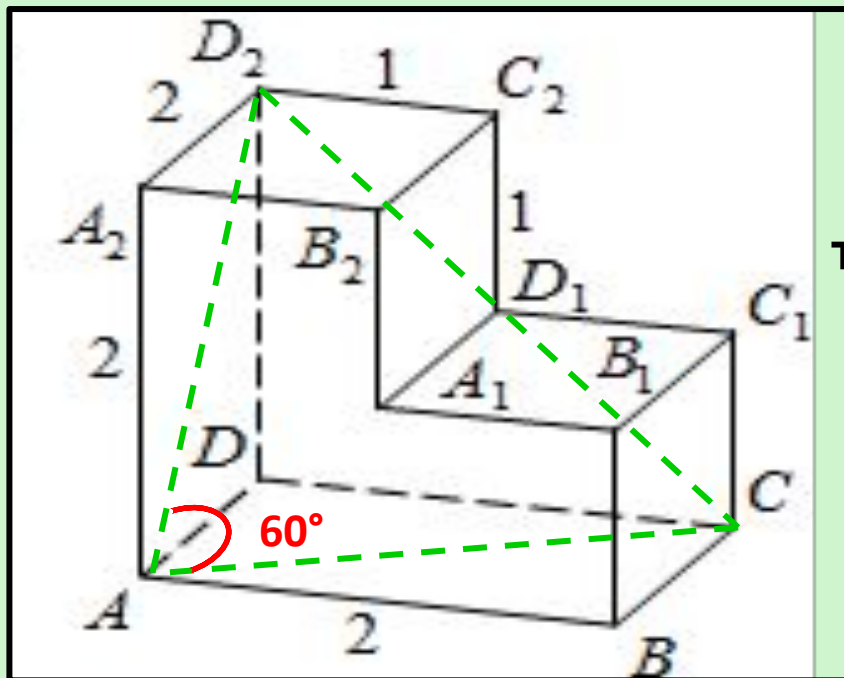
1

№ 6.

ОБЗ ЕГЭ №245373.

Найдите угол CAD_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

$AD_2 = CD_2 = CA$ - диагонали
равных квадратов .



$\triangle CAD_2$ - равносторонний
треугольник.

$\angle$

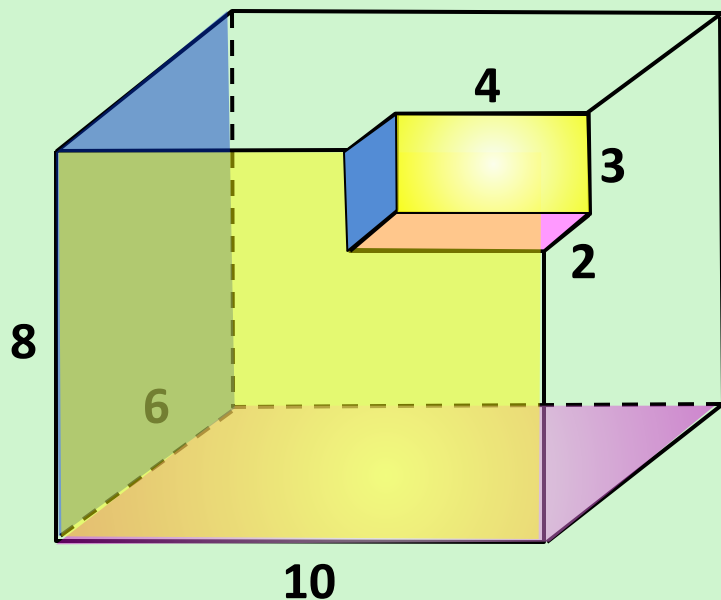
$$CAD_2 = 60^\circ.$$

Ответ:60

В 9

6 0

№ 7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

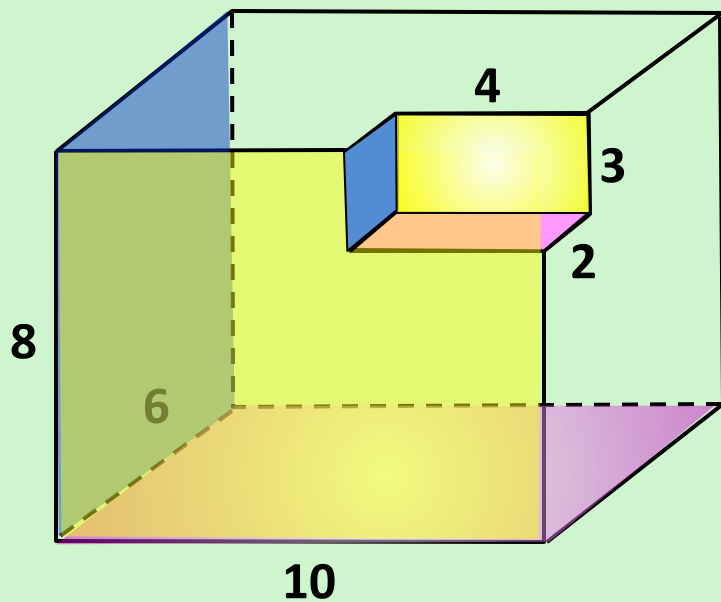


Площадь поверхности данной фигуры
будет равна площади поверхности
прямоугольного параллелепипеда.

$$S_{nn} = 2(8 \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 6 \cdot 10) = 188$$

B 9	1	8	8			
-----	---	---	---	--	--	--

№8. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 8 \cdot 10 \cdot 6 = 480$$

$$\{8; 6; 10\}$$

$$V_2 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\{2; 3; 4\}$$

$$V = V_1 - V_2 = 480 - 24 = 456$$

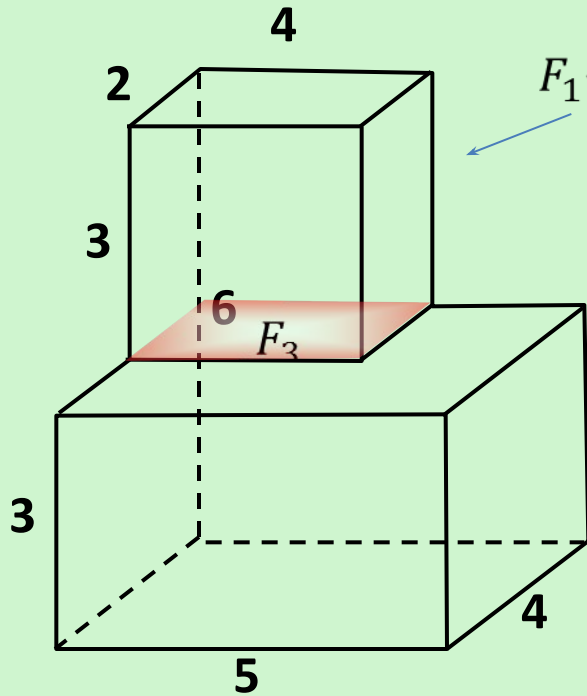
В 9

4

5

6

№9. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$F_1\{3,2,4\}$

$$S_1 = 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 52$$

$F_2\{3,5,4\}$

$$S_2 = 2 \cdot (3 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3) = 94$$

$F_3\{2,4\}$

$$S_3 = 2 \cdot 4 = 8$$

$$S = S_1 + S_2 - 2 \cdot S_3 = 52 + 94 - 2 \cdot 8 = 130$$

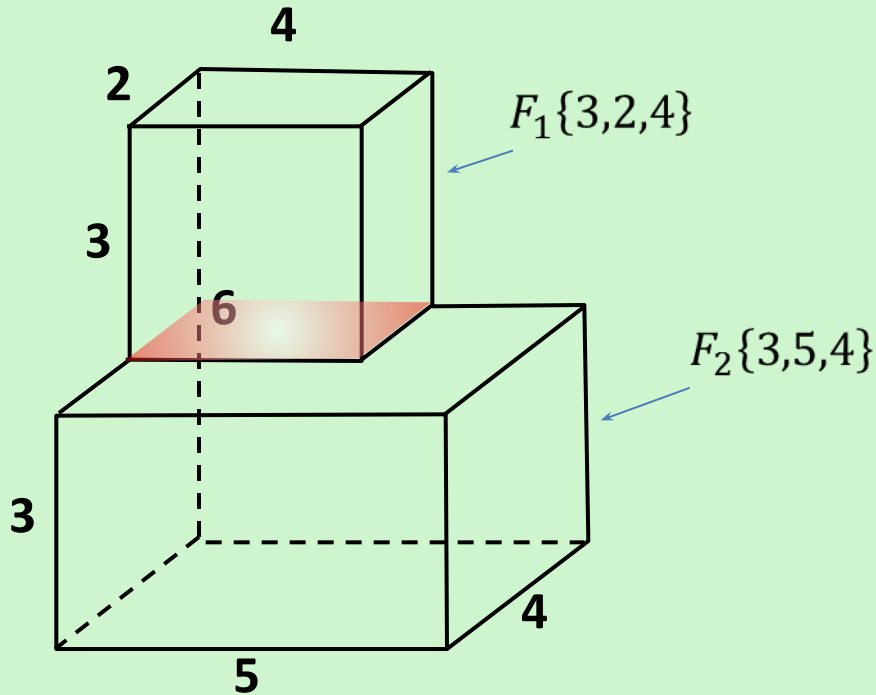
В 9

1

3

0

№10. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



$$V_1 = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$

$$V_2 = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

$$V = V_1 + V_2 = 24 + 60 = 84$$

В 9

8

4

Домашнее задание

№1-10.

Приложение 3.