

**Краевое государственное образовательное учреждение
среднего профессионального образования
«Международный колледж сыроделия»**

Автор: – Федянова Надежда Владимировна
преподаватель.

Электронная почта – nadja_nw@mail.ru



с. Алтайское

Практическая работа

Тема: **«Применение
определенного
интеграла при решении
прикладных задач»**



**Таблица
первообразных**

Неопределенный и определенный

Интеграл

**Свойства
первообразной**

**S криволинейной
трапеции**

**Правила вычисления
первообразных**



ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

неопределенный
интеграл
(первообразная)

И.НЬЮТОН


$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный
интеграл
(площадь
криволинейной
фигуры)

Г.ЛЕЙБНИЦ



Верны ли равенства:

а) $\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$
да

б) $\int_0^5 x^2 dx = 2\frac{1}{3}$
нет

в) $\int_2^4 x^2 dx = 2x$
нет

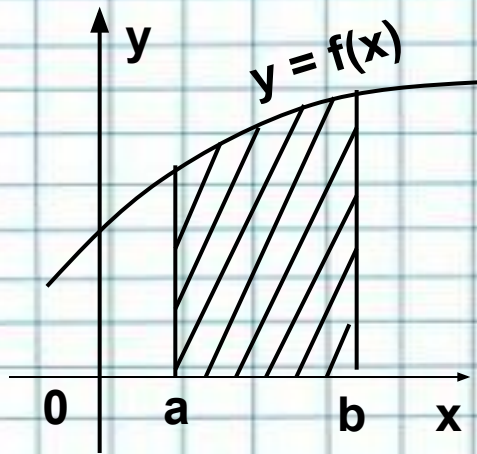
г) $\int_0^3 5 dx = \frac{5x^2}{2} \Big|_0^3 = \frac{5}{2} (3^2 - 0^2) = \frac{45}{2}$
нет

д) $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} (1 - 0) = \frac{1}{3}$
да

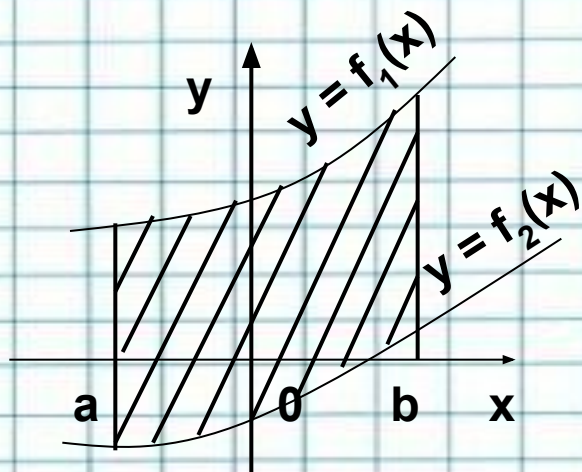


Как найти площадь фигуры ?

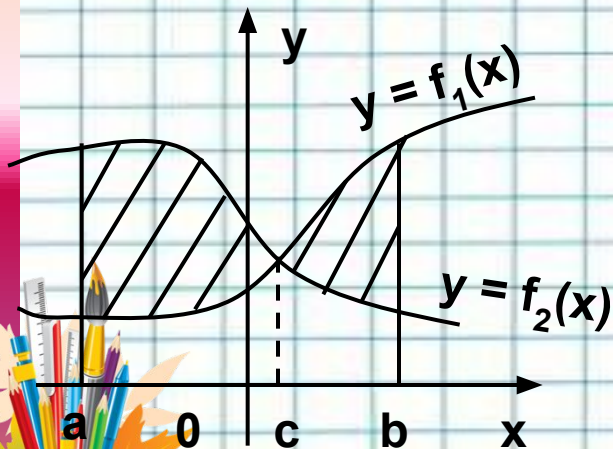
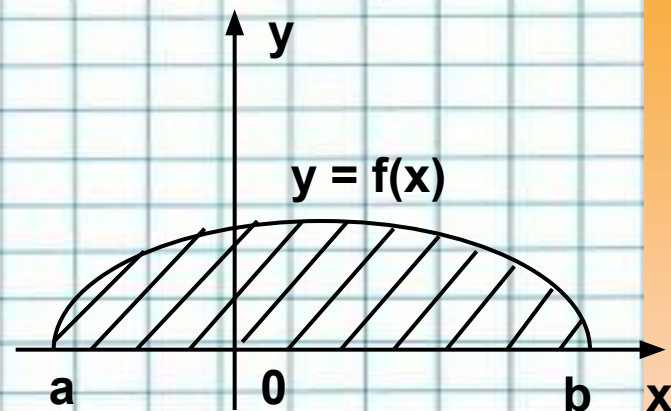
1



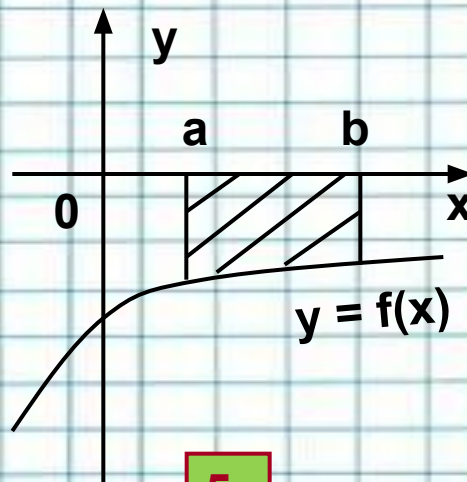
2



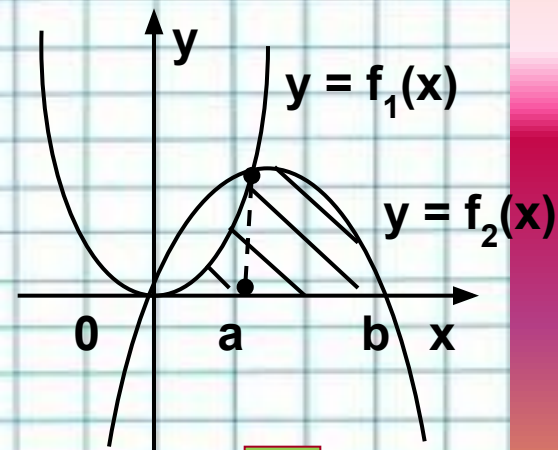
3



4



5

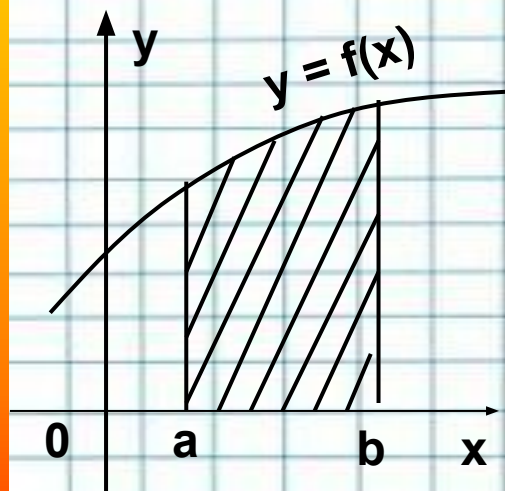


6



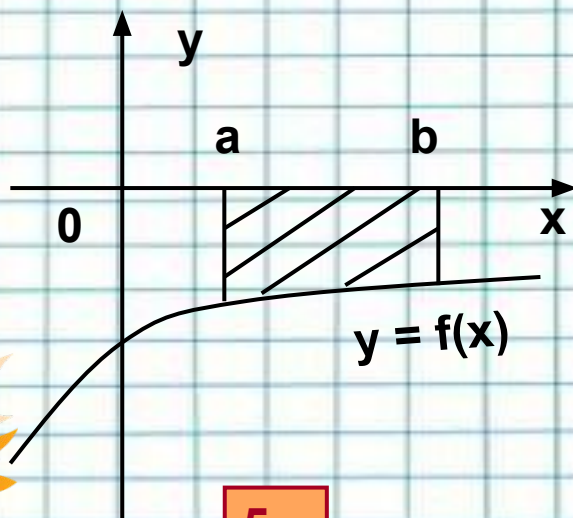
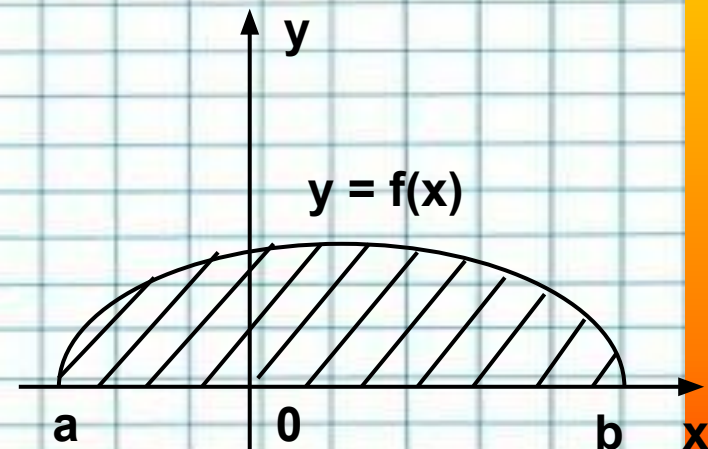
Как найти площадь фигуры ?

1



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

3



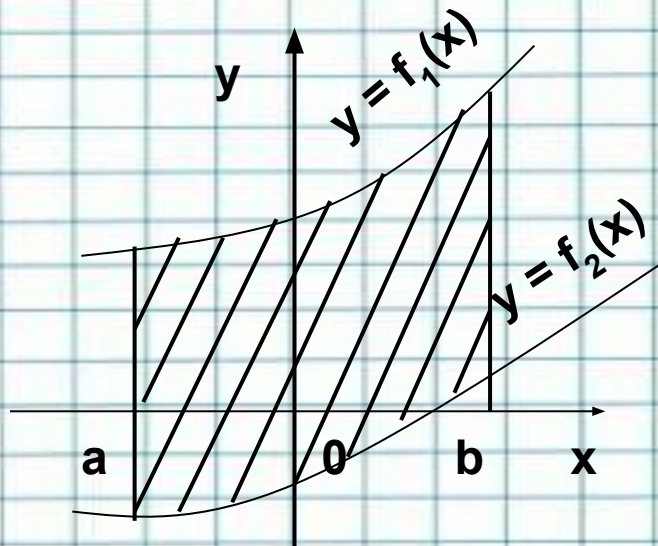
$$S = - \int_a^b f(x) dx$$

5

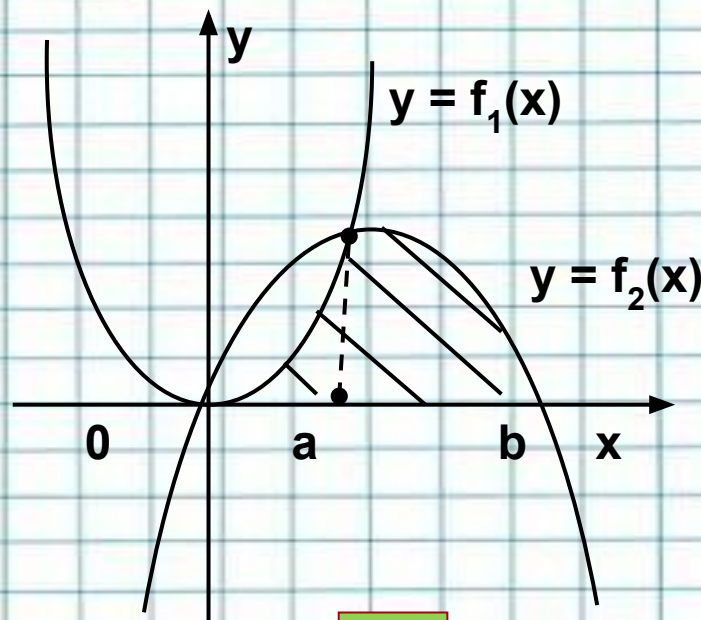


Как найти площадь фигуры ?

2



$$S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$$



6

$$S = \int_0^a f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx$$



Гипотеза

□ Возможно ли развитие современной науки без использования интеграла?



**Вычисление площади
плоской фигуры в
полярных
координатах**

**Вычисление площади плоской
фигуры в прямоугольных
координатах**

Математика

**Вычисление
интеграла**

**Вычисление площади
поверхности тела
вращения**

**Вычисление длины дуги
кривой**



$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

A - работа,
F - сила,
N - мощность

S - перемещение
v - скорость
a - ускорение

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$$

Физика

m - масса тонкого
стержня,
ρ - линейная
плотность

$$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t) dt$$

q - электрический
заряд,
I - сила тока

$$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$$

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$$

Q - количество теплоты
c - теплоемкость



q – количество товара,
 p – цена единицы товара
 $(p^*; q^*)$ – точка равновесия

CS – потребительский излишек
 PS – излишек производителя

$$CS = \int_0^{q^*} p(q) dq - p^* q^*$$

$$PS = p^* q^* - \int_0^{q^*} p(q) dq$$

G – коэффициент Джини

$$G = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

$$П = \int_0^T I(t) e^{-pt} dt$$

$П$ – дисконтированная стоимость
денежного потока,
 I – скорость денежного потока,
 p – годовая процентная ставка,
 t – время

Экономика

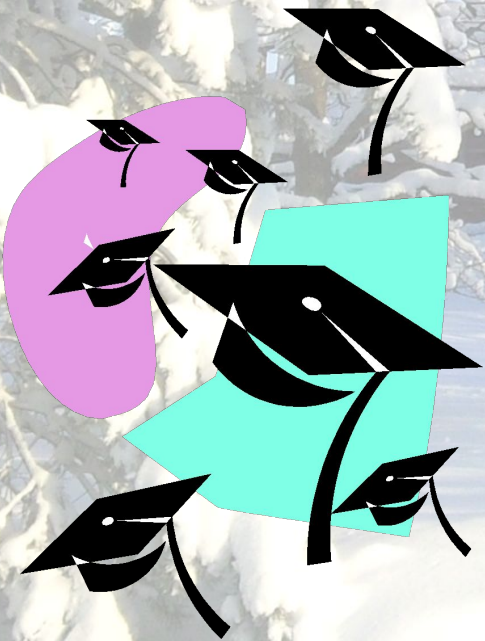
$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

f – производительность,
 t – время,
 V – объём продукции

Нет ни одной области математики,
как бы
абстрактна она ни была, которая
когда-нибудь не окажется
применимой к явлениям
действительного мира.

Н. И. Лобачевский

Практическая работа

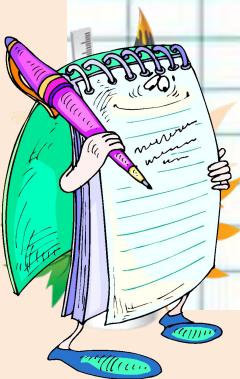
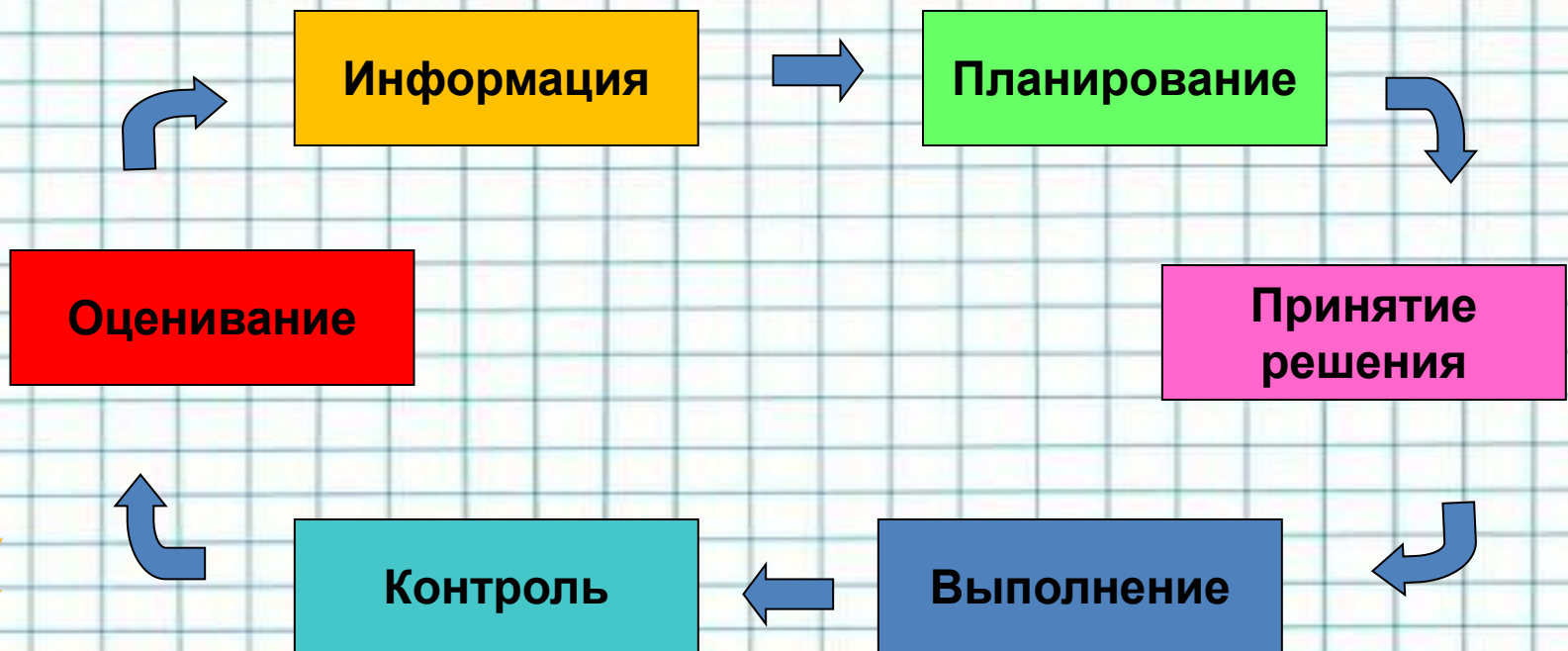


ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ МИКРОГРУПП



- Изучить схему «полного действия»;
- Самостоятельно спланировать свою работу;
- Составить алгоритм решения задач на вычисление;
- Аргументировать свою точку зрения.

Этапы работы



Комплект ролей

Все члены микрогруппы выполнят общее задание. Кроме того, разыгрываются следующие роли:

- **Журналист** (лидер, организатор работы микрогруппы) – анализирует и комментирует полученный результат, делает выводы об активности, степени увлеченности, самостоятельности работы каждого члена микрогруппы. Вносит предложения по оценке их работы. (1 человек).
- **Технический редактор** - обеспечивает методическое и материально – техническое оснащение, осуществляет подбор соответствующей формулы и проводит математическую обработку, строит соответствующие графики. (2 человека).
- **Художественный редактор** – оформляет «продукт» творческой деятельности микрогруппы на ватмане. (2 человека).
- **Корректор** – анализирует и корректирует «продукт» творческой деятельности микрогруппы. (1 человек).



Задачи с эталоном решения

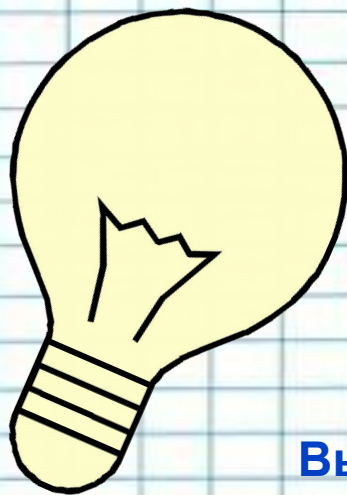


Вычислить объем колокола?

Найдите: Площадь клумбы ?



Вычислить количество израсходованной энергии?





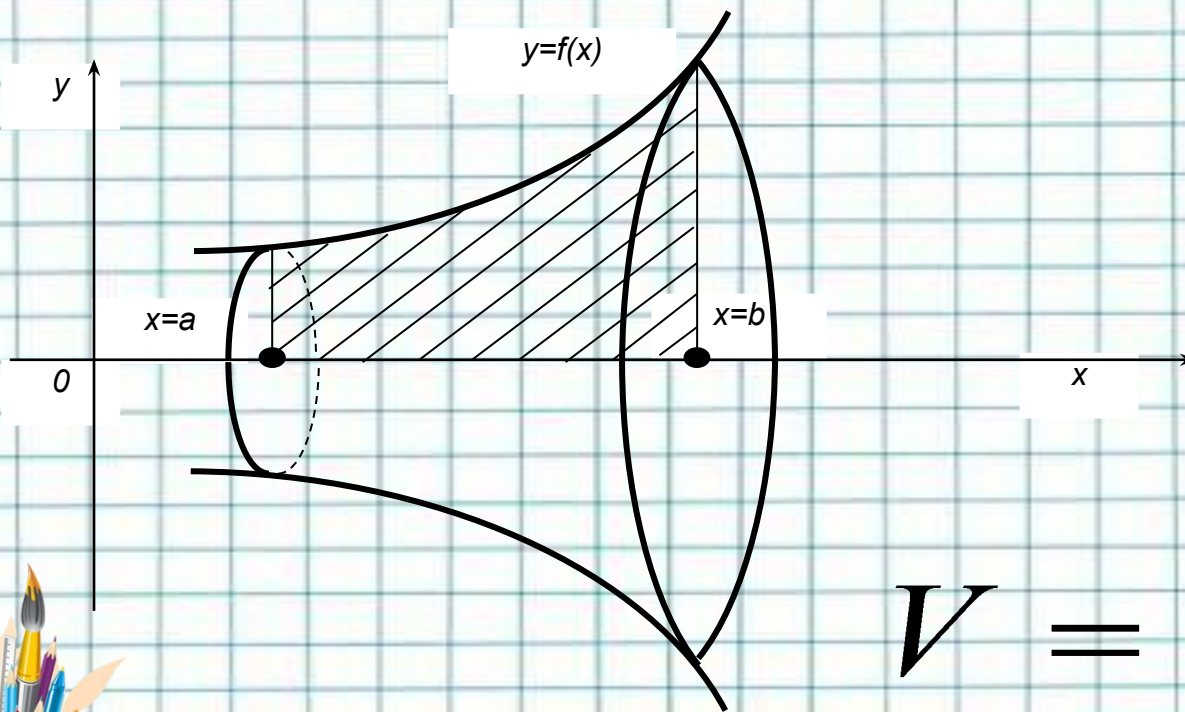
Задача для микрогруппы №1

Письмо гражданки Ксении Павловской. Уважаема редакция газеты «Тот еще районничик». К вам обращаются жители с. Куяган с предложением опубликовать в вашей газете объявление о благотворительной акции (объявить сбор денежных средств на приобретение материала для изготовления колокола, для храма Ксении Петербуржской). Но мы не знаем, сколько потребуется металла и во сколько обойдется его приобретение. За ранее вам благодарны.



Эталон решения:

$y=f(x)$ - функция, график которой есть кривая (прямая), вращающаяся вокруг оси Ox и образующая поверхность искомого тела вращения; a и b пределы интегрирования



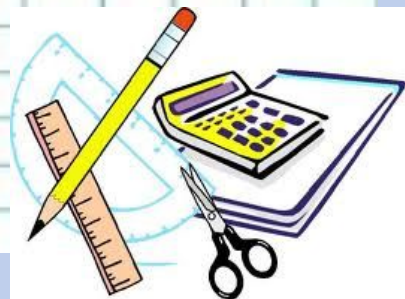
$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

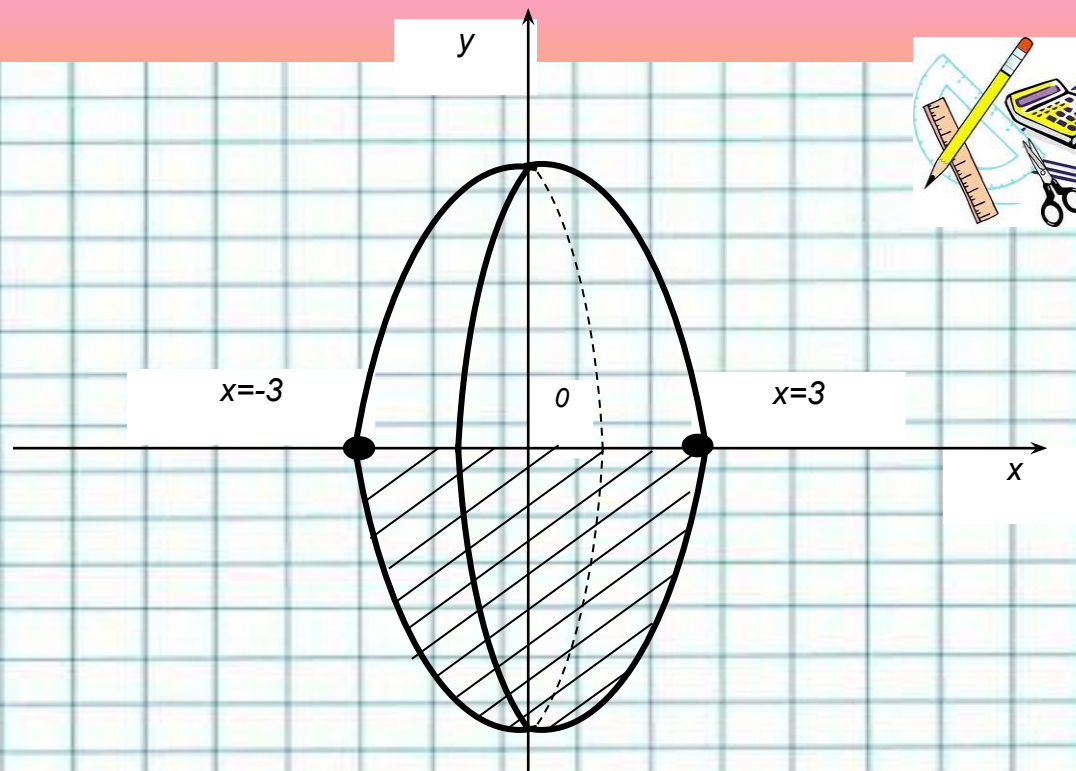


- Вычислить объем тела образованного вращением вокруг оси Ox , ограниченного указанными линиями $y = x^2 - 9$ и $y = 0$.

Решение. Выполним построение.

Пределы интегрирования в силу симметричности фигуры относительно оси Oy возьмем от 0 до 3, а затем полученный результата удвоим.





По формуле,
получим:

$$\begin{aligned} V_1 &= \pi \int_0^3 (x^2 - 9)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 18x^2 + 81) dx = \\ &= \pi \left(\frac{x^5}{5} - 6x^3 + 81x \right) \Big|_0^3 = 129,6\pi \\ V &= 2V_1 = 2 \cdot 129,6\pi = 259,2\pi (\text{куб.ед.}) \end{aligned}$$



Задача для микрогруппы №2

Перед главным корпусом филиала МКС решено разбить клумбу. Но по форме клумба не должна быть круглой, квадратной или прямоугольной. Она должна содержать в себе прямые и кривые линии. Пусть она будет плоской фигурой, ограниченной линиями $Y=4/X+2$; $X=4$; $Y=6$. Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывания этой клумбы, если за каждый m^2 выплачивают 50 руб...?



Эталон решения:

Пусть клумба будет плоской фигурой, ограниченной линиями $Y=4/X+2$; $X=4$; $Y=6$. Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывание этой клумбы, если за каждый m^2 выплачивается 50 руб...?



• Дано:

Эталон решения:

фигура ограниченная линиями
 $y=4/x+2$; $x=2$; $y=6$; $1\text{м}^2-50\text{руб.}$

• Найти: **заработок-?**

2. Найдем пределы интегрирования:

$x=4$ - по условию,

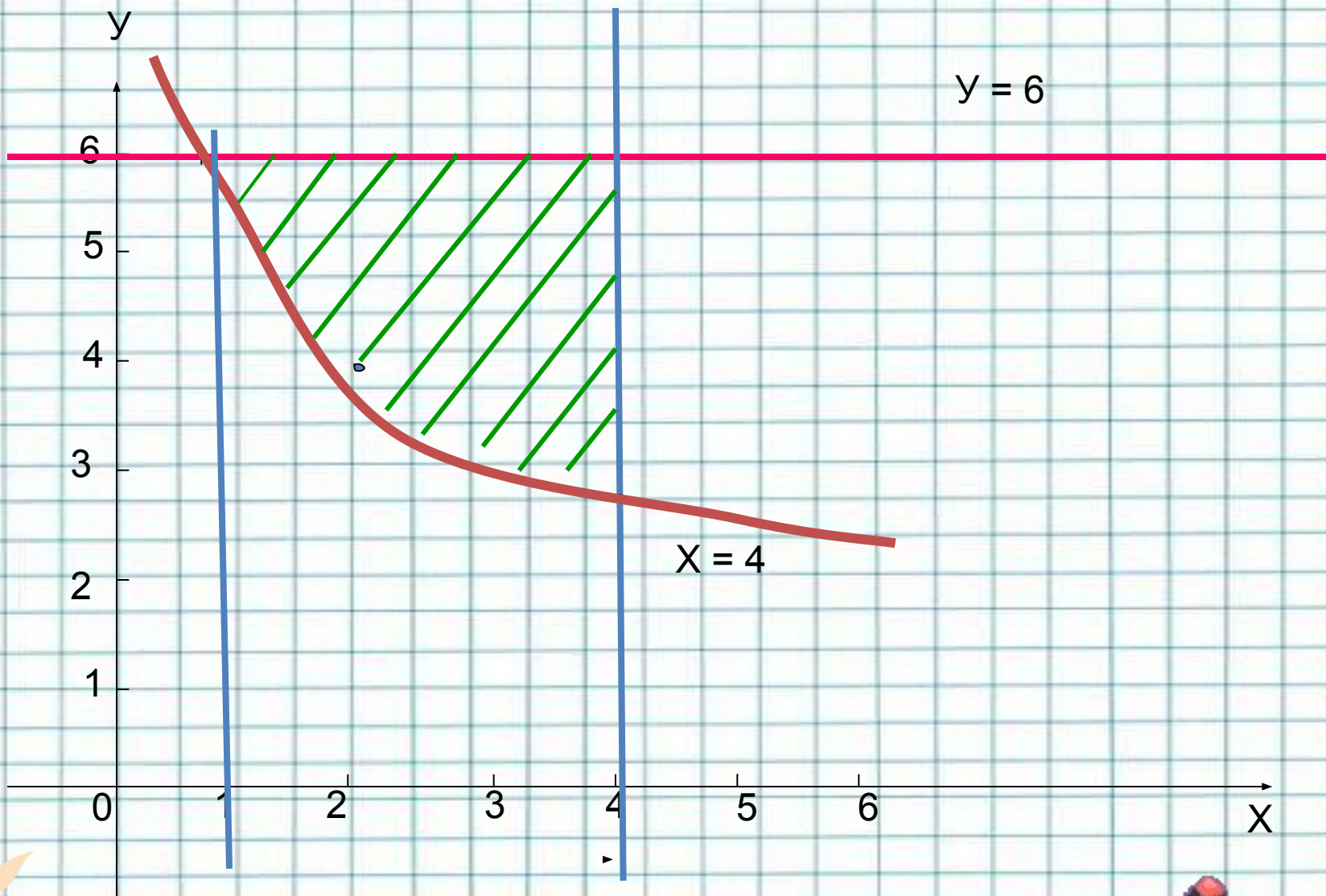
$y=4/x+4$ и $y=6$,

следовательно $4/x+2=6$;

$4/x=4$ или $x=1$

Построим график и выделим искомую
площадь:





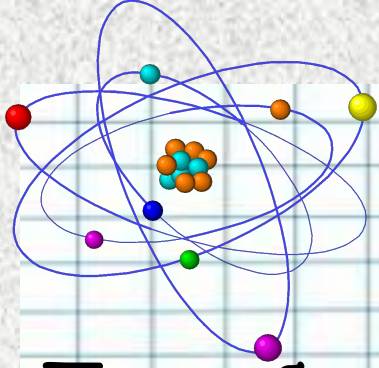
3. Вычислим площадь полученной фигуры с помощью интеграла:

$$S = \int_1^4 (6 - 4/x - 2) dx = \int_1^4 (4 - 4/x) dx = (4x - 4 \ln |x|) \Big|_1^4 = 16 - 4 \ln 4 - 4 + 4 \ln 1 = 12 - 4 \ln 4 \approx 6,4 (\text{м}^2)$$

**$6,4 \cdot 50 = 320 (\text{руб.})$ -
заработок.**

Ответ: 320 рублей.





Задача для микрогруппы №3

Потребление электроэнергии в киловатт-часах населением сел: Комара, Булукты, Белое с 8 до 18 ч приблизительно описывается функцией $y = 10\,000 - 8t + 15t^2$, где t – количество часов. Вычислить стоимость электроэнергии, потребляемой сельским поселением, если стоимость 1 квт·ч равна 1.9 руб.



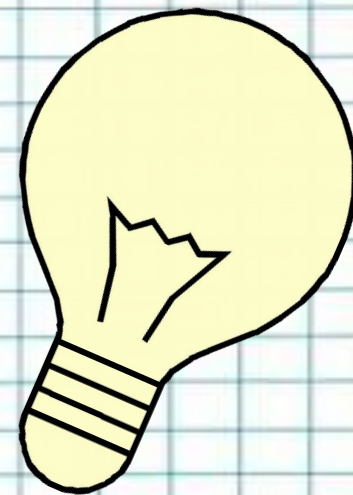
Если $f(x)$ – нагрузка на электростанцию, кВт.ч
где x число часов, отчитываемое
от начала суток, то расход
электроэнергии в течении
времени от a до b будет:

$$\sum_{a}^b f(x) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

$\Delta x \rightarrow 0$

Следовательно:

$$E = \int_a^b f(x) dx$$



- Используем данные и получаем:

$$E = \int_0^{10} (1000 - 8t + 15t^2) dt = 1000t - 4t^2 + 5t^3 \Big|_0^{10} =$$

$$= 1000 \cdot 10 - 4 \cdot 100 + 5 \cdot 1000 = 11000 \text{ (киловатт-час)}$$

**Стоимость
электроэнергии
11000 * 1,90 = 20900
(рублей)**



Домашнее задание:

**Теория в
конспекте
Удачи!**



Литература:

М.И. Башмаков. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень) - Москва: Издательский центр «Академия» – 2010 год;

Интернет-ресурсы.

