

ГЛАВА I. ПОВТОРЕНИЕ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

1.4. Умножение и деление дробей

Чтобы умножить дробь
на натуральное число,
нужно умножить
на это натуральное число
числитель дроби,
оставив знаменатель без изменений.

$$\frac{2}{15} \cdot 7 = \frac{2 \cdot 7}{15} = \frac{14}{15}$$

Произведением дроби на единицу
является сама эта дробь:

$$\frac{x}{y} \cdot 1 = \frac{x}{y}$$

Чтобы разделить дробь
на натуральное число,
большее единицы,
нужно умножить
на это натуральное число
знаменатель дроби.

$$\frac{x}{y} : n = \frac{x}{y \cdot n}$$

Произведением двух дробей является дробь,
числитель которой равен
произведению числителей,
а знаменатель – произведению знаменателей.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{m}{n} = \left(\frac{x}{y} : n \right) \cdot m =$$
$$= \frac{x}{y \cdot n} \cdot m = \frac{x \cdot m}{y \cdot n}$$

Если взять любую дробь $\frac{m}{n}$
и «**перевернуть**» её, поменяв
числитель и знаменатель местами,
то получим дробь $\frac{n}{m}$.

Дроби $\frac{m}{n}$ и $\frac{n}{m}$

называются **взаимно обратными**.

Произведение
взаимно обратных дробей
равно 1.

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} = \frac{\overset{1}{\cancel{m}} \cdot \overset{1}{\cancel{n}}}{\underset{1}{\cancel{n}} \cdot \underset{1}{\cancel{m}}} = 1$$

Используя взаимно обратные дроби, мы можем деление дробей свести к умножению.

Правило деления двух дробей записывается как:

$$\frac{x}{y} : \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \cdot \frac{b}{a} = \frac{x \cdot b}{y \cdot a}$$

$$y \neq 0, b \neq 0, a \neq 0$$

Чтобы разделить дробь на дробь, можно делимое умножить на дробь, обратную делителю.

$$\begin{aligned} \frac{6}{7} : \frac{20}{21} &= \frac{6}{7} \cdot \frac{21}{20} = \\ &= \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{10}{\cancel{20}}} = \frac{3 \cdot 3}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

Чтобы разделить натуральное число на дробь, можно взять обратную дробь и умножить её числитель на натуральное число.

$$\begin{aligned} n : \frac{x}{y} &= \frac{n}{1} : \frac{x}{y} = \\ &= \frac{n}{1} \cdot \frac{y}{x} = \frac{n \cdot y}{1 \cdot x} = \frac{n \cdot y}{x} \end{aligned}$$

Чтобы **умножить** или **разделить**
смешанные дроби,
можно записать их
в виде **неправильных дробей**
и выполнить **действия так же**,
как с **правильными дробями**.

Умножение и деление дробей

Умножение смешанных дробей

Пример 1

$$3\frac{5}{12} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{41}{12} \cdot \frac{11}{5} = \frac{451}{60} = 7\frac{31}{60}$$

Пример 2

$$\left(1\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{6} \cdot \frac{11}{6} = \frac{121}{36} = 3\frac{13}{36}$$

Пример 3

$$3\frac{5}{17} \cdot 2 = \left(3 + \frac{5}{17}\right) \cdot 2 = 6 + \frac{10}{17} = 6\frac{10}{17}$$

Умножение и деление дробей

Деление смешанных дробей

Пример 1

$$3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{5} = \frac{7}{2} : \frac{11}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{22} = 1\frac{13}{22}$$

Пример 2

$$\begin{aligned} 3\frac{5}{12} : 3 &= \left(3 + \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{1}{3} = \\ &= 3 \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3} = 1 + \frac{5}{36} = 1\frac{5}{36} \end{aligned}$$

Выполните следующие задания:

Умножьте и разделите дробь $\frac{6}{7}$ на число 3.

Найдите произведение дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{9}$.

Разделите дробь $\frac{3}{7}$ на дробь $\frac{3}{14}$.

Вычислите произведение и частное смешанных дробей:

$3\frac{1}{5}$ и $2\frac{3}{4}$; $4\frac{3}{8}$ и $4\frac{4}{5}$; $2\frac{1}{3}$ и $3\frac{1}{2}$.