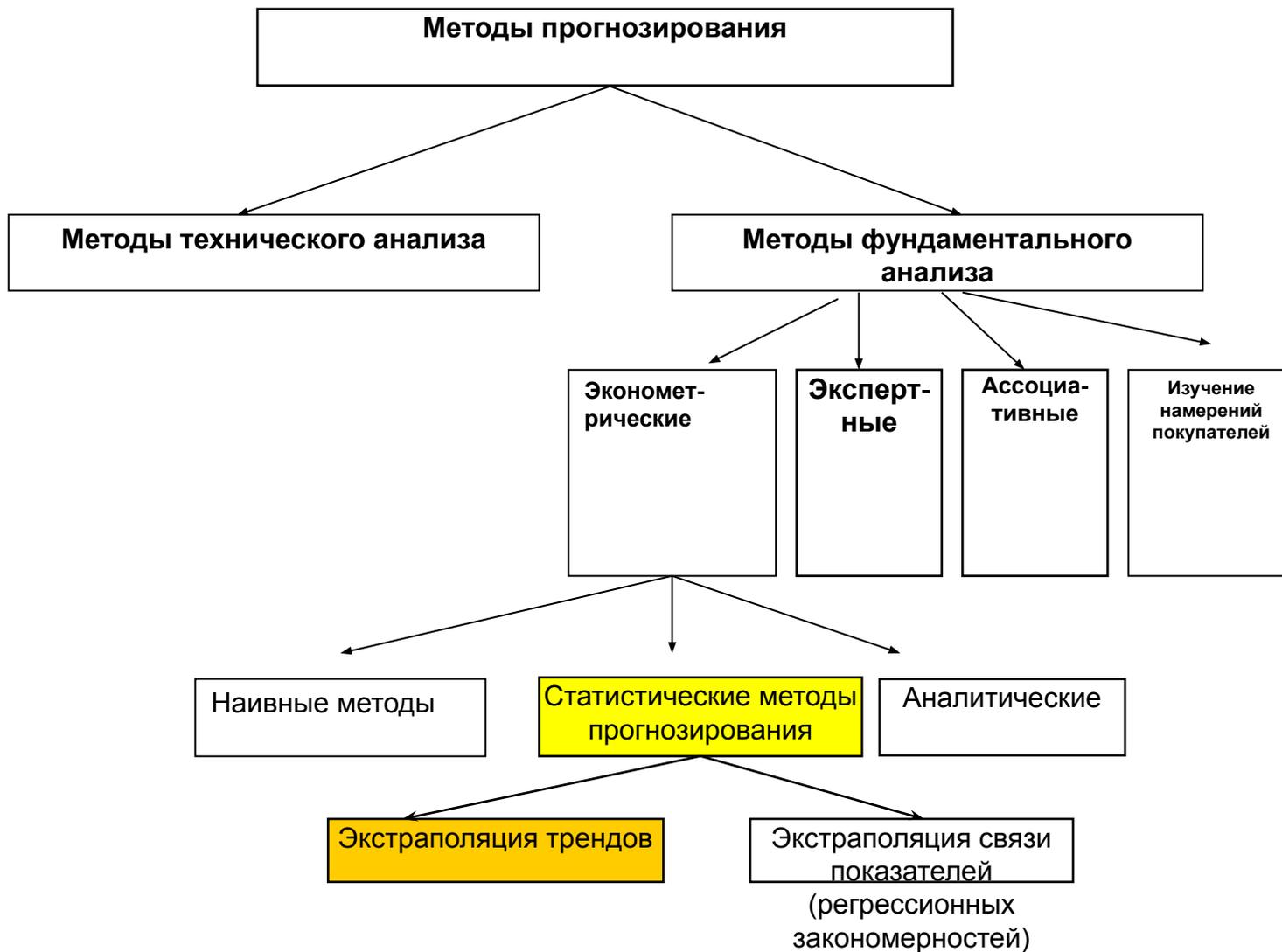


# Экономические методы и модели

## Занятие 5. Прогнозирование экономических показателей на основе анализа временных рядов

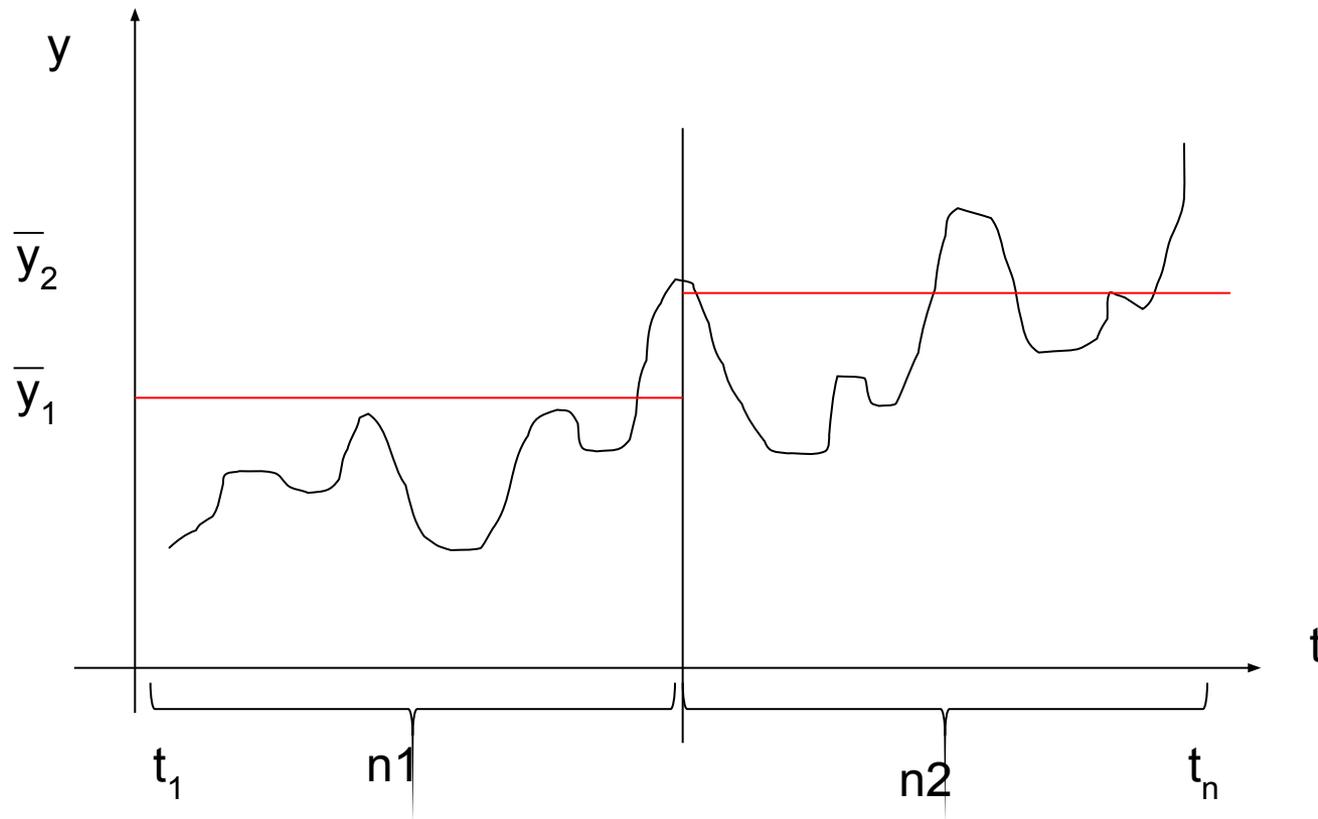
Шведова Ирина Александровна  
к.э.н., доцент  
Каф. Прикладного менеджмента

# Классификация методов прогнозирования



# Выявление наличия тренда

## Метод сравнения средних уровней



1. Разбейте исходный ряд на две равные части по числу элементов (членов ряда).  
Обозначим через  $n1$  число членов в первой половине исходного ряда,  
 $n2$  - число членов во второй половине исходного ряда.

$$n = n1 + n2$$

**2. Для каждой из половинок вычислите средние и исправленные дисперсии**

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}$$
$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^n y_t}{n_2}$$
$$S_1^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1}$$
$$S_2^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1}$$

$\bar{y}_1$  - среднее арифметическое значение первой половины исходного ряда

$\bar{y}_2$  - среднее арифметическое значение второй половины исходного ряда

$S_1^2$  - исправленная дисперсия по первой половине исходного ряда

$S_2^2$  - исправленная дисперсия по второй половине исходного ряда

### 3. Проверим гипотезу о равенстве дисперсий двух половиной исходного ряда на основе F-критерия Фишера-Снедекора.

Из вычисленных ранее исправленных дисперсий половинок исходного ряда определим максимальное и минимальное значение.

$$S^2_{\text{меньшая}} = \min(S_1^2, S_2^2)$$

$$S^2_{\text{большая}} = \max(S_1^2, S_2^2)$$

Рассчитаем значение случайной величины  $F_{\text{расч}}$ .

$$F_{\text{расч.}} = \frac{S^2_{\text{большая}}}{S^2_{\text{меньшая}}}$$

Выбираем уровень доверительной вероятности из интервала от 95% до 99%

Сравниваем табличное и расчетное значение F-критерия при выбранном уровне доверительной вероятности  $\alpha$

$$F_{\text{расч.}} > F_{\text{кр.}}(\alpha, k_1, k_2)$$

Число степеней свободы  $k_1 = n_1 - 1$ ,  $k_2 = n_2 - 1$ ,

Где  $n_1$  - число членов той части ряда, которой соответствует большая дисперсия ( $S^2_{\text{большая}}$ )

$n_2$  - число членов той части ряда, которой соответствует меньшая дисперсия ( $S^2_{\text{меньшая}}$ )

Если,  $F_{расчетная} > F_{крит.}(\alpha, k_1, k_2)$ , то гипотеза о равенстве дисперсий отвергается и проверить гипотезу о наличии тренда в динамическом ряду методом сравнения средних уровней **нельзя**.

В противном случае, расхождение между значениями  $S_1^2$  и  $S_2^2$  несущественно (случайно).

В этом случае проверяется основная гипотеза о равенстве двух частей временного ряда на основе t-критерия Стьюдента

$$\bar{y}_{большая} = \max(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$$

$$\bar{y}_{маленькая} = \min(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$$

$$t_{расч.} = \frac{\bar{y}_{большая} - \bar{y}_{маленькая}}{S}$$

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Если выполняется  $t_{расч.} < t_{крит.}(\alpha, k)$  при выбранном уровне доверительной вероятности  $1 - \alpha$  и числе степеней свободы  $k = n_1 + n_2 - 2$ , то расхождение между средними половинок  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  исходного ряда не значимо (случайно) и, значит, тренд отсутствует.

Иначе – расхождение между средними существенно и тренд существует.

## 4. Определим параметры ДВУХ аналитических уравнений

### 4.1. Линейный тренд

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$
$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum_{t=1}^n t = \sum_{t=1}^n y_t \\ a_0 \sum_{t=1}^n t + a_1 \sum_{t=1}^n t^2 = \sum_{t=1}^n t y_t \end{cases}$$

где

$\bar{y}_t$  значение тренда в точке  $t$ .

### 4.2. Гиперболический тренд

$$\bar{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$$
$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} = \sum_{t=1}^n y_t \\ a_0 \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} + a_1 \sum_{t=1}^n \frac{1}{t^2} = \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} \cdot y_t \end{cases}$$

Значения  $a_0$  и  $a_1$  определяются исходя из решения вышеприведенной системы уравнений

**5.Оценим пригодность выбранных функций (линейной и гиперболической) для описания тренда на основании F-критерия Фишера-Снедекора**

$$F = \frac{\sigma_{f(t)}^2}{\sigma_{\varepsilon(t)}^2}$$

$$\sigma_{f(t)}^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (\bar{y}_t - \bar{y})^2}{p-1}$$

$$\sigma_{\varepsilon(t)}^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-p}$$

Где p-число параметров уравнения тренда (для линейного и гиперболического уравнения p=2)

Вычисленное значение Fрасч. необходимо сравнить с табличным значением Fтабл.( α, k1, k2) при выбранном уровне значимости α и числе степеней свободы k1=p-1, k2=n-p

Если выполняется неравенство  $F_{расч.} > F_{крит.}(\alpha, k_1, k_2)$

То уравнение подходит для описания тенденции.

## 6. Выбор прогностической функции (из линейной и гиперболической)

Для выбора прогностической функции из линейной и гиперболической необходимо рассчитать для каждой из функций значение среднеквадратического отклонения.

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n - p}}$$

В качестве тренда выбирается та из функций, для которой среднеквадратическое отклонение минимально.

## 7. Прогнозирование значений исследуемого признака

7.1. Рассчитаем значения исследуемого признака на основе выбранной в п.6 прогностической функции, подставляя вместо значения  $t$  значения  $(n+1)$ ,  $(n+2)$ ,  $(n+3)$ ,  $(n+4)$ .

7.2. Рассчитаем доверительный интервал

$$\bar{y}_{n+e} \pm \Delta$$

$\Delta$  - ошибка прогноза.

$$\Delta = t(\alpha) * S_y * KL$$

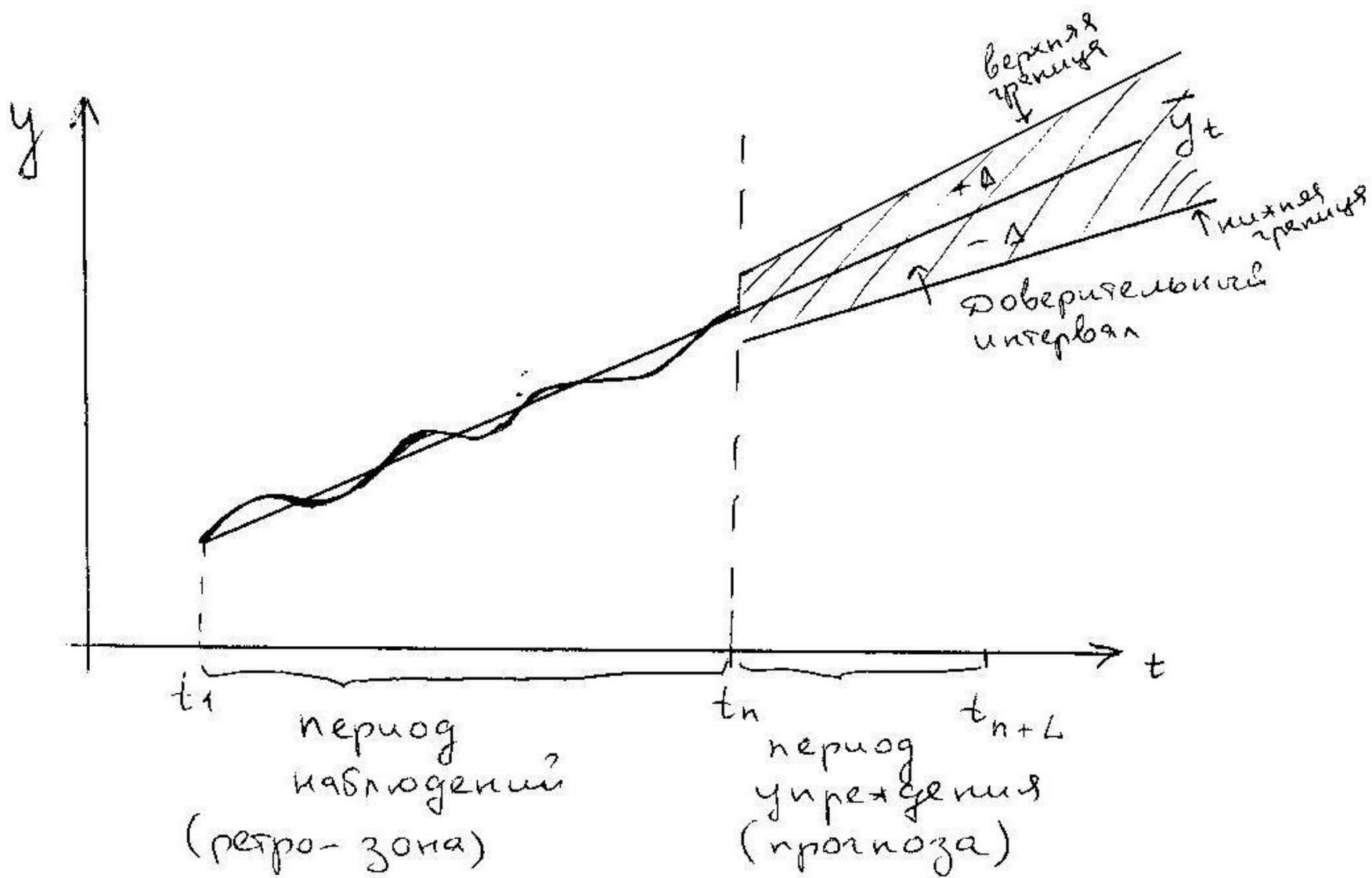
$$K_L = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}}$$

$t(\alpha)$ -табличное значение t-критерия Стьюдента при заданном уровне значимости  $1-\alpha$  и числе степеней свободы  $k=n-p$ .

Результаты расчетов необходимо представить в таблице

Прогноз исследуемой величины на основе анализа временного ряда

Время упреждения L	$K_L$	Доверительный интервал $\Delta$	Нижняя граница прогноза	Среднее значение прогноза	Верхнее значение прогноза
1					
2					
3					
4					



# Выводы

1. В исследуемом временном ряду с уровнем доверительной вероятности  $\alpha = xxx$  имеется тенденция развития (тренд)
2. Наилучшей прогностической функцией из (.....) и (.....) является ....
3. Фактические значения исследуемого признака на периоде упреждения входят/не входят в прогнозные значения доверительного интервала

# Домашнее задание

1. Выберите экономический показатель для исследования, используя данные Росстата ([www. Gks.ru](http://www.Gks.ru)) или доступные Вам данные из других источников. При этом рекомендуется выбрать для исследования **временной ряд** с числом членов от 20 до 24.
2. Постройте **прогноз на 4 временных** периода, используя следующие приемы:
  - 2.1. Выявление наличия тренда с помощью метода сравнения средних уровней
  - 2.2. Выбор уравнения тренда
    - А) Рассчитайте параметры **ДВУХ** аналитических уравнений, описывающих тренд
    - Б) Оценить пригодность выбранных аналитических функций для описания тренда **на основе F-критерия** (Фишера-Снедекора)
    - В) **Выбрать наилучшую** из двух вычисленных функций тренда
3. Рассчитать прогнозные **значения уравнения тренда и доверительный интервал**. Представить данные в графической и табличной форме.
4. **Сделайте ВЫВОДЫ**