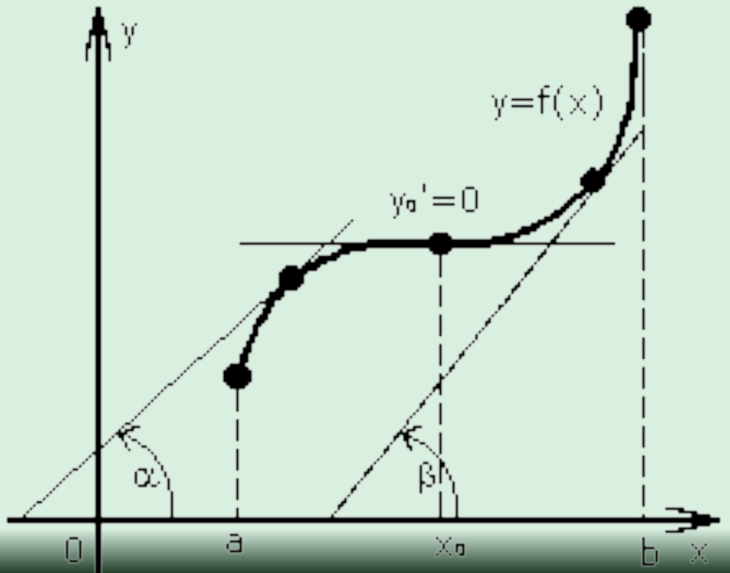
Применение производной к исследованию функции



Исследование функции и построение графика

Исследование функций с помощью производной позволяет более точно строить их графики, которые применяются для решения многих алгебраических задач.

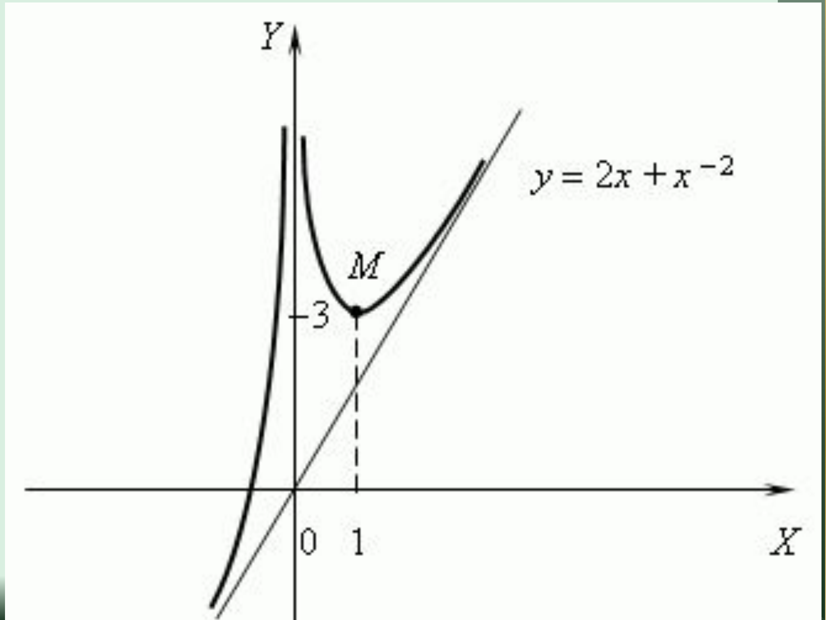


Схема исследования функции

- Область определения
- Чётность, нечётность
- Периодичность
- Точки пересечения графика с осями координат
- Промежутки знакопостоянства
- Монотонность
- Точки экстремума и значения f в этих точках
- Наибольшее и наименьшее значение f
- Вспомогательные точки
- График функции(точный или эскиз)

Область определения функции

Множество всех значений аргумента, при котором функция определена.

D(f)

$(-\infty;-4)\cup(-4;\infty)$

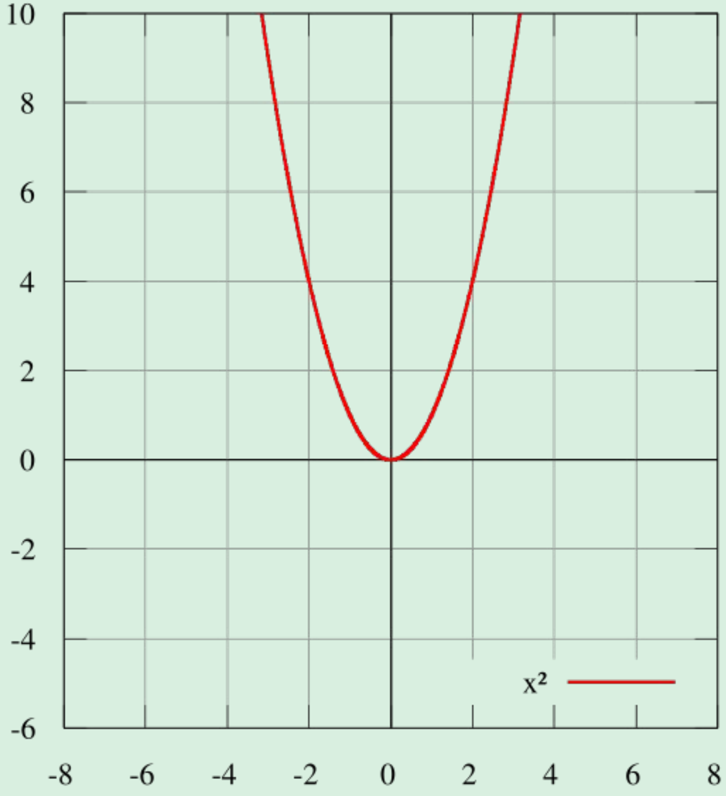
Чётность, нечётность

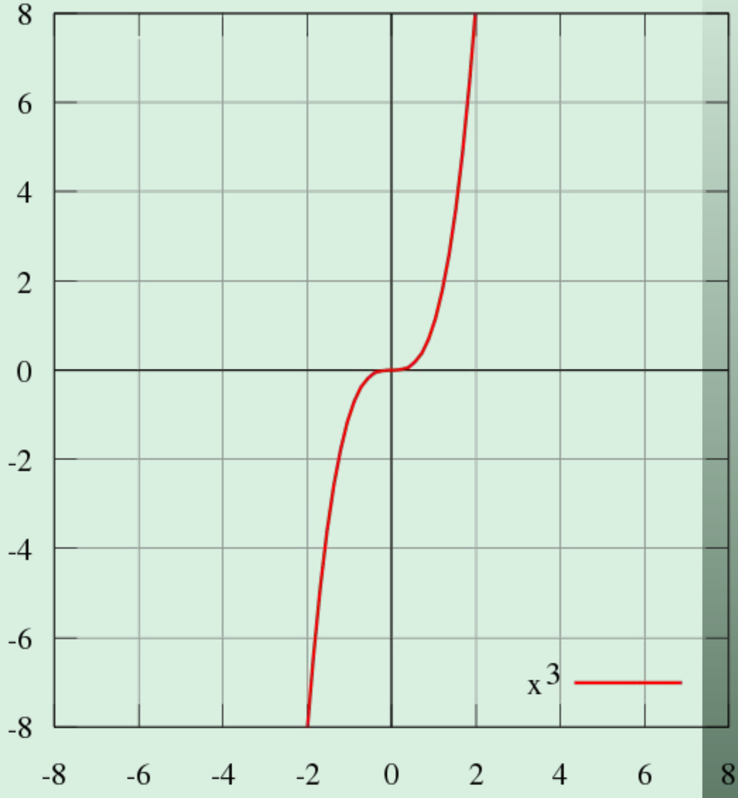
D(f)-симметрична относительно О (0;0).

Если f(-x)=f(x)-функция четная.

Если f(-x)=-f(x)-функция нечетная.

Если функция ни та, и ни другая, то она общего вида!



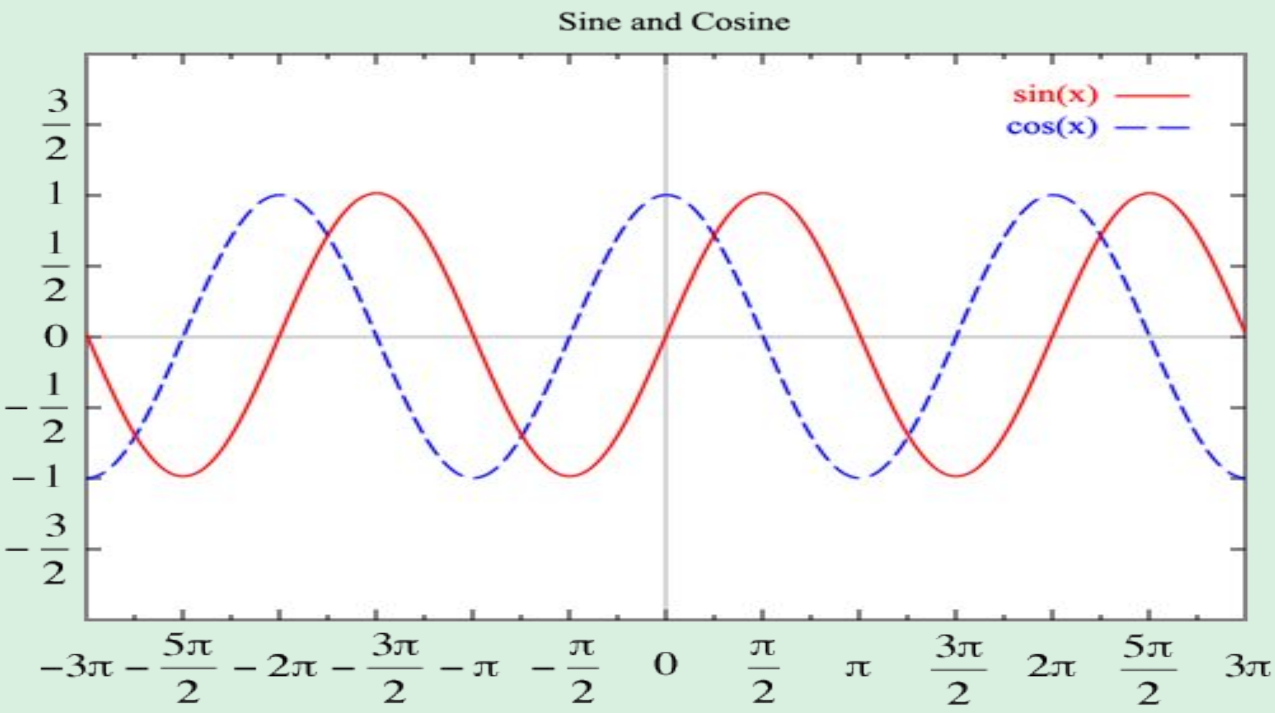


Четная функция

Нечетная функция

Периодичность

Если T-период, то f(x+T)=f(x-T)=f(x)



Синусоида- график одной из периодических функций

Точки пересечения графика с осями координат

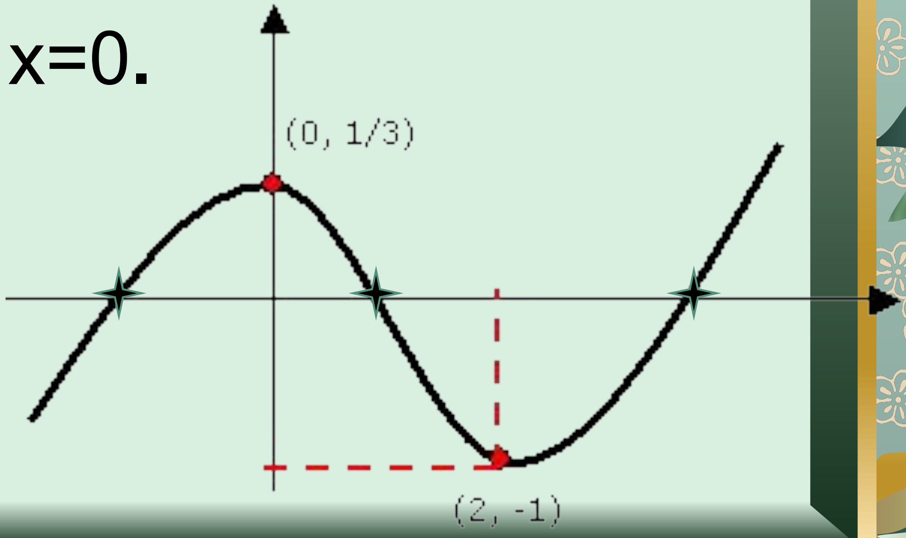
Нули функции

Значение аргумента при котором значение функции равно нулю.

С Ох, если у=0.

Пересечение графика функции

с осью с Оу, если х=0.

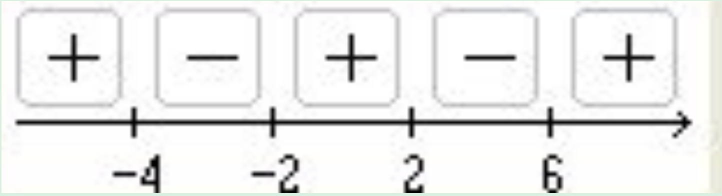


Промежутки знакопостоянства

Промежутки знакопостоянства – интервалы, на которых функция положительна или отрицательна, или, иначе, решения неравенств f(x) > 0 и f(x) < 0.

y>0, при x ε [a;b];

y<0, при x ε [a_1;b_1].



Монотонность

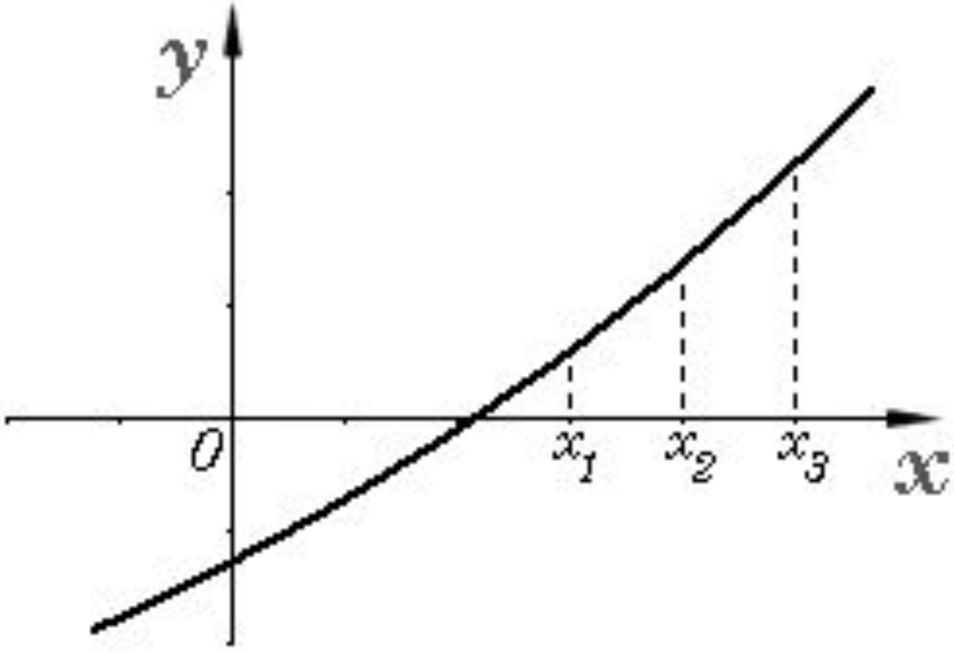
Функция f (x) называется возрастающей на промежутке D, если для любых чисел x_1 и x_2 из промежутка D таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Или выполняется условие $f'(x)>0$

Функция f (x) называется убывающей на промежутке D, если для любых чисел x_1 и x_2 из промежутка D таких, что $x_1 > x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

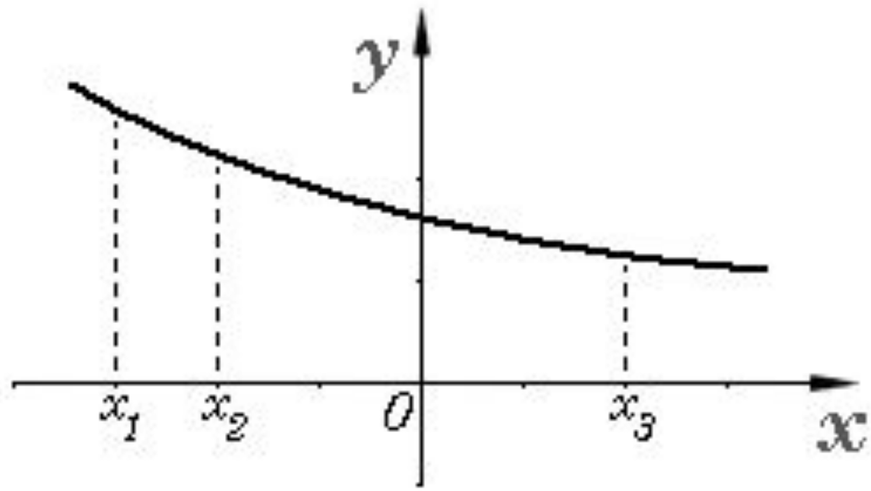
Или выполняется условие $f'(x)<0$

Промежутки возрастания и убывания – интервалы, на которых функция или возрастает, или убывает. Слова “возрастание” и “убывание” функции иногда заменяют одним словом – “монотонность” функции.

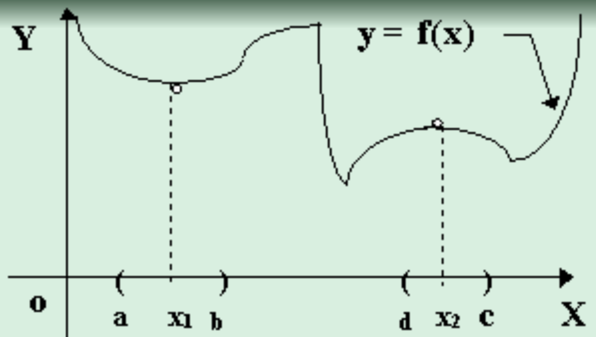


Функция возрастает

Функция убывает



Экстремумы



Точки экстремума – точки, лежащие внутри области определения, в которых функция принимает самое большое (максимум) или самое малое (минимум) значение по сравнению со значениями в близких точках

Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума

Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

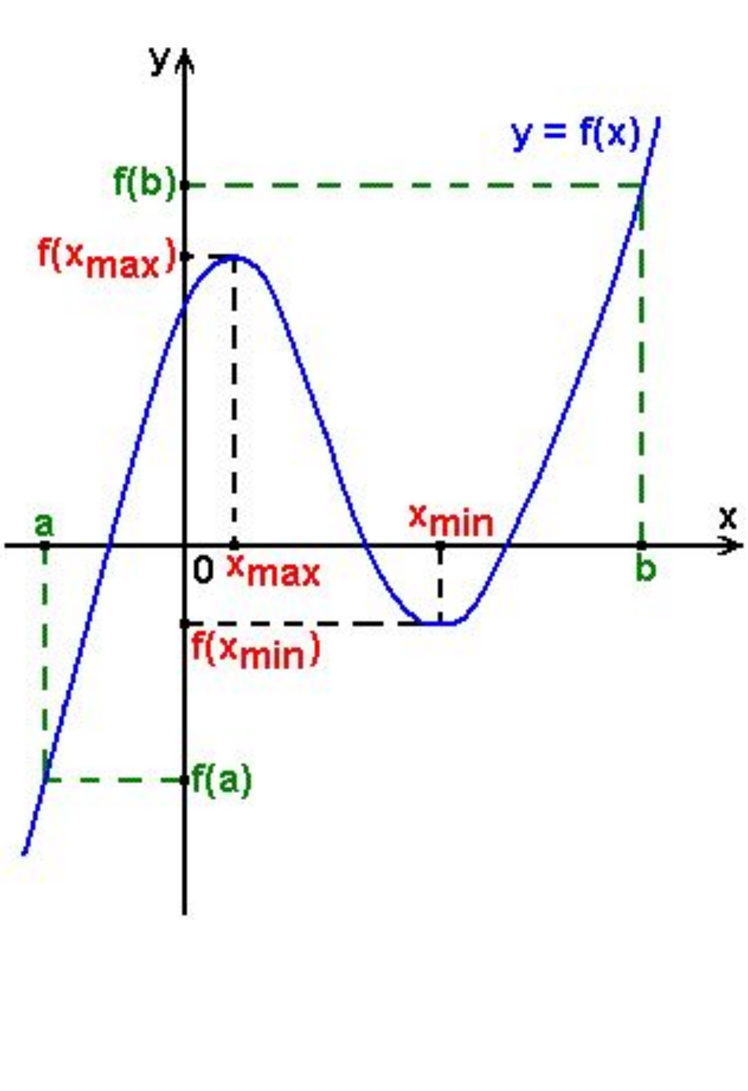
Множество значений функции Наибольшее и наименьшее значение

Множество значений функции – множество чисел, состоящее из всех значений функции.

E(f)

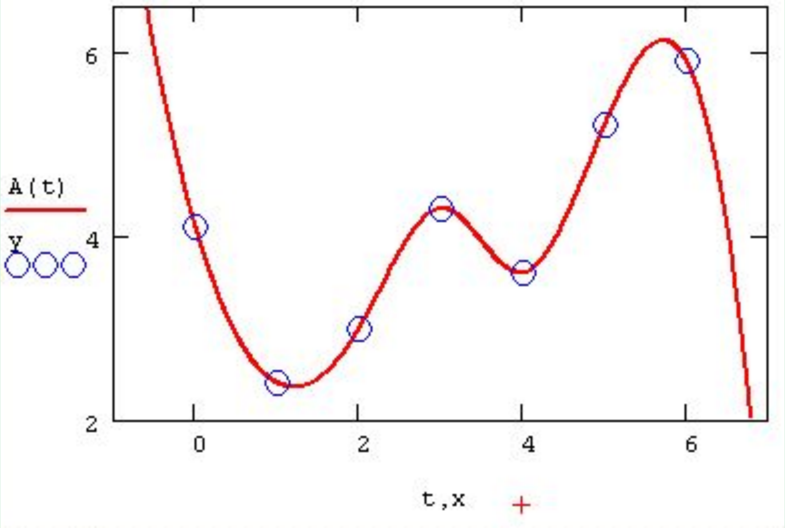
Непрерывная на отрезке [a;b] функция f принимает на этом отрезке наибольшее и наименьшее значение, либо на концах промежутка, либо в критических точках, в которых f‘=0

Наибольшее и наименьшее значение функции



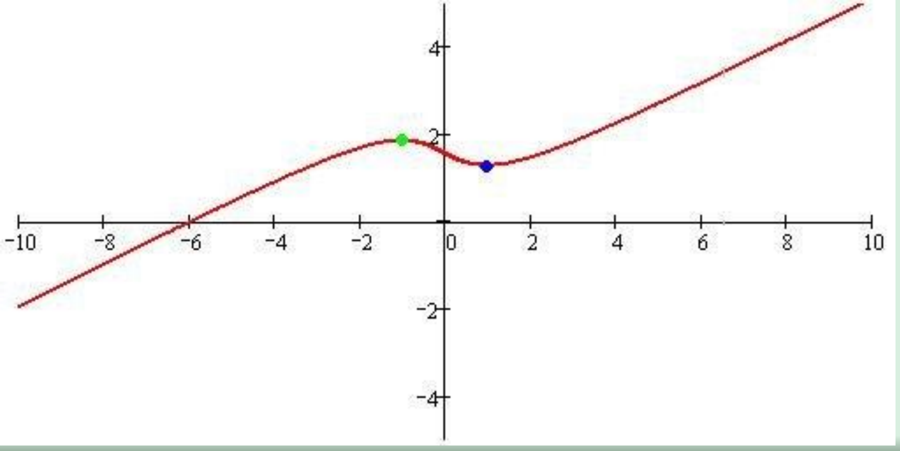
Вспомогательные точки

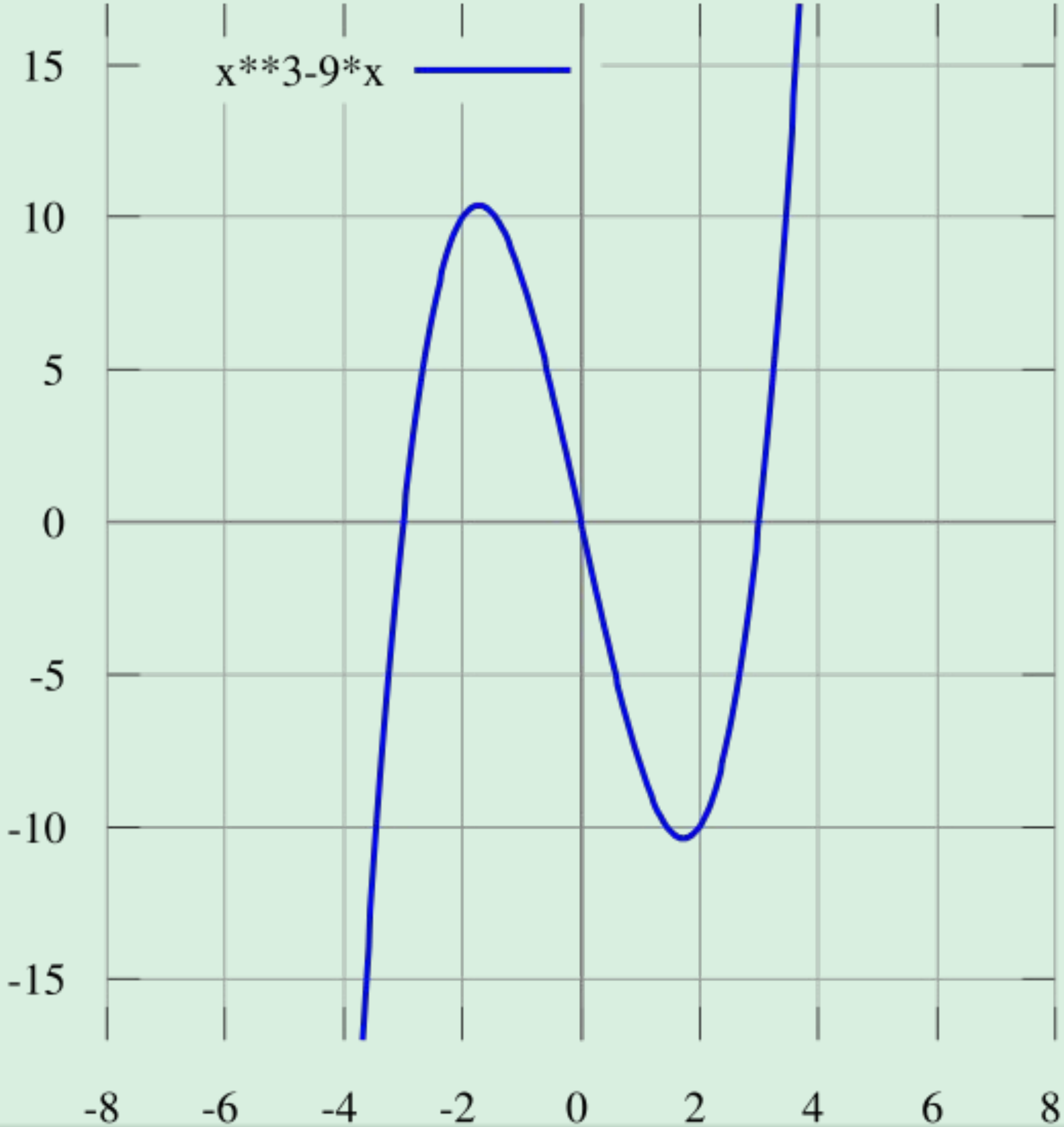
Точки, требуемые при построения графика.(Если выявленных точек не достаточно для построения графика)



График

График функции — множество точек, у которых абсциссы являются допустимыми значениями аргумента x, а ординаты — соответствующими значениями функции y.




x**3-9*x
15
10
5
0
-5
-10
-15
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8

Исследование функции $y=(x^2+x)/(x^2-3x+2)$

1. Упростим выражение

$y=(x^2+x)/(x^2-3x+2)$; $y=(x^2+x)/((x-1)*(x-2))$

$D(f)=R\backslash 1,2$

2. Функция общего вида,

т.к. $f(-x)\neq f(x)$ и $f(-x)\neq -f(x)$

- Непериодическая
- С осью оу $x=0$, тогда $y=0$;

  С осью ох $y=0$, тогда $(x^2+x)/(x^2-3x+2)=0$

  $x^2+x=0$

  $x*(x+1)=0$

  $x=0$ или $x=-1$

5. Промежутки знакопостоянства

5. Находим производную функции

$y'=(-4x^2+4x+2)/((x-1)^2*(x-2)^2)$

D(f')=R\1;2

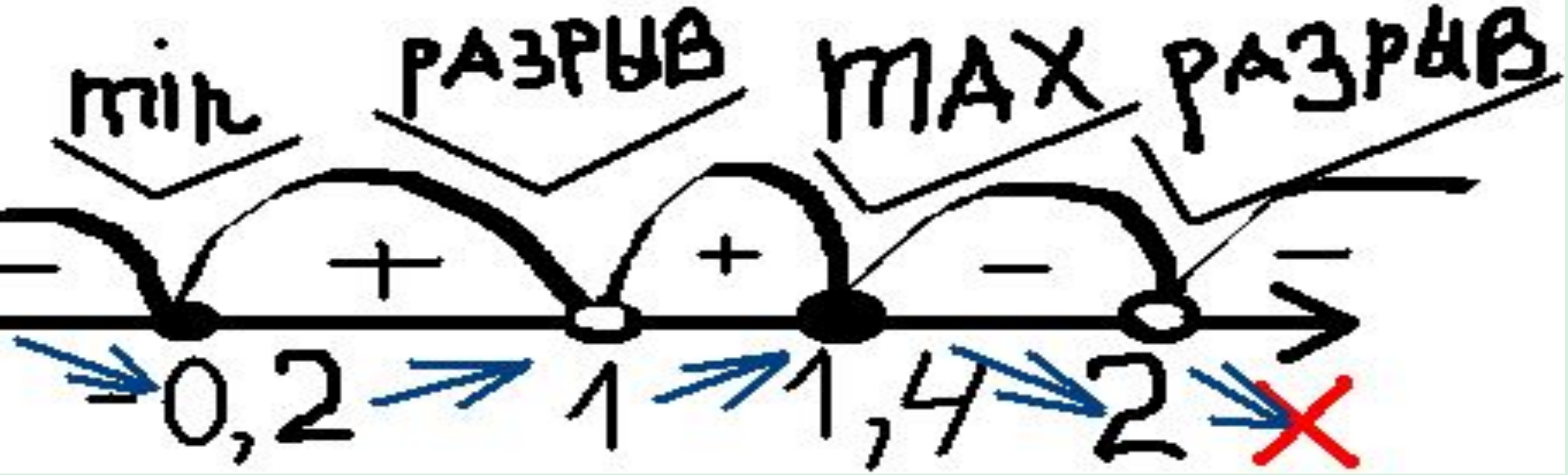
7. Находим промежутки возрастания и убывания функции

$(-4x^2+4x+2)/((x-1)^2*(x-2)^2)=0$

$-4x^2+4x+2=0$

$x_1= (-1+\sqrt{3})/-2 \approx 1,4;$

$x_2= (-1-\sqrt{3})/-2 \approx -0,4;$



8. Экстремумы

$x = (-1+\sqrt{3})/-2$ -точка минимума;

$y((-1+\sqrt{3})/-2)=(2-2\sqrt{3})/(3+2\sqrt{3})$

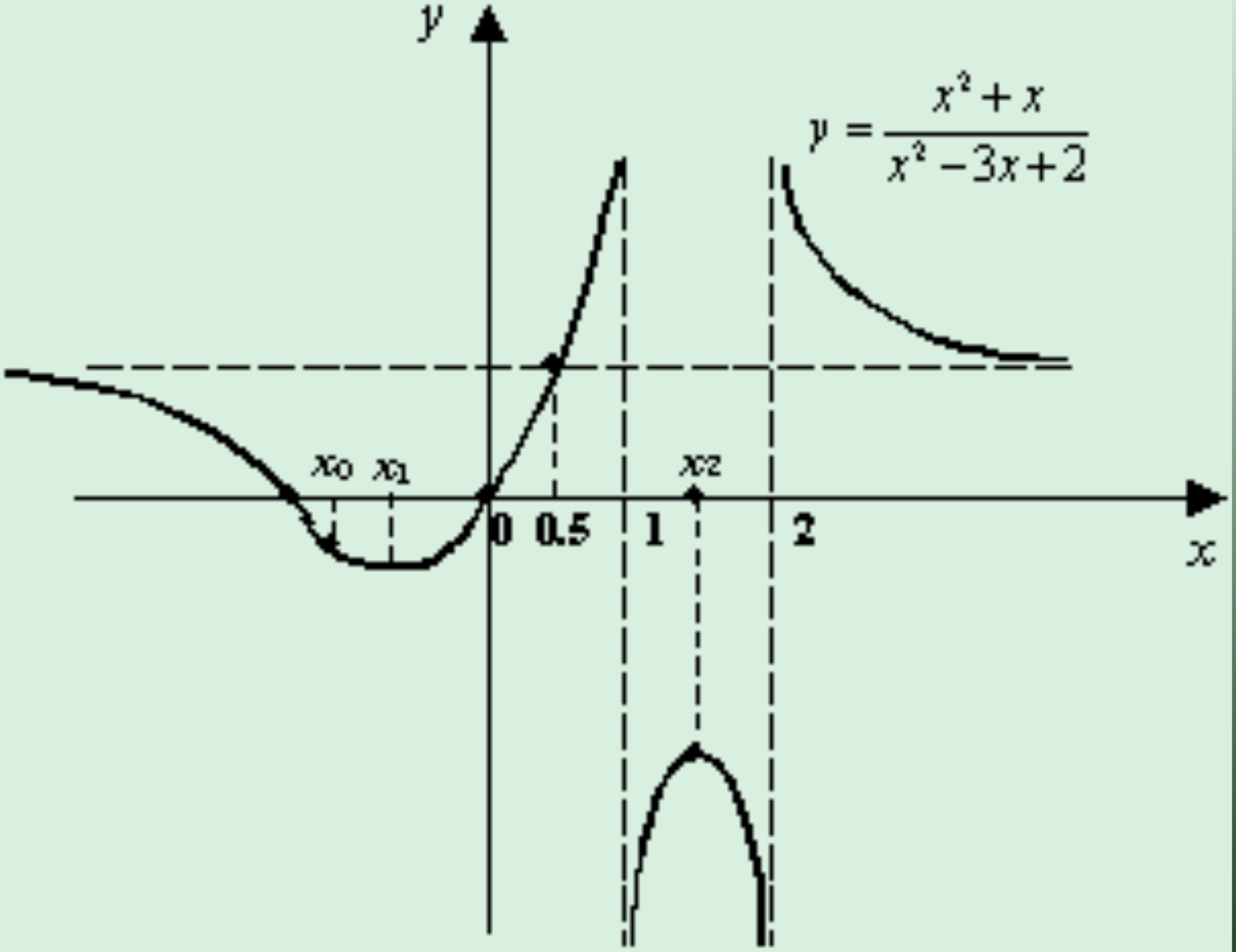
$x = (-1-\sqrt{3})/-2$-точка максимума;

$y((-1+-\sqrt{3})/-2)=(2+2\sqrt{3})/(3-2\sqrt{3})$

9.

$E(y)=(-\infty;(2-2\sqrt{3})/(3+2\sqrt{3})_{\cup}(2+2\sqrt{3})/(3-2\sqrt{3});+\infty)$

10. График



y
$y = \dfrac{x^2 + x}{x^2 - 3x + 2}$
x_0
x_1
x_2
0
0.5
1
2
x

Литература

www.wikipedia.org

www.www.schoolru.narod.ru

www.images.yandex.ru

www.edu.ru

Энциклопедия «Кирилла и Мефодия»