

Проект по теме : Применения производной к исследованию функции

>>>Работа выполнена учениками 11Б
класс МОУ Алексеевской СОШ

>>>Ласковым Станиславом и Васильевым
Владиславом

>>>Под руководством учителя математики
Плешаковой Ольги Владимировны

2010 год

СОДЕРЖАНИЕ

(можно использовать как ссылки)

- Из истории
- Понятия производной
- Определение производной
- Правила дифференцирования и таблица производных
- Примеры применения производной к исследованию функций
- Точка максимума
- Точка минимума
- Экстремумы функции
- Пример
- Источники

ИЗ ИСТОРИИ

Дифференциальное исчисление было создано Ньютоном и Лейбницем в конце 17 столетия на основе двух задач: 1) о разыскании касательной к произвольной линии 2) о разыскании скорости при произвольном законе движения. Еще раньше понятие производной встречалось в работах итальянского математика Тартальи (около 1500 - 1557 гг.) - здесь появилась касательная в ходе изучения вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета снаряда. В 17 веке на основе учения Г.Галилея о движении активно развивалась кинематическая концепция производной. Различные изложения стали встречаться в работах у Декарта, французского математика Роберваля, английского ученого Л. Грегори. Большой вклад в изучение дифференциального исчисления внесли Лопиталь, Бернуллы, Лагранж, Эйлер, Гаусс.

Понятие производной

- Пусть $y = f(x)$ есть непрерывная функция аргумента x , определенная в промежутке $(a; b)$, и пусть x_0 - произвольная точка этого промежутка. Дадим аргументу x приращение Δx , тогда функция $y = f(x)$ получит приращение $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$. Предел, к которому стремится отношение $\Delta y / \Delta x$ при $\Delta x \rightarrow 0$, называется производной от функции $f(x)$.

Определение производной

Определение. Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при Δx , стремящемся к нулю.

Правила дифференцирования и таблица производных

$$c' = 0$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$x' = 1$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(cu)' = cu'$$

$$(vx)' = \frac{1}{2vx}$$

$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(ax)' = ax$$

$$(ctgx)' = \frac{1}{\sin 2x}$$

$$\frac{\left(\frac{u}{v}\right)' = (u'v - uv')}{v^2} = \frac{1}{v(1-x^2)}$$

$$\frac{(\log ax)' = (\log ae)}{x(\arccos x)'} = \frac{-1}{v(1-x^2)}$$

$$(\ln x)' = 1$$



Примеры применения производной к исследованию функции

- Из пунктов Четные и нечетные функции Из пунктов Четные и нечетные функции, Построение графиков четных и нечетных функций Из пунктов Четные и нечетные функции, Построение графиков четных и нечетных функций и Периодические функции, что построение графика функции лучше начинать с ее исследования, которое состоит в том, что для данной функции:

- 1) находят ее область определения;
- 2) выясняют, является ли функция f четной или нечетной, является ли периодической.

Далее находят: 3) точки пересечения графика с осями координат;

4) промежутки знакопостоянства;

5) промежутки возрастания и убывания;

6) точки экстремума и значения f в этих точках

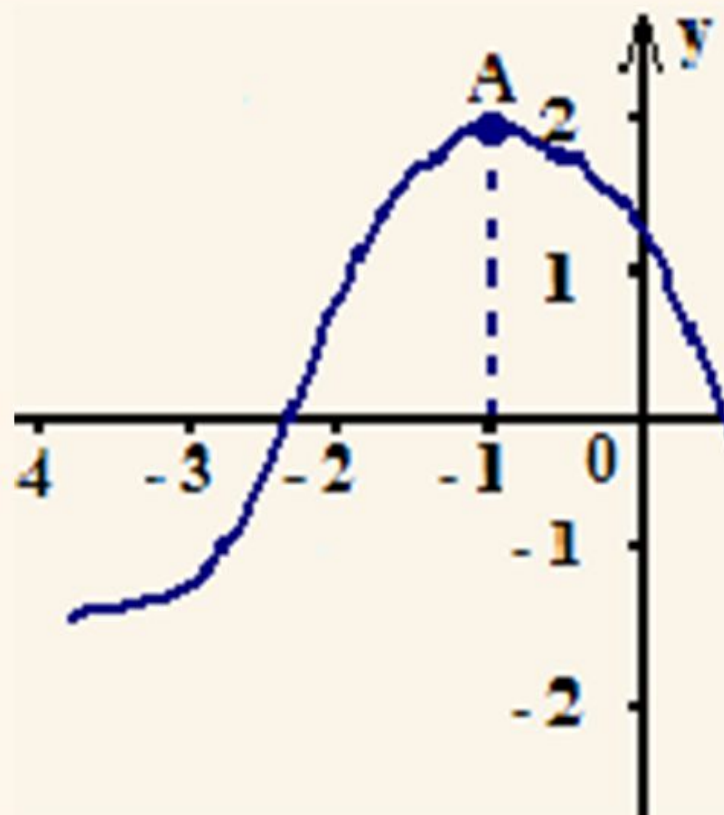
и 7) исследуют поведение функции в окрестности «особых» точек и при больших по модулю x .

На основании такого исследования строится график функции.

Исследование функции на возрастание (убывание) и на экстремум удобно проводить с помощью производной. Для этого сначала находят производную функции f и ее критические точки, а затем выясняют, является ли функция возрастающей (убывающей) на промежутках, ограниченных критическими точками, и является ли функция в этих точках локальным максимумом (минимумом).

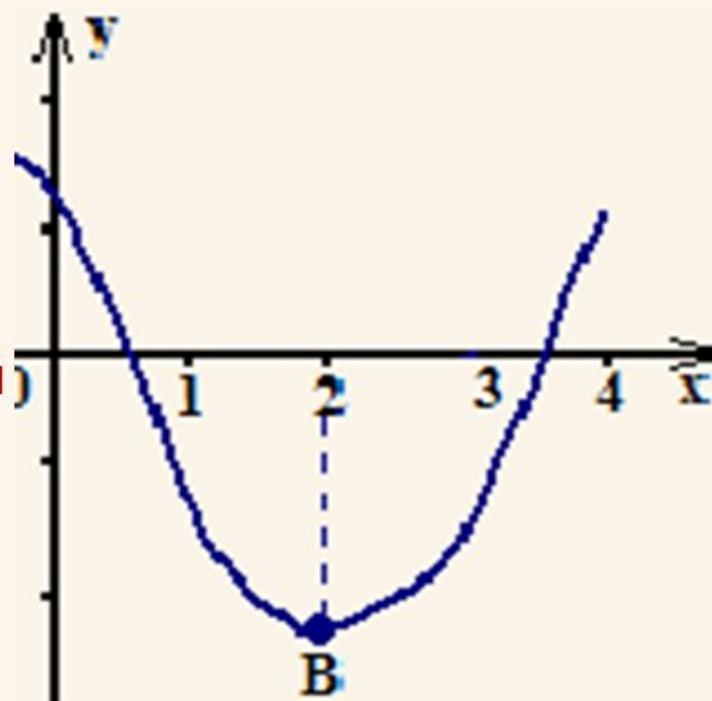
Точка максимума

- Если взять точки из окрестности точки $x = -1$, то значения функции в этих точках будут меньше, чем значение функции в точке $x = -1$.
- Определение
Точка x_0 называется **точкой максимума** функции $f(x)$, если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.



Точка минимума

- Рассмотрим точки из окрестности точки $x = 2$. Значения функции в этих точках будут больше, чем значение функции в точке $x = 2$.
- Точка x_0 называется **точкой минимума** функции $f(x)$, если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

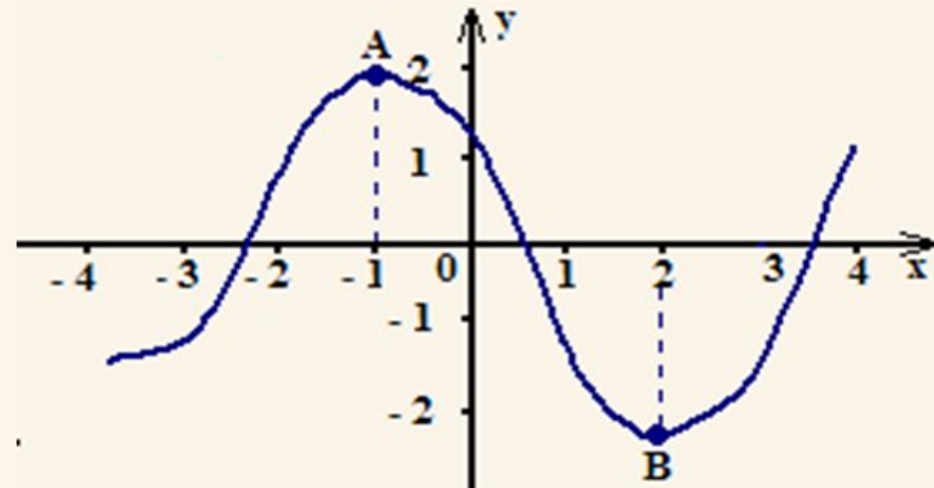


Экстремумы функции

- Точки максимума и минимума называются **точками экстремума** функции и обозначаются:
 $x_{\max}$, $x_{\min}$.
- Значения функции в этих точках называются **экстремумами функции** и обозначаются:
 $y_{\max} = f(x_{\max})$, $y_{\min} = f(x_{\min})$.

пример

- Рассмотрим график функции $y=h(x)$. Область определения функции $h(x)$ - все действительные числа. Если двигаться вдоль графика функции $h(x)$ слева направо, то до точки А ($x = -1$) мы поднимаемся по кривой. Перейдя через эту точку и продолжая двигаться в том же направлении, мы будем уже спускаться. Спуск по кривой будет продолжаться, пока не дойдём до точки В ($x = 2$). Перейдя через точку В, снова будем подниматься, двигаясь по кривой слева направо. В точке А функция меняет характер монотонности от возрастания к убыванию, а в точке В - от убывания к возрастанию. Точка $x = -1$ называется **точкой максимума** функции $h(x)$, а точка $x = 2$ - **точкой минимума** $h(x)$.



ИСТОЧНИКИ

Учебник «Алгебра и начало анализа»

10-11 класса

(А.Н.Колмлгоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын,
Б.М.Ивлёв,С.И.Шварцбурд)

www.sverdlovsk-school8.nm.ru

<http://www.kgafk.ru/kgufk/html/uchmat4.html>

http://abc.vvsu.ru/Books/u_vyssh_m1/page0030.asp

И другие...

Оценивание
работы

Щёлкнуть
для
перехода
к
содержанию



Оцените нашу работу

ПЛОХО

УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬН
О

хорошо

отлично

Спасибо за ответ!