ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ И ПРОИЗВОДНОЙ

Автор: учитель математики МОУ « Средняя общеобразовательная школа № 30» г. Калуги Григоричева Галина Васильевна

МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

Методом интервалов
можно решать неравенства вида:
$f(x)>0$, $f(x)\geq 0$
$f(x)<0$, $f(x)\leq 0$

ТЕОРЕМА :

Если функция f непрерывна на интервале (a;b)
и не обращается в 0 на этом интервале,
то f сохраняет на нём постоянный знак

Необходимым условием смены знака в точке С является : $f(c)=0$

Однако , это не является достаточным условием : **функция f может и не менять своего знака при переходе через точку С**

Чтобы решить неравенство методом интервалов , следует :

1 Найти область определения функции f
2 Найти значения переменных, которые обращают функцию в нуль
3 Отметить на числовой прямой найденные точки, в порядке возрастания
4 Определить знаки функции в каждом из промежутков
5 Определить ответ

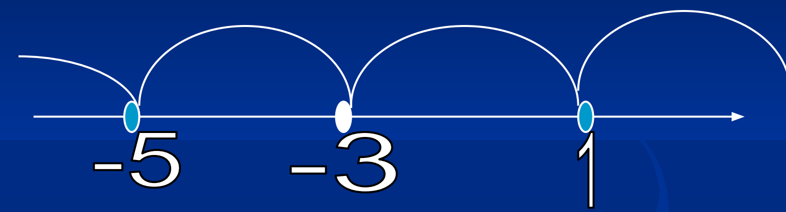
Пример

$$\frac{X+3}{X^2+4x-5} >= 0$$

1 $X^2+4x-5=0$ $x_1=-5$ $x_2=1$

2 $x+3=0$ $X=-3$

3

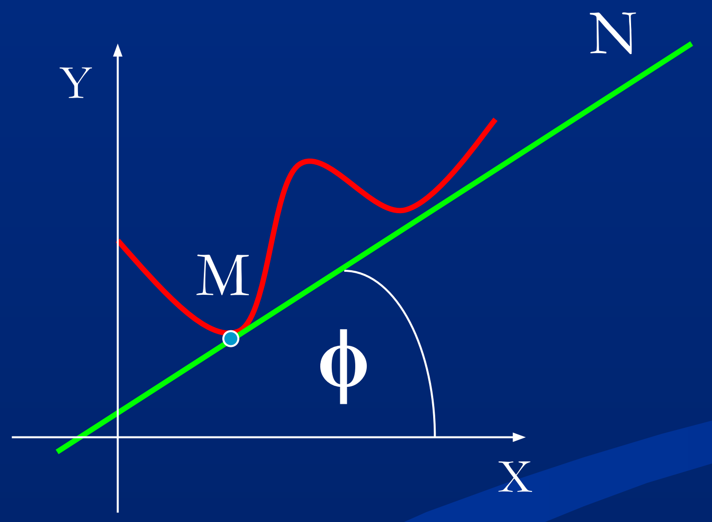


4 взяв точку из каждого интервала, подставив её в функцию, определим знаки

5 Ответ (-5;-3], (1; +∞).

Касательная графику функции

Касательной к кривой в данной точке M называется предельное положение секущей NM, когда точка N стремится вдоль кривой к точке M



Геометрический смысл производной

Угловой коэффициент касательной к графику функции равен значению производной этой функции в точке касания:

$$\boxed{k = \mathrm{tg}\varphi = \lim_{x \to 0} \Delta y / \Delta x = f'(x)}$$

Уравнение касательной к кривой y = f(x) в заданной точке с абсциссой x_0 имеет вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Где $(x_0; f(x_0))$-координаты точки касания, $(x; y)$- текущие координаты, т.е координаты любой точки, принадлежащей касательной, а $f'(x_0) = k = \mathrm{tg}\varphi$ - угловой коэффициент касательной.

Алгоритм нахождения уравнения касательной

1. Обозначить абсциссу точки касания буквой **a**
2. Вычислить **f(a)**
3. Найти **f’(x)** и вычислить **f’(a)**
4. Подставить найденные числа: **a**, **f(a)** , **f’(a)**

в уравнение касательной

$$y = f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$$

Пример

Составить уравнение касательной к графику функции y = 1/x в точке x = 1

***Решение*.**

1) a = 1

2) f(a) = f(1) = 1/1 =1

3) $f'(x) = -1/x^2$; f’(a) = f’(1) = $= -1/1^2 = -1$

4) Подставим найденные три числа:

a = 1, f (a) = 1,f ’(a) = -1 в уравнение касательной.

Получим:

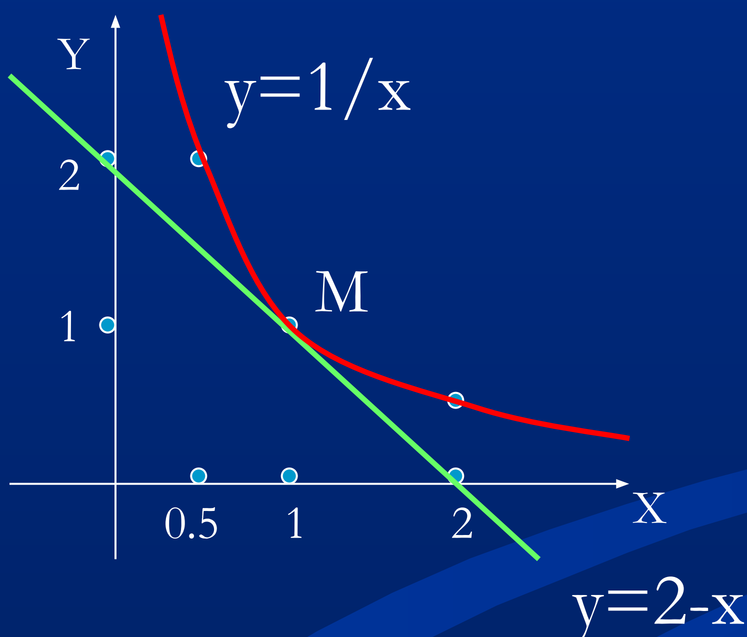
y = 1- (x-1) ; y = 2-x.

Ответ: y = 2-x

На рисунке изображена гипербола $y=1/x$, построена прямая $y = 2-x$ Чертёж подтверждает проведённые выкладки: действительно прямая

$$y = 2-x$$

касается гиперболы в точке (1;1)



ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для дифференцируемой в точке x_0 функции f при Δx, мало отличающихся от нуля, её график близок к касательной (проведённой в точке графика с абсциссой x_0),т.е. при малых Δx

$$f(x) \approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x$$

Формула $f(x) \approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x$

позволяет вывести следующие формулы

для приближённых вычислений

1) $\sqrt{1+\Delta x} \approx 1+1/2\Delta x$

2) $(1+\Delta x)^n \approx 1+n\Delta x$

Вычислим по формуле(1)

$$\sqrt{1+\Delta x} \approx 1+1/2\Delta x$$

значение выражения

$$\sqrt{1{,}06}$$

Решение: $\Delta x=0{,}06$

$$\sqrt{1{,}06}=\sqrt{1+0{,}06}\approx 1+1/2*0{,}06=1{,}03$$

Вычислим по формуле(2)

$(1+\Delta x)^n \approx 1+n\Delta x$

значение выражения

$1{,}001^{100}$

Решение:

$\Delta x=0{,}001;\ n=100$

$1{,}001^{100}=(1+0{,}001)^{100}\approx$

$\approx 1+100*0{,}001=1{,}1$