

# **Применение определенного интеграла**

Цель:

Изучение определенного интеграла  
и его применение.

# Задачи:

- ✓ проанализировать научную и методическую литературу по данной теме;
- ✓ рассмотреть понятие определенного интеграла;
- ✓ рассмотреть практическое применение интегралов в физике и геометрии;
- ✓ провести сравнительный анализ наиболее распространенных в средней школе учебных пособиях;
- ✓ разработать факультативный курс по теме «Применение определенного интеграла».

# Содержание:

## Введение.

### Гл. 1. Неопределенные и определенные интегралы.

§1. Неопределенный интеграл, его свойства.

§2. Методы интегрирования.

§3. Определенный интеграл.

§4. Свойства определенного интеграла.

### Гл. 2. Различные подходы теории интеграла в учебных пособиях для школьников.

§1. Вводные замечания.

§2. Суммы Дарбу.

§3. Интегральная сумма.

§4. Свойство разности значений первообразной.

§5. Оценка разности  $S$ -s.

§6. Остальные результаты

§7. Анализ изложения темы «Определенный интеграл» в современных учебниках.

## Гл.3. Применение определенного интеграла.

- §1. Вычисление длины кривой.
- §2. Точное определение понятия площади плоской фигуры.
- §3. Площадь трапеции, выраженная интегралом.
- §4. Определение объема тела.
- §5. Объем тела вращения.
- §6. Нахождение статических моментов и центра тяжести кривой.
- §7. Нахождение статических моментов и центра тяжести плоской фигуры.
- §8. Механическая работа.

## Гл. 4. Разработка факультатива по теме «Определенный интеграл».

Заключение.

Список литературы.

Опр. Пусть функция  $f$  задана на отрезке  $[a, b]$  и имеет на нем первообразную  $F$ . Разность  $F(b) - F(a)$  называют определенным интегралом функции  $f$  по отрезку  $[a, b]$  и обозначают:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



# Подходы к построению теории интеграла:

- предел интегральных сумм;
- приращение первообразной;
- единственное число, расположенное между нижними и верхними суммами Дарбу.



Формула объема тела через площадь сечений:

$$V = \int_a^b f(x) dx$$

Формула объема тела вращения:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Формула вычисления механической работы:

$$A = \int_{s_0}^S F \cos(F, s) ds$$



# Факультатив «Применение определенного интеграла»

Разработан для 11 классов.

Состоит из 6 уроков по 40 минут.

Цели:

- ✓ повышение интереса учащихся к предмету;
- ✓ расширение и углубление знаний;
- ✓ развитие мышление;
- ✓ повторение данной темы перед вступительными экзаменами и ЕГЭ.

Пример.

Вычислить объем тела, образованного вращением  
вокруг оси  $Ox$  одной полуволны синусоиды  
 $y = \sin x$

Решение: Воспользуемся формулой для вычисления  
объема тела вращения получаем  $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$  далее  
вычисляется данный интеграл:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \left( \int_0^{\pi} dx - \int_0^{\pi} \cos 2x dx \right) = \\ &= \frac{\pi}{2} \left( x - \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2} (\text{куб.ед.}). \end{aligned}$$



