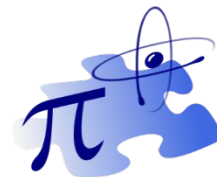
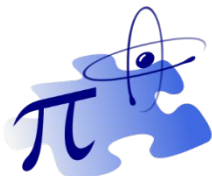


Слет НОУ ОУ и ДО г. Нижневартовска. 2019-2020гг
Секция 5. «Прикладная математика»



Сколько средних линий в трапеции?

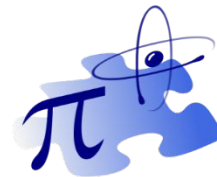
Выполнила: Климачева Мария, 8 А класс,
МБОУ «СШ № 1 им. А.В. Войналовича»
Руководитель: Якоби Зинаида Фёдоровна
учитель математики МБОУ «СШ №1 им. А.В.Войналовича»



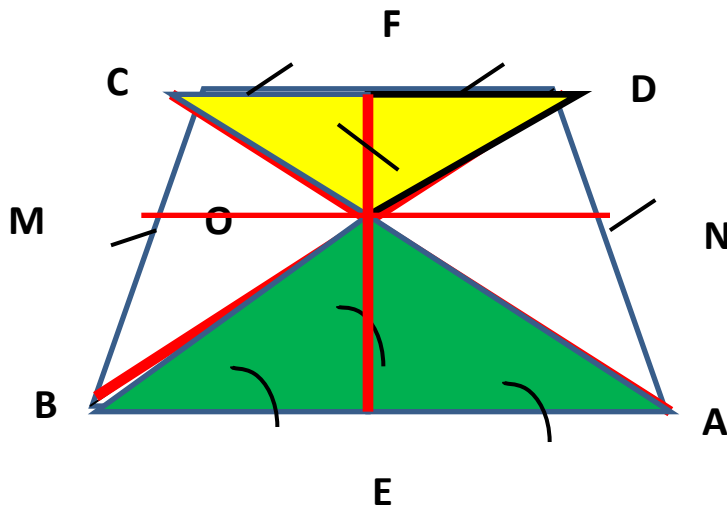
*«Геометрия полна приключений,
потому что за каждой задачей
скрывается приключение
мысли...»*

В.Произволов

Дано: ABCD –
равнобедренная
трапеция, FE-высота, FE= a
 $AC \perp BD$



Найти: MN



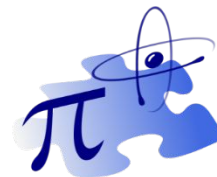
$$FE = FO + OE = a$$

$$FO + OE = DF + AE,$$
$$DF + AE = \frac{1}{2}(AB + CD) = a$$

$$MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$$

$$MN = a$$

«А есть ли еще средние линии в трапеции?»





Цель исследования:

установить, сколько средних линий имеет трапеция

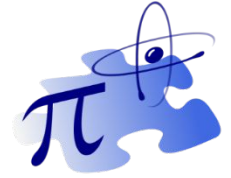
Объект исследования: трапеция

Предмет исследования: средние линии трапеции

Задачи исследования:

- ✓ **подобрать данные о средних линиях трапеции**
- ✓ **изучить особенные особенности средних линий в трапеции**
- ✓ **исследовать задачи о средних линиях трапеции, действующие в математической литературе**
- ✓ **разобрать конкретные вопросы о средних линиях трапеции**

Гипотеза: Если знать в совершенстве основные особенности средних линий трапеции, то их применение будет хорошим подспорьем ученикам в практическом направлении материала



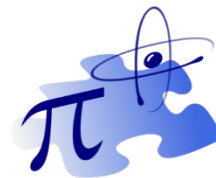
Актуальность, новизна и практическая значимость:

Наше исследование актуально и ново, поскольку в школьной программе по математике данное направление не рассматривалось более глубоко и основательно.

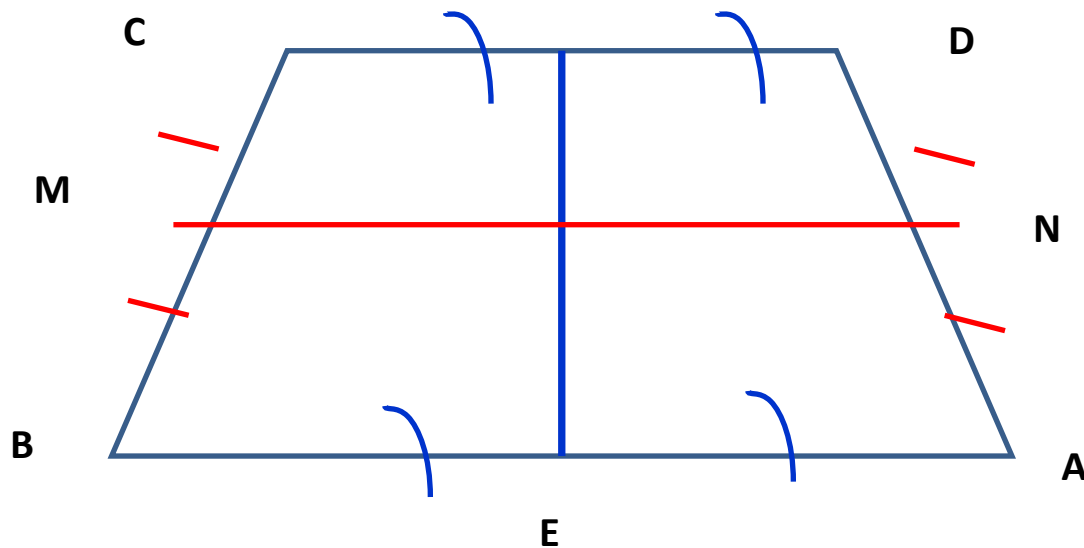
В процессе собственных информационных поисков получены не известные факты для школьников о второй средней линии трапеции.

Данные исследования будут полезны при подготовке к математическим олимпиадам и конкурсам, более углубленного изучения геометрии, а также поможет обычным школьникам стать более успешными в математике, поскольку данная тема является важной при подготовке к ОГЭ.

Вторая средняя линия трапеции :



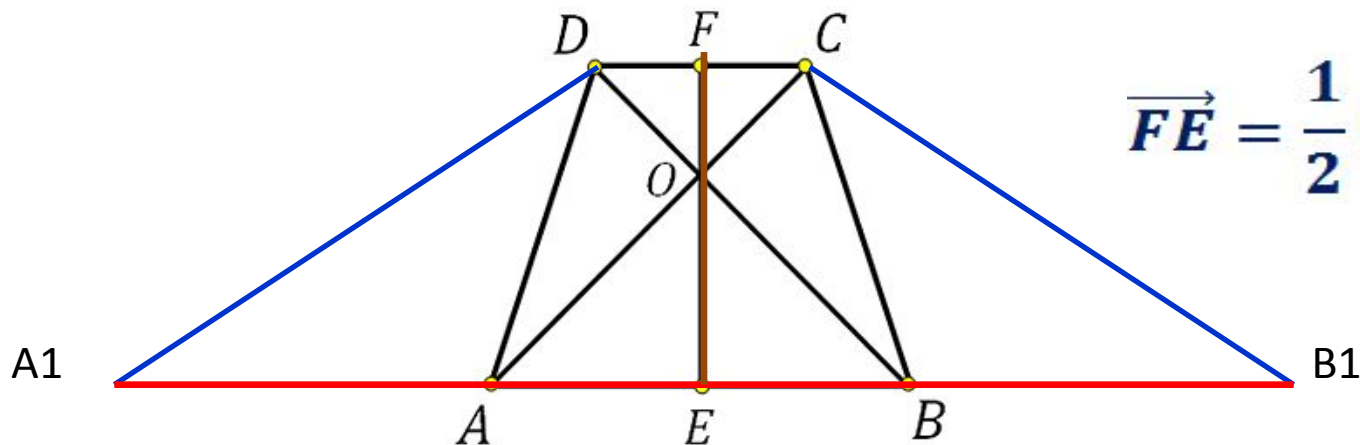
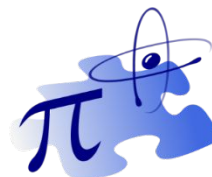
$$MN = \frac{1}{2} (AB + CD)$$



$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$$

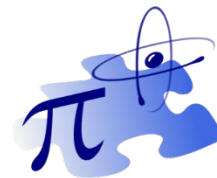
$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$$

$$2\overrightarrow{FE} = (\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FC}) + (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE}) + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$



$$\overrightarrow{FE} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$

*В точке, в которой пересекаются две средние
линии,
они делятся пополам*

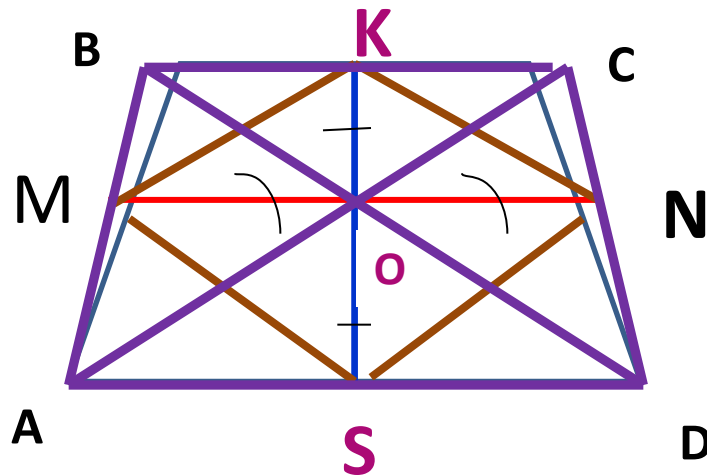


$KN \parallel BD$ и $KN = \frac{1}{2} BD$

$MS \parallel BD$, $MS = \frac{1}{2} BD$

$MK \parallel AC$, $MK = \frac{1}{2} AC$

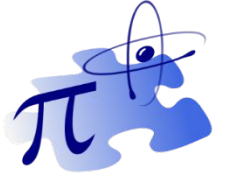
$NS \parallel AC$, $NS = \frac{1}{2} AC$



$KO = OS$

$MO = ON$

*Диагонали трапеции и вторая средняя линия
пересекаются в одной точке*



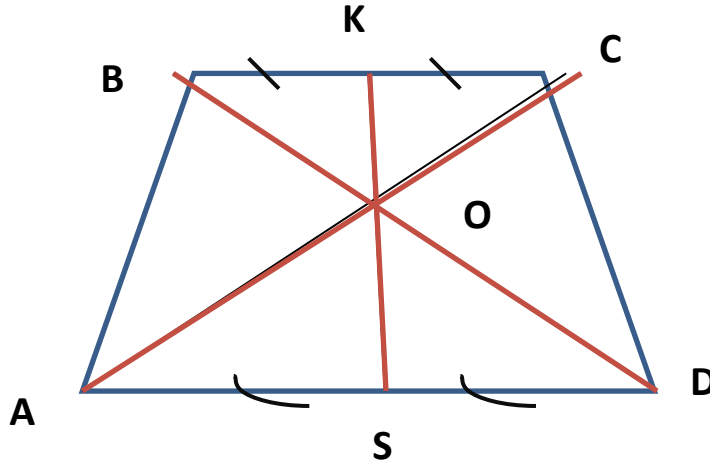
$$\triangle BOK \sim \triangle SOD \quad \frac{BK}{SD} = \frac{OK}{OS},$$

$$\triangle KOC \sim \triangle AOS$$

$$\frac{KC}{AS} = \frac{OK}{OS}$$



$$\frac{BK}{SD} = \frac{KC}{AS}$$



Дано: $BK=KC$

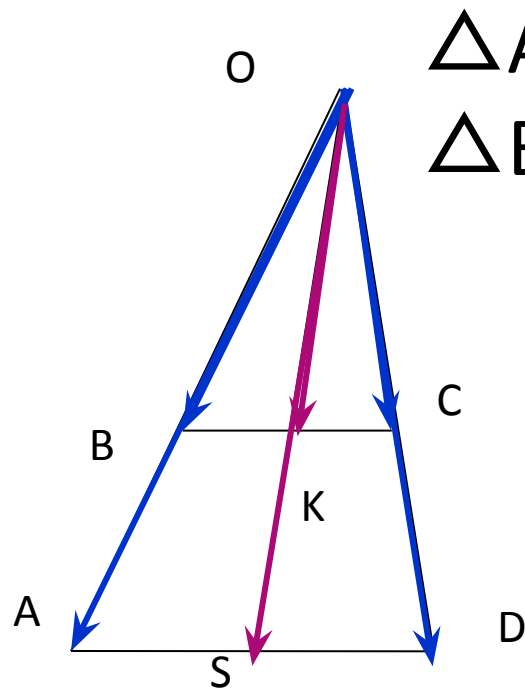
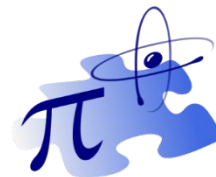
Доказать: $AS=SD$

$$BK=KC$$



$$AS=SD$$

Прямая, содержащая вторую среднюю линию трапеции проходит
через точку пересечения прямых, содержащих боковые стороны



$$\begin{aligned} \triangle AOD &\sim \\ \triangle BOC \end{aligned}$$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = k$$

$$OK = \frac{1}{2} (OB + OC),$$

$$OS = \frac{1}{2} (OA + OD),$$

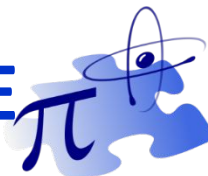
$$OS = \frac{1}{2} (k \cdot OB + k \cdot OC) = \frac{1}{2} k (OB + OC) = k \cdot OK$$

$$O \in OS$$

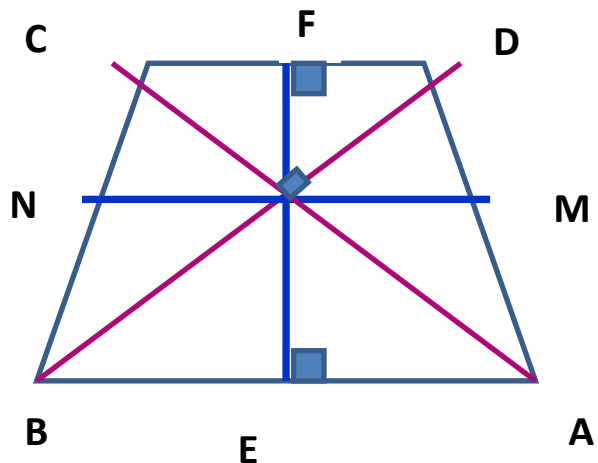
Средние линии равнобедренной трапеции
перпендикулярны

$MN \perp$

FE



В равнобокой трапеции вторая средняя линия
перпендикулярна ее основаниям



$FE \perp AB$

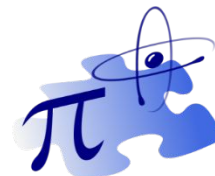
$FE \perp CD$

Если средние линии трапеции равны, то
ее диагонали перпендикулярны

$AC \perp BD$

Задача 1. (Кушнир И. А.)

В трапеции $ABCD$ сумма углов при меньшем основании равна 270° .
Найти длину второй средней линии, если основания AD и BC соответственно равны a и b ($a > b$)

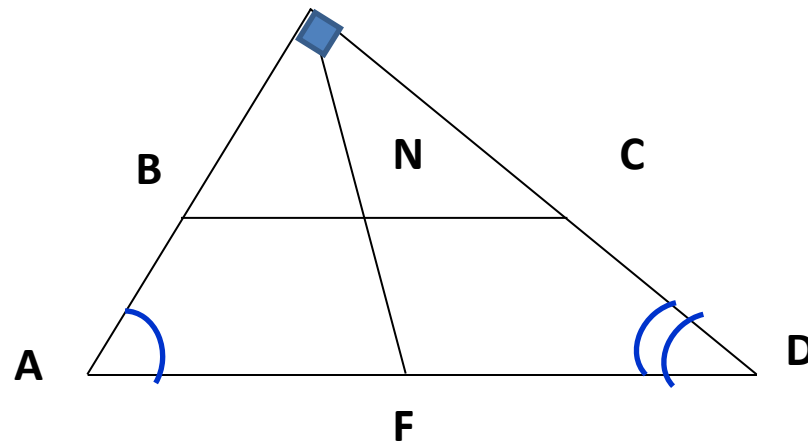


$$\angle MAD + \angle MDA = 360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$$

$$MN = \sqrt{BN \cdot CN} = \sqrt{\frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{2}b} = \frac{b}{2}$$

$$MF = \sqrt{AF \cdot DF} = \sqrt{\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a} = \frac{a}{2}$$

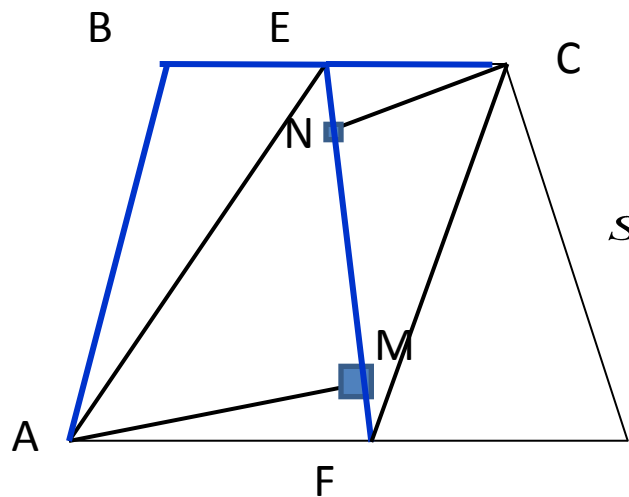
$$NF = MF - MN = \frac{(a - b)}{2}$$





Задача 2 (Кушнир И.А.)

Доказать, что площадь трапеции равна произведению второй средней линии на сумму перпендикуляров, проведенных к этой средней линии (или её продолжению) из двух противоположных вершин трапеции



Дано: $ABCD$ – трапеция, EF – вторая средняя линия, $CN \perp EF$, $AM \perp EF$.

Доказать: $S_{ABCD} = EF(AM + CN)$

Доказательство: Рассмотрим $\triangle AEF$ и $\triangle ECF$

$$S_{AEF} = \frac{1}{2} EF \cdot AM \qquad S_{ECF} = \frac{1}{2} EF \cdot CN$$

$$S_{AECF} = \frac{1}{2} EF(AM + CN) \qquad S_{ABE} = S_{ECF}, S_{AEF} = S_{FCD}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{AECF} = EF(AM + CN)$$

Задача 3. (Кушнир И. А.)

В трапеции ABCD сумма углов при основании AD равна 90° . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований, равен полуразности оснований

Решение: $AF=FD$, $BN=NC$

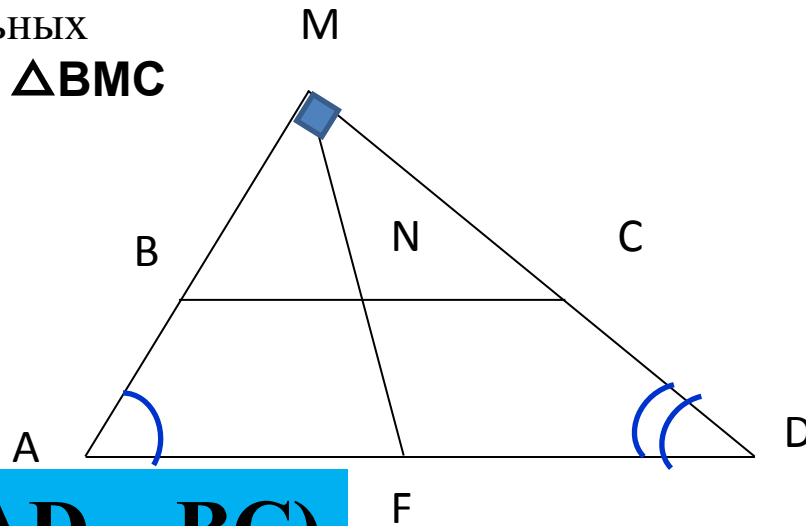
AD , BC – гипотенузы
прямоугольных
 $\triangle AMD$ и $\triangle BMC$

$$MF = \sqrt{AF \cdot DF} = \frac{1}{2}AD$$

$$MN = \sqrt{BN \cdot CN} = \frac{1}{2}BC$$

$$FN = MF - MN$$

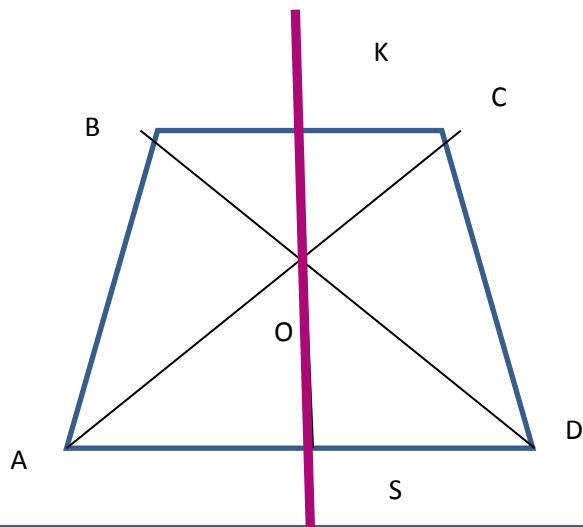
$$FN = \frac{1}{2}AD - \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AD - BC)$$



Задача 1 (составлена самостоятельно)

Верно ли утверждение:

если прямая проходит через точку пересечения диагоналей и середину одного основания трапеции, то и второе основание она делит пополам?



Диагонали трапеции и вторая средняя линия пересекаются в одной точке

Задача 2 (составлена самостоятельно)

В трапеции $ABCD$ вторая средняя линия $KS = 4$ см, основания равны 12 см и 8 см, угол между средними линиями 30° .

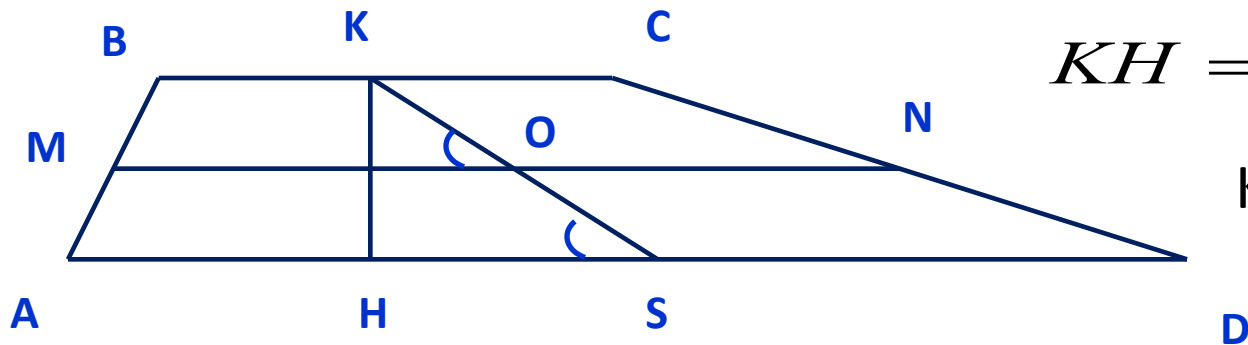
Найти площадь трапеции.

$$\angle ASO = \angle MOK = 30^\circ$$

$\triangle KHS$ - прямоугольный

$$KH = \frac{1}{2} KS$$

$$KH = 2 \text{ см}$$



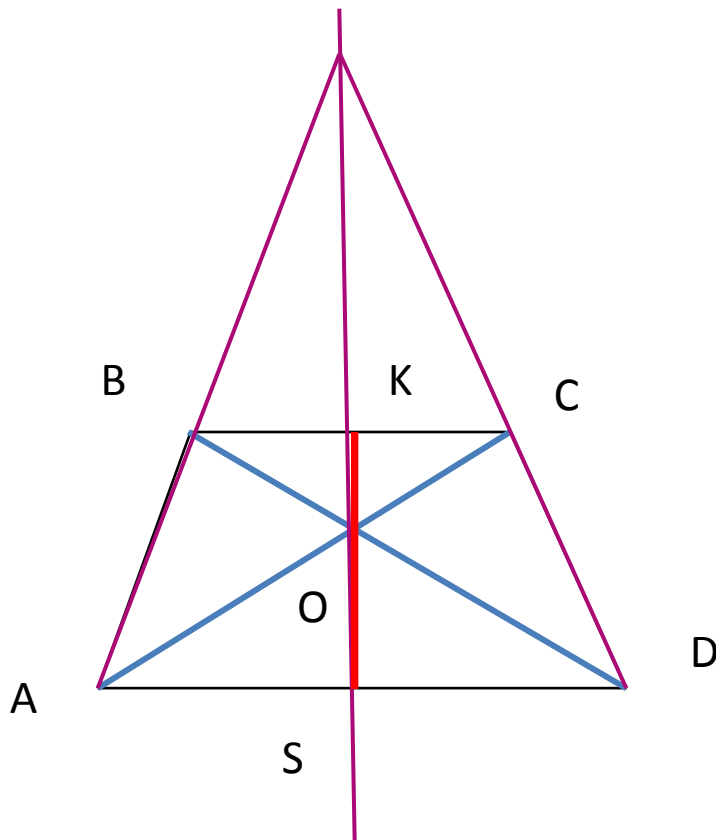
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (BC + AD) \cdot KH$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (12 + 8) \cdot 2 = 20$$



Задача 3

**С помощью чертежной
линейки построить
вторую среднюю
линию трапеции**



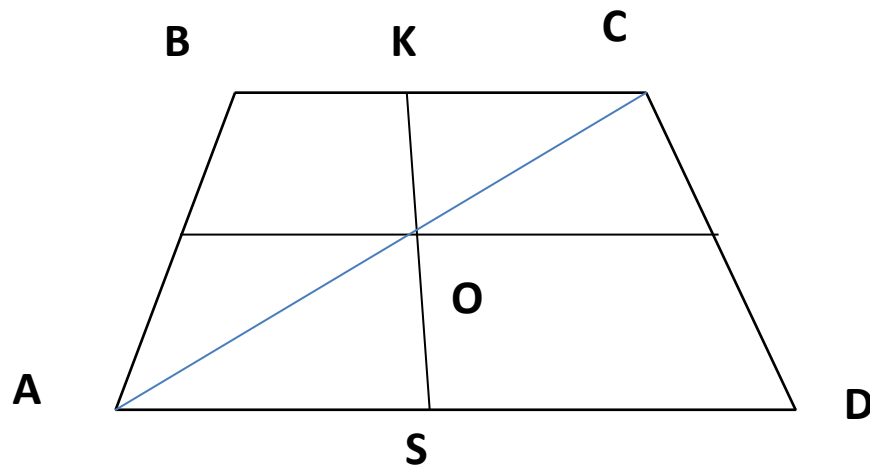
Задача 4

Найдите среднюю линию трапеции ABCD, если BC=16см и ее вторая средняя линия делится диагональю в отношении 1:2.



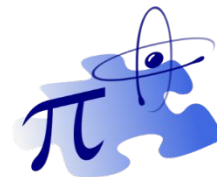
Рассмотрим $\triangle КОС$ и $\triangle SOA$. Они подобны по стороне и прилежащим углам. Значит
Так как точка К середина отрезка BC, то $KC=8$ см, а $AS=16$ см.
Следовательно, $AD=32$ см.

$$\frac{KO}{OS} = \frac{KC}{AS} = \frac{1}{2}. \quad ML = \frac{BC + AD}{2} = \frac{16 + 32}{2} = 24(\text{см}).$$



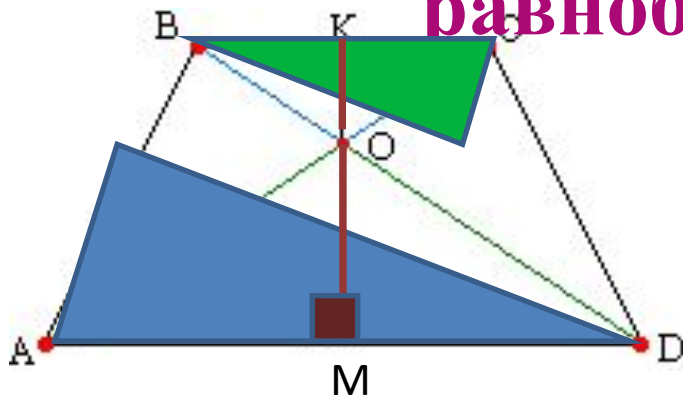
Задача 5

Вторая средняя линия равнобокой трапеции перпендикулярна её основаниям.

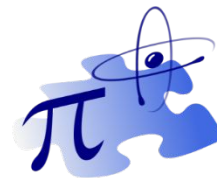


$\triangle AOD$ и $\triangle BOC$
равнобедренные

OM и OK медианы

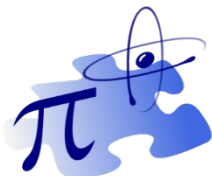


$$KM \perp BC, KM \perp AD$$



ВЫВОДЫ:

- 1. В процессе собственных информационных поисков получены не известные факты для школьников о второй средней линии трапеции.**
- 2. Изучены особенные свойства средней линии**
- 3. Рассмотрены практическое решение математических задач с использованием свойств средней линии трапеции.**
- 4. Составлены собственные математические задачи и их решение.**
- 5. Получены новые для меня знания и умения, повысилась заинтересованность к изучению математики.**



*«Геометрия полна приключений,
потому что за каждой задачей
скрывается приключение
мысли...»*

В.Произолов