

«Простейшие вероятностные задачи».



**Замечательно, что наука, которая
начала с рассмотрения азартных игр,
обещает стать наиболее важным
объектом человеческого знания. Ведь
большой частью жизненные вопросы
являются на самом деле задачами из
теории вероятностей.**

П. Лаплас

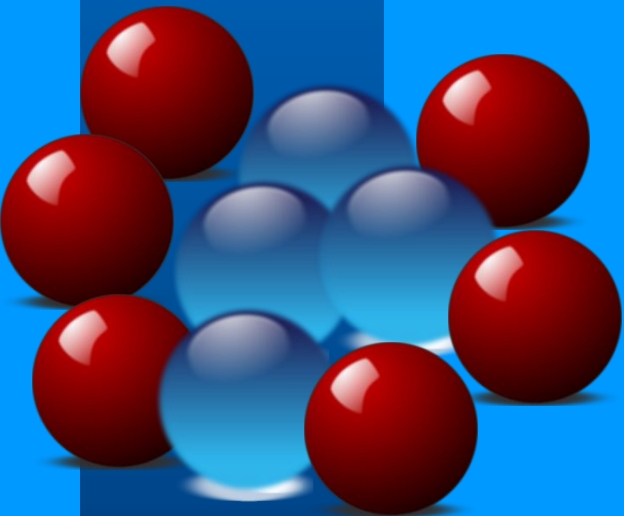
Что такое событие?

- Событие — это результат испытания.

Из урны наудачу берут один шар.

Извлечение шара из урны есть испытание.

Появление шара определенного цвета — событие.



Непредсказуемые события называются случайными.

В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти.

Пример.



После опубликования результатов розыгрыша лотереи событие — выигрыш, либо происходит, либо не происходит.

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются **совместными**, а те, которые не могут происходить одновременно, - **несовместными**.

Пример.



Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.

Равновозможными называются события, когда в их наступлении нет преимуществ.

Пример.

Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).



**Событие, которое происходит всегда,
называют достоверным.**

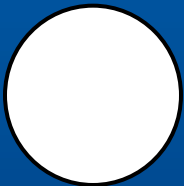
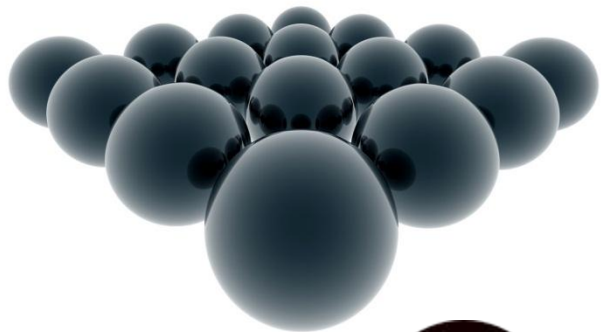
**Событие, которое не может произойти,
называют невозможным.**

Пример.

Пусть из урны, содержащей
только черные шары, вынимают шар.

Тогда появление черного шара –
достоверное событие;

Появление белого
шара – невозможное событие.



Классическое определение вероятности.

Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.





Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $\frac{N(A)}{N}$, оно и будет равно вероятности события A .

Принято вероятность события A обозначать так: $P(A)$.

Значит
$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Пример.

На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность $P(A)$ того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.

Решение.

Благоприятное событие A : подшипник окажется стандартным.

Количество всех возможных исходов $N = 1000$.

Количество благоприятных исходов $N(A) = 1000 - 30 = 970$.

Значит:

$$\frac{N(A)}{N} = \frac{N(A)}{N}$$

Ответ: 0.97.



Брошена игральная кость.

Найдите вероятность того, что выпадет чётное число очков.

Решение:

Всего возможных исходов – 6.

1, 3, 5 — нечётные числа; 2, 4, 6 —чётные числа.

Вероятность выпадения чётного числа очков равна $3:6=0,5$.

Ответ: 0,5.



Правило умножения: для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В.

Пример.

Найдем вероятность того, что при подбрасывании двух костей суммарное число очков окажется равным 5.

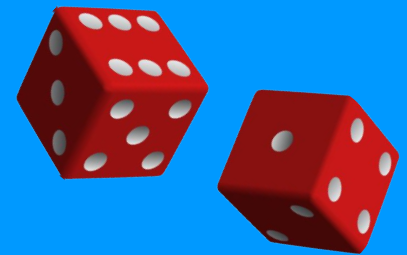
Решение:

Благоприятное событие А: в сумме выпало 4 очка.

Количество всех возможных исходов:

1-я кость - 6 вариантов
2-я кость - 6 вариантов

$N = 6 \cdot 6 = 36.$



Кол-во благоприятных исходов $N(A) = \{1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1\} = 4$

Значит: $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{N(A)}{N}$

События A и B называются противоположными, если всякое наступление события A означает ненаступление события B , а ненаступление события A – наступление события B .

Пример.

Бросаем один раз игральную кость.

Событие A – выпадение четного числа очков,

Событие $\bar{A}$ – выпадение нечетного числа очков.



Решение задач.

Монета бросается два раза. Какова вероятность того, что: герб выпадет хотя бы один раз?

Решение:

Благоприятное событие А: герб выпадет хотя бы один раз.

Кол-во всех возможных исходов $N = 2 \cdot 2 = 4$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A) = \{\Gamma\Gamma, \Gamma P, P\Gamma\} = 3$.

Значит:

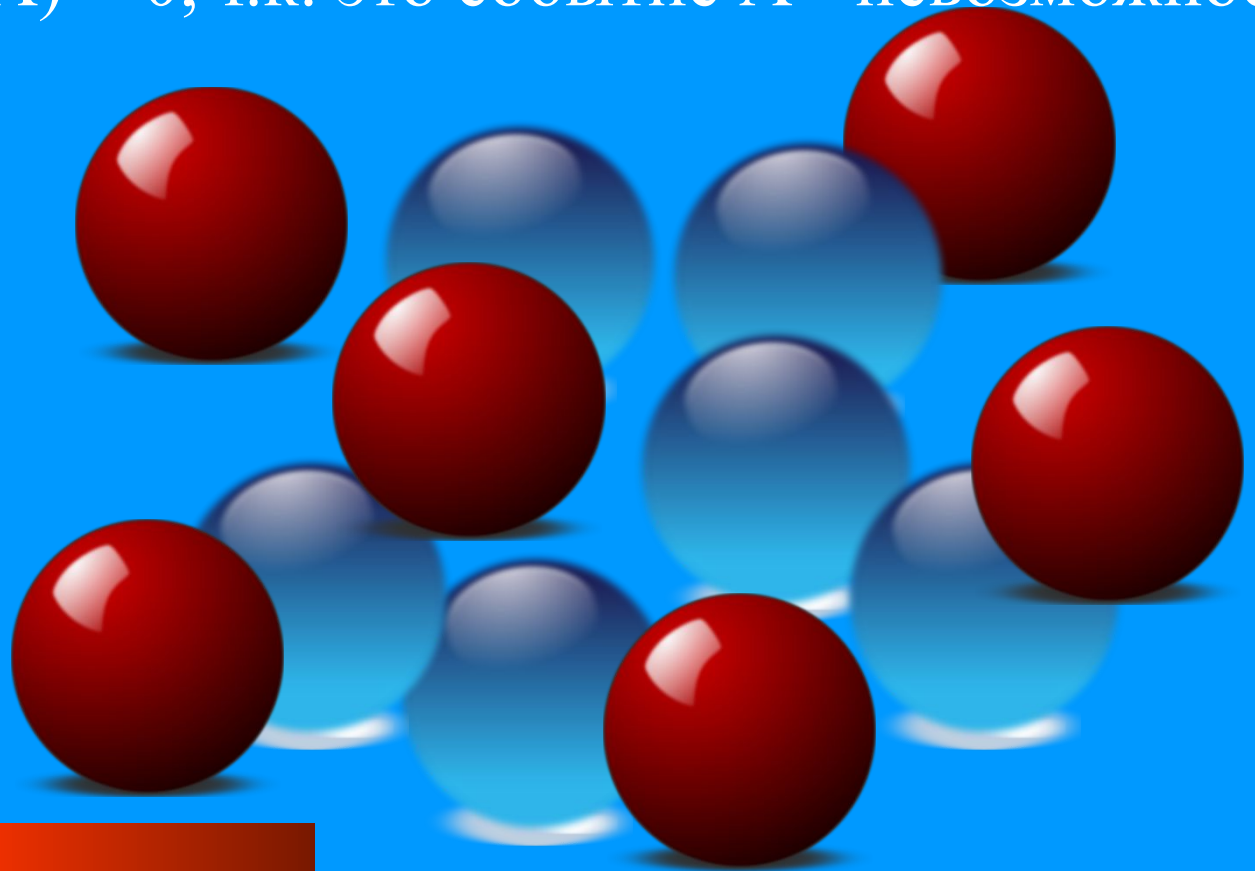
$$\frac{N(A)}{N}$$

Ответ: 0.75.



В ящике лежат 6 красных и 6 синих шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Определите вероятность события A - все выбранные шары красные.

Решение: $P(A) = 0$, т.к. это событие A - невозможное.
Ответ: 0.



Научная конференция проводится 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 30 докладов, а остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

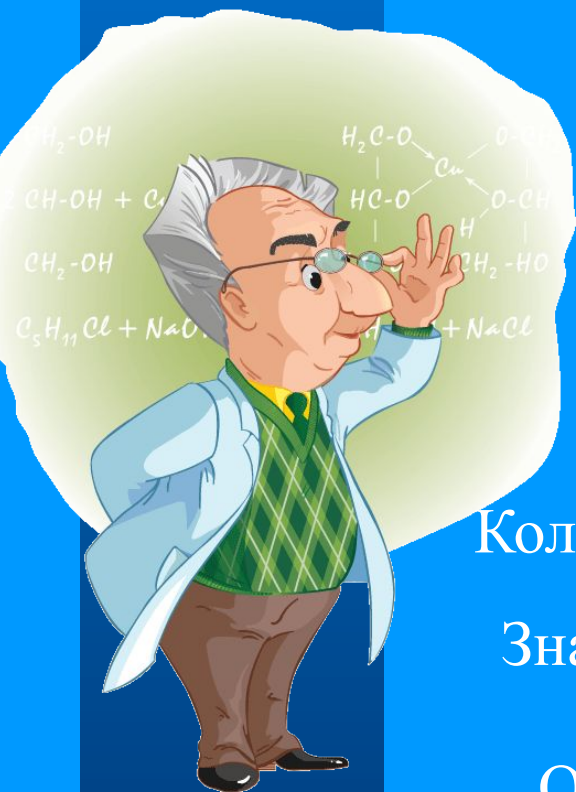
Благоприятное событие А: доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции.

Кол-во всех возможных исходов $N = 50$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A) = (50 - 30) : 2 = 10$.

$$\text{Значит: } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{10}{50} = 0.2$$

Ответ: 0.2.



Перед началом первого тура чемпионата по теннису разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России.

Решение:

Благоприятное событие A : в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России

Кол-во всех возможных исходов $N = 45$.

Кол-во благоприятных исходов $N(A)=18$.

$$\text{Значит: } P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{18}{45} = 0.4$$

Ответ: 0.4.



В среднем из каждых 100 поступивших в продажу аккумуляторов 94 аккумулятора заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

Решение:

Всего исходов – 100.

Благоприятных исходов – $100 - 94 = 6$.

$P(A) = 6 : 100 = 0,06$.

Ответ: 0,06.

Коля выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

Решение:

Двузначные числа: 10;11;12;...;99.

Всего исходов – 90.

Числа, делящиеся на 5:

10; 15; 20; 25; ...; 90; 95.

Благоприятных исходов – 18.

$P(A)=18:90=0,2$.

Ответ: 0,2.

Домашнее задание:

- Монета брошена три раза.
Какова вероятность выпадения двух «орлов» и одной «решки»?
- В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 9 черных, 4 желтых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.
- В среднем из каждых 80 поступивших в продажу аккумуляторов 76 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
- Для экзамена подготовили билеты с номерами от 1 до 50. Какова вероятность того, что наугад взятый учеником билет имеет однозначный номер?
- В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.