

Тема урока:

«Простейшие вероятностные задачи».

11 класс

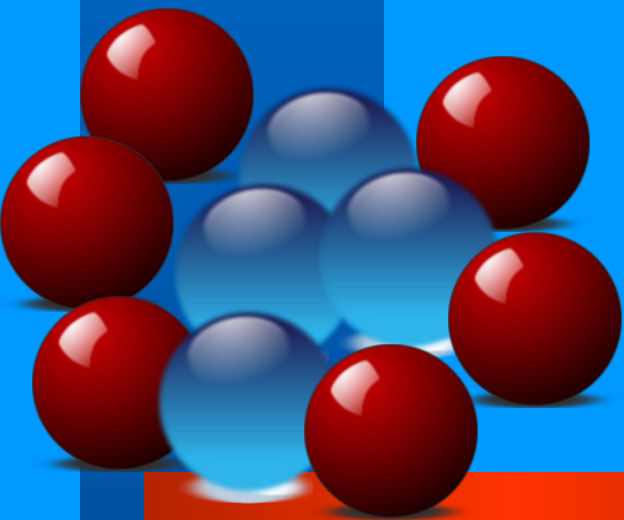
Учитель математики Гомонова Галина Васильевна
ГБОУ СОШ п. Масленниково Хворостянского района Самарской области

**Замечательно, что наука, которая
начала с рассмотрения азартных игр,
обещает стать наиболее важным
объектом человеческого знания. Ведь
большой частью жизненные вопросы
являются на самом деле задачами из
теории вероятностей.**

П. Лаплас

Что такое событие?

- В теории вероятностей под событием понимают то, относительно чего после некоторого момента времени можно сказать одно и только одно из двух. Да, оно произошло. Нет, оно не произошло.
- Возможный исход эксперимента, называется элементарным событием, а множество таких исходов называется просто событием.
- Событие — это результат испытания.



Из урны наудачу берут один шар.

Извлечение шара из урны есть испытание.

Появление шара определенного цвета — событие.

Непредсказуемые события называются случайными.



В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти.

Пример.

- При бросании кубика выпадет шестерка.
- У меня есть лотерейный билет.

После опубликования результатов розыгрыша лотереи интересующее меня событие – выигрыш тысячи рублей, либо происходит, либо не происходит.



Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются совместными, а те, которые не могут происходить одновременно, - несовместными.

Пример.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.



Равновозможными называются события, когда в их наступлении нет преимуществ.

Неравновозможные события те, у которых в наступлении одного из событий есть какое то преимущество.

Примеры.

- Появление герба или надписи при бросании монеты представляют собой равновероятные события.
- Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).



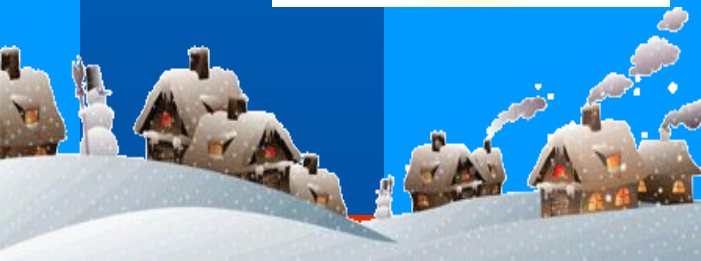
Событие, которое происходит всегда, называют достоверным.

Событие, которое не может произойти, называется невозможным.



Примеры.

- В следующем году снег не выпадет. При бросании кубика выпадет семерка. Это невозможные события.
- В следующем году снег выпадет. При бросании кубика выпадет число, меньше семи. Ежедневный восход солнца. Это достоверные события.
- Пусть, например, из урны, содержащей только черные шары, вынимают шар. Тогда появление черного шара — достоверное событие; появление белого шара — невозможное событие.



Классическое определение вероятности.

Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.





Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $\frac{N(A)}{N}$, оно и будет равно вероятности события A .

Принято вероятность события A обозначать так: $P(A)$.

Значит
$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Пример.

На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность $P(A)$ того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.

Решение.

Число стандартных подшипников равно $1000 - 30 = 970$. Будем считать, что каждый подшипник имеет одинаковую вероятность быть выбранным. Тогда полная группа событий состоит из $N = 1000$ равновероятных исходов, из которых событию A благоприятствуют $N(A) = 970$ исходов.

$$\text{Поэтому } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{970}{1000} = 0.97$$

Ответ: 0,97.



Для вычисления вероятности часто используют правило умножения.

Для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B , следует перемножить число всех исходов испытания A и число всех исходов испытания B .

Пример.

Найдем вероятность того, что при подбрасывании двух костей суммарное число очков окажется равным 5.

Решение.

Возможно следующее сочетание очков на первой и второй костях: $1 + 4$, $2 + 3$, $3 + 2$, $4 + 1$ – четыре благоприятных случая ($N(A) = 4$). Всего возможных исходов $N = 6 \cdot 6 = 36$ (по шесть для каждой кости). Тогда вероятность рассматриваемого события

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Ответ: $\frac{1}{9}$.



Свойство вероятностей противоположных событий.

События A и B называются противоположными, если всякое наступление события A означает ненаступление события B , а ненаступление события A – наступление события B .

Событие, противоположное событию A , обозначают символом $\bar{A}$. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1. $P(A)+P(\bar{A})=1$.

Пример.

1. Бросаем один раз игральную кость. Событие A – выпадение четного числа очков, тогда событие $\bar{A}$ – выпадение нечетного числа очков.



Пример.

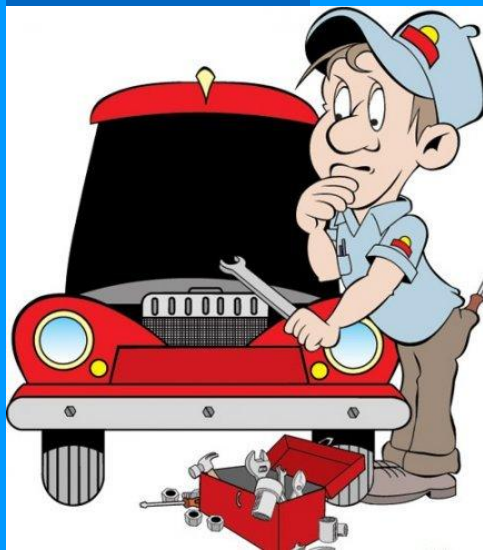
2. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение.

Элементарный исход – случайно выбранный аккумулятор. Поэтому $N = 1000$. Событию $A = \{\text{аккумулятор исправен}\}$ благоприятствуют $1000 - 6 = 994$ исхода. Поэтому $N(A) = 994$.

Тогда $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000} = 0,994$.

Ответ: 0,994.



Эту задачу можно решить с помощью формулы вероятности противоположного события $\bar{A} = \{\text{аккумулятор неисправен}\}$.

$N(\bar{A})=6$. Имеем $P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N} = \frac{6}{1000} = 0,006$.

Значит, $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,006 = 0,994$.

Ответ: 0,994.

Решение задач.

1. Монета бросается два раза. Какова вероятность того, что:
а) герб выпадет хотя бы один раз? б) герб выпадет два раза?

Решение.

а) Пусть A - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал хотя бы один раз.

Равновозможными элементарными исходами здесь являются: ГГ, ГР, РГ, РР, т.е. $N = 4$.

Событию A благоприятствуют исходы: ГГ, ГР, РГ, т.е.

$$N(A) = 3. \text{ Следовательно, } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{4} = 0,75$$

б) Пусть B - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал два раза.

Событию B благоприятствует один исход: ГГ, т.е. $N(B) = 1$.

$$\text{Следовательно, } P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: а) 0,75; б) 0,25.

2. Игральная кость бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6 ?

Решение.

Равновозможными элементарными исходами здесь являются пары (x, y) , где x и y принимают значения: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Таким образом, общее число

элементарных исходов равно $N = 6 \cdot 6 = 36$. Событию A благоприятствуют пары $(1;5), (2;4), (3;3), (4;2), (5;1)$, число которых равно $N(A) = 5$.

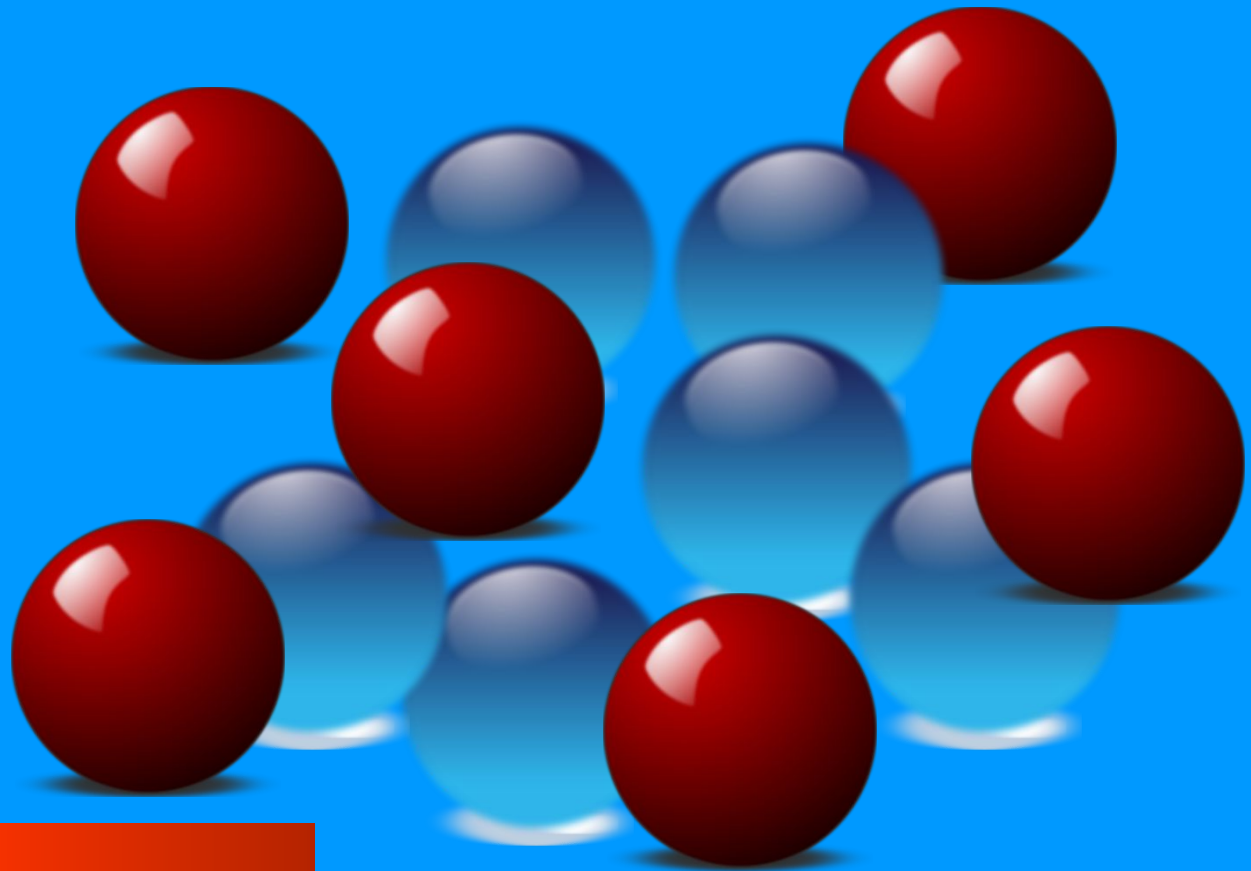
Следовательно, $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{36}$.

Ответ: $\frac{5}{36}$.

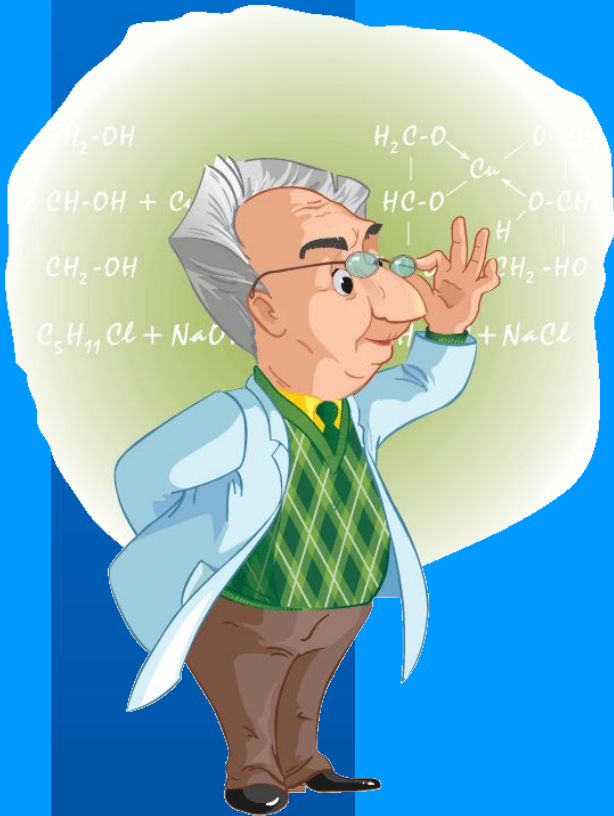


3. В ящике лежат 6 красных и 6 синих шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Определите вероятность события A - все выбранные шары красные.

Решение. $P(A) = 0$, т.к. это событие A - невозможное.
Ответ: 0.



4. Научная конференция проводится 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 30 докладов, а остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?



Решение.

Так как в третий день будут слушать 10 докладов, то благоприятных исходов $N(A) = 10$, а всего докладов 50, т.е. равновозможных исходов $N = 50$.

Поэтому $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{10}{50} = 0,2$.

Ответ: 0,2.

5. Перед началом первого тура чемпионата по теннису разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России.



Решение.

Число всех исходов $N = 45$. Число элементарных событий, благоприятствующих событию A равно 18. Все элементарные события равновозможны по условию задачи, поэтому $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{18}{45} = 0,4$.
Ответ: 0,4.

Итог урока

Домашнее задание:

выполнить онлайн тест

адресу

<http://gomonova.ucoz.ru/>

[index/test/0-32.](http://gomonova.ucoz.ru/index/test/0-32)



Литература.

1. А.Г.Мордкович. Алгебра и начала математического анализа. 10 - 11классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник;
2. А.Г.Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник;
3. И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь/ Под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Ященко. Москва. Издательство МЦНМО, 2012;
4. Задача В10. Открытый банк заданий по математике. ЕГЭ 2012.
5. Интернет – источники:
 - http://www.toehelp.ru/theory/ter_ver/1_3/
 - <http://ssau2011.narod2.ru/11.htm>
 - http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%EE%E0%E8%FF_%E2%E5%E0%EE%FF%E2%ED%EE%E1%E2%E5%E9
 - http://redpencil.ru/index2.php?option=com_content&task=view&id=92&pop=1&page=0&Itemid=35