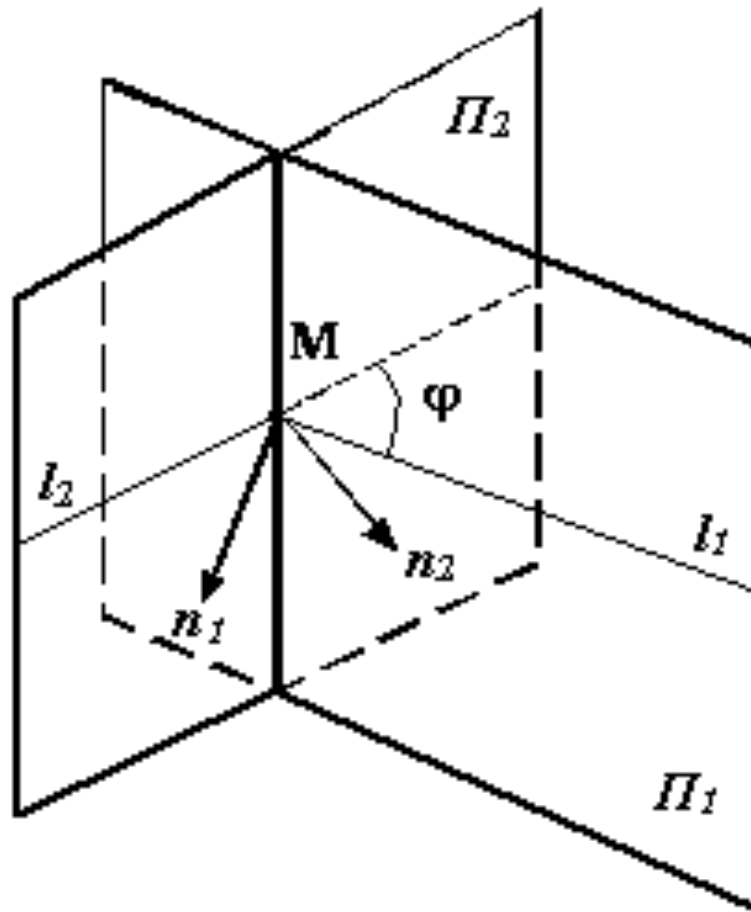


Прямая в пространстве

Общее уравнение прямой

Прямая линия в пространстве определяется как линия пересечения двух плоскостей



$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \end{cases}$$

$$\bar{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\}, \quad \bar{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$$

Канонические уравнения прямой

- Уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору

$$\frac{x - x_o}{m} = \frac{y - y_o}{p} = \frac{z - z_o}{q}$$

Параметрические уравнения

$$x = mt + x_0,$$

$$y = pt + y_0,$$

$$z = qt + z_0$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

Угол между прямыми

$$\cos \varphi = \frac{\overline{a_1} \cdot \overline{a_2}}{|\overline{a_1}| \cdot |\overline{a_2}|} =$$

$$= \frac{m_1 m_2 + p_1 p_2 + q_1 q_2}{\sqrt{m_1^2 + p_1^2 + q_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + p_2^2 + q_2^2}}.$$

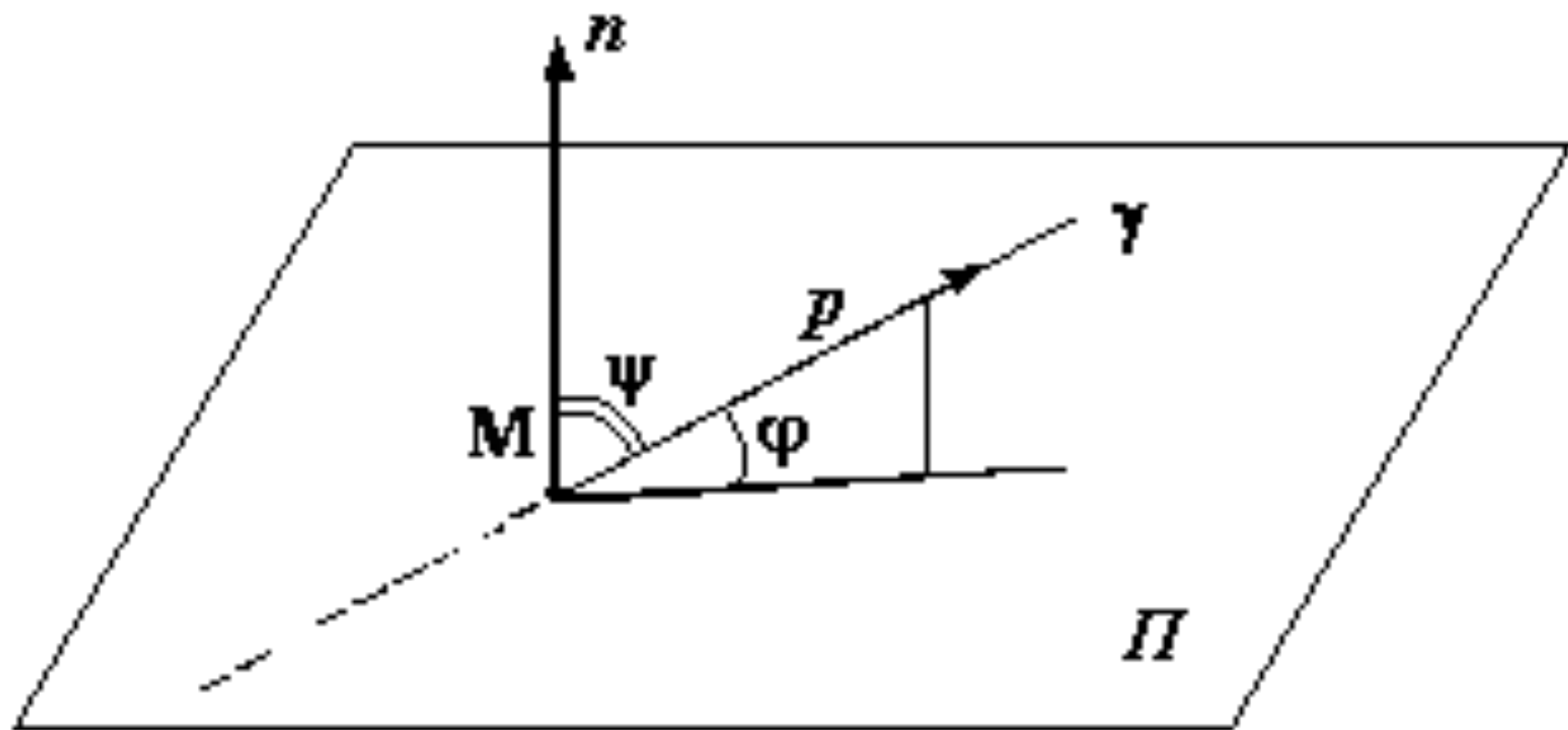
Параллельность прямых

Если $\overline{a_1} \parallel \overline{a_2}$, то $\overline{a_1} \parallel \overline{a_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{q_1}{q_2}$.

Перпендикулярность прямых

Если $\pi_1 \perp \pi_2$ то $\overline{a_1} \perp \overline{a_2} \Rightarrow \overline{a_1} \cdot \overline{a_2} = 0$

Угол между прямой и плоскостью



Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией на плоскость

$$\sin \varphi = \frac{\left| \vec{n} \cdot \vec{a} \right|}{\left| \vec{n} \right| \cdot \left| \vec{a} \right|} = \frac{\left| Am + Bp + Cq \right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + p^2 + q^2}}.$$

Условие параллельности прямой и плоскости

Если $\square \parallel \Pi$, то $Am + Bp + Cq = 0$

Условие перпендикулярности прямой и плоскости

$$\text{Если } \square \perp P, \quad \frac{A}{m} = \frac{B}{p} = \frac{C}{q}$$