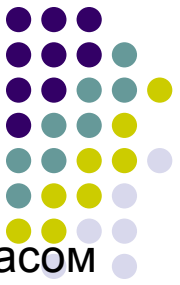


Поверхні другого порядку

- Презентація.

История



Першу інформацію щодо властивостей геометричних тіл люди знайшли спостерігаючи навколишній світ і в результаті практичної діяльності. З часом вчені відзначили, що деякі властивості геометричних тіл можна отримати з інших властивостей шляхом міркування. Так виникли теореми і доведення.

Вчені, які займалися вивченням властивостей поверхонь 2 порядку



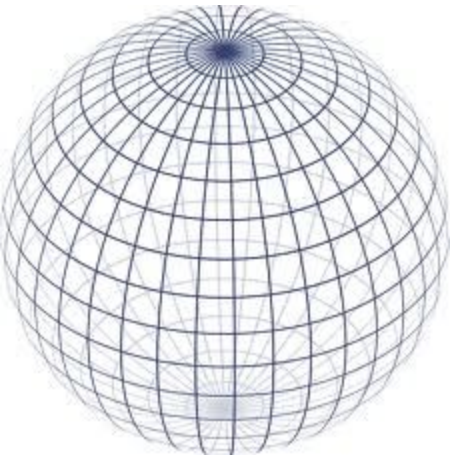
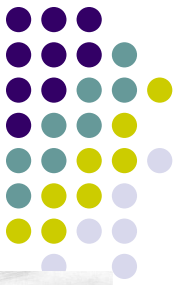
- Евклід

- Евдокс
Кнідський

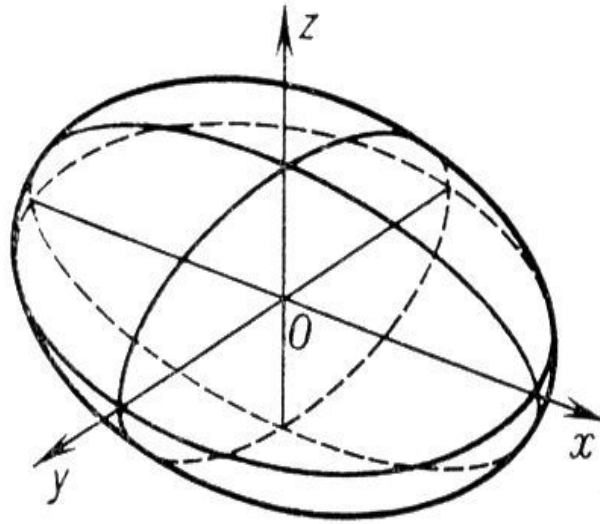


- Архімед

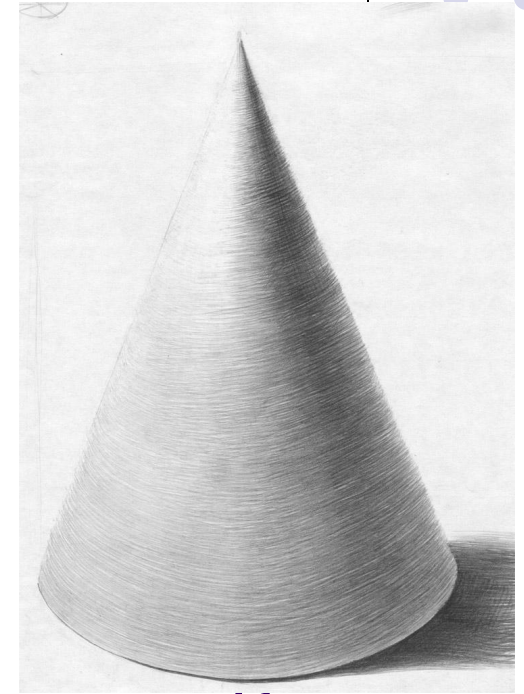
До поверхонь другого порядку належать



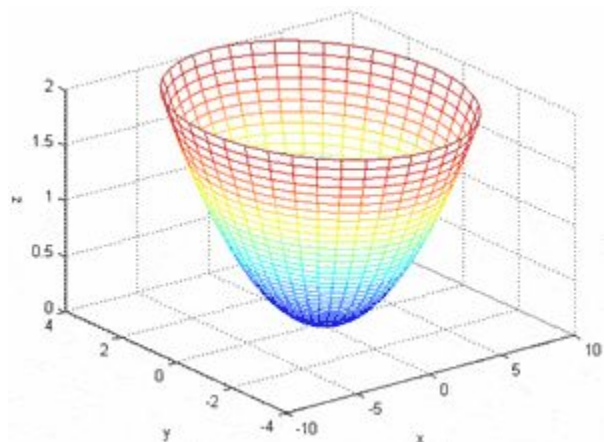
- Сфера



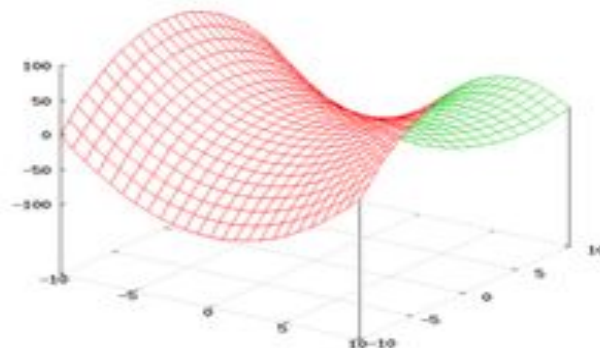
- Еліпсоїд



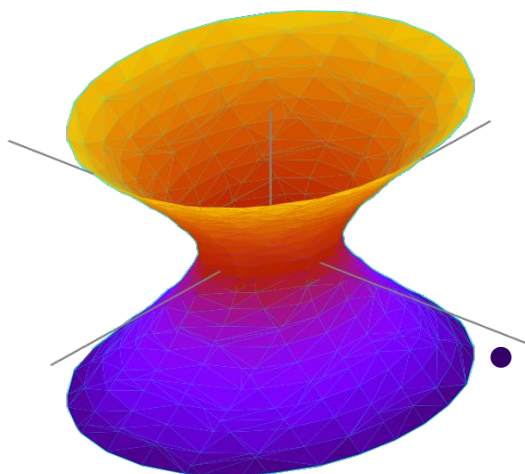
- Конус



- Еліптичний Параболоїд

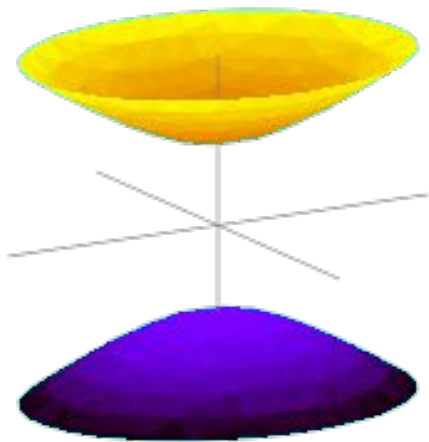


- Гіперболічний параболоїд

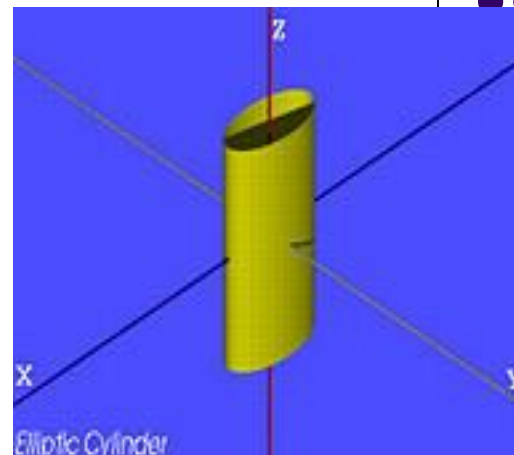


- Гіперболоїд однолистовий

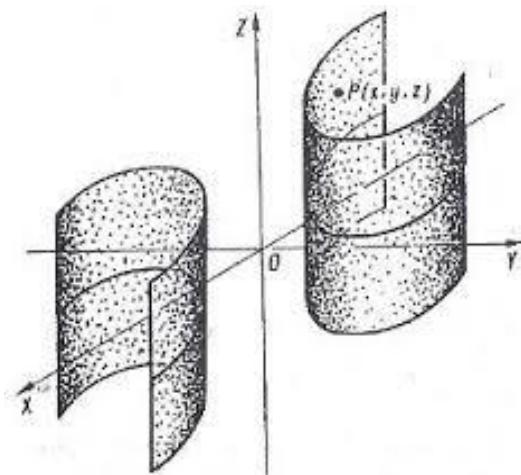




- Гіперболоїд
дволистовий



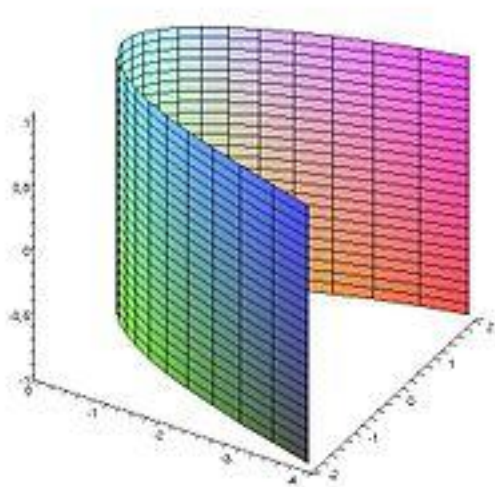
Еліптичний циліндр



перболічний
циліндр

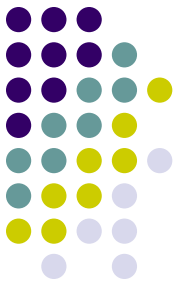


Параболічний циліндр



ііâăđõііñòè 2ііđÿäêà.mp4

Сфера



Сфера - замкнута поверхня, є тілом обертання, яке утворене обертанням півкола навколо свого діаметру.

Рівняння

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

де (x_0, y_0, z_0) -координати центру сфери, R -її радіус.

Основні геометричні формули

Площа сфери

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2.$$

r -радіус

Об'єм кулі, що обмежена сферою

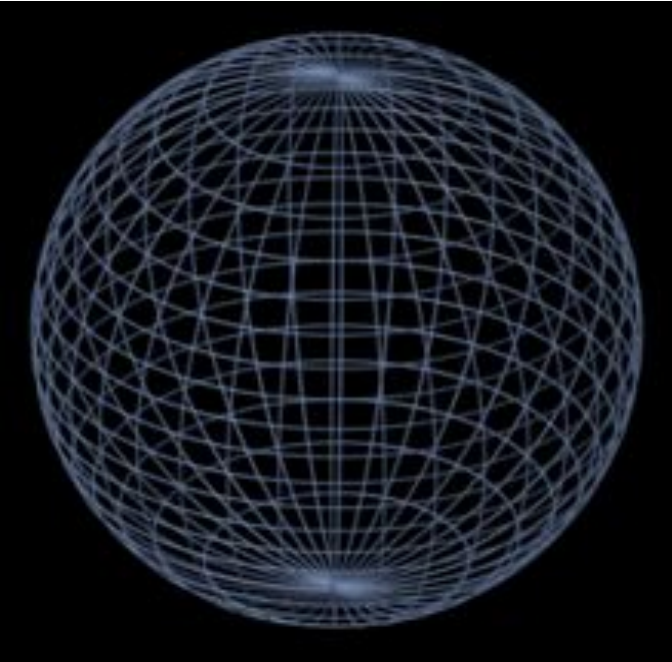
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

r -радіус

Площа сегмента сфери

$$s = 2\pi r H = 2\pi r^2(1 - \cos(\theta))$$

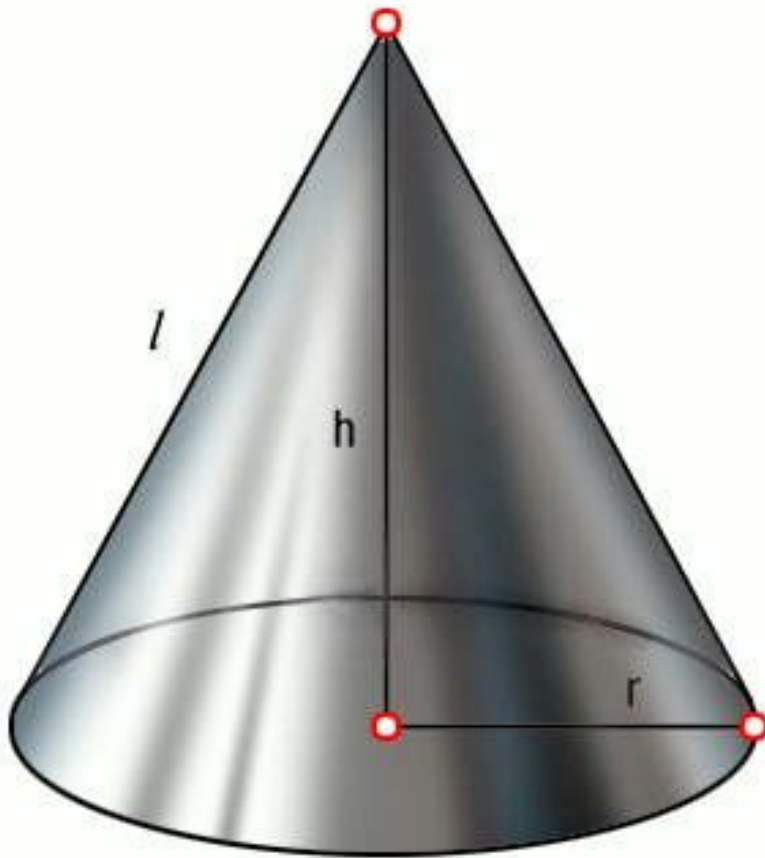
H -висота сегмента; θ - zenітний кут

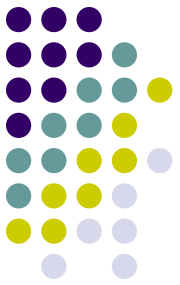


Конус



Конусом (точніше, круговим конусом) називається тіло, яке складається з круга — основи конуса, точки, що не лежить в площині цього круга- вершини конуса і всіх відрізків, що сполучають вершину конуса з точками основи.





Основні формули конуса

Об'єм конуса $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

R-радіус основи; H-висота

Площа бічної поверхні конуса $S = \pi Rl$

R-радіус основи; l-довжина твірної

Кут при вершині прямого конуса

$$2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

-кут між двома протилежними твірними
 α

Сфера

Сфера - замкнута поверхня, є тілом обертання, яке утворене обертанням півкола навколо свого діаметру.

Рівняння $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

де (x_0, y_0, z_0) -координати центру сфери, R -її радіус.

Основні геометричні формули

Площа сфери

r -радіус

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2.$$

Об'єм кулі, що обмежена сферою

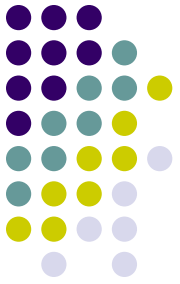
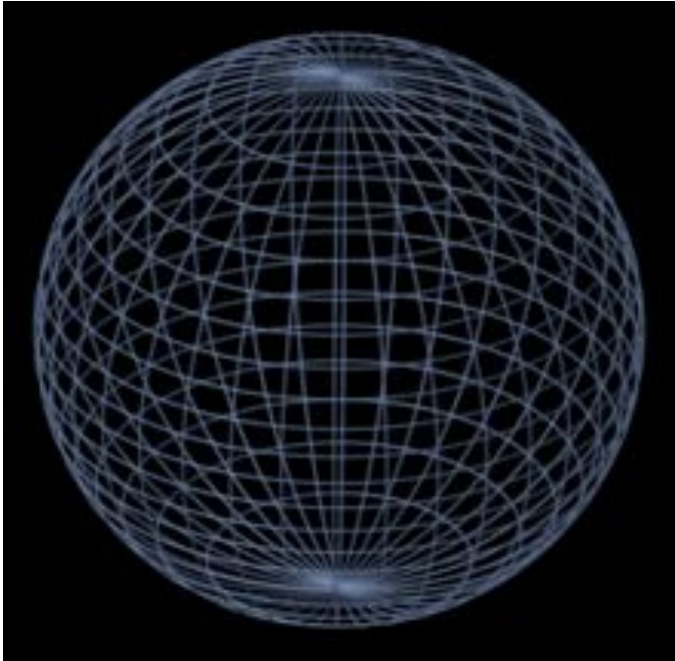
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

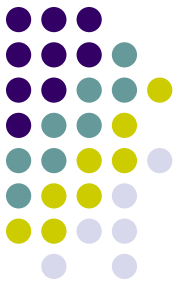
r -радіус

Площа сегмента сфери

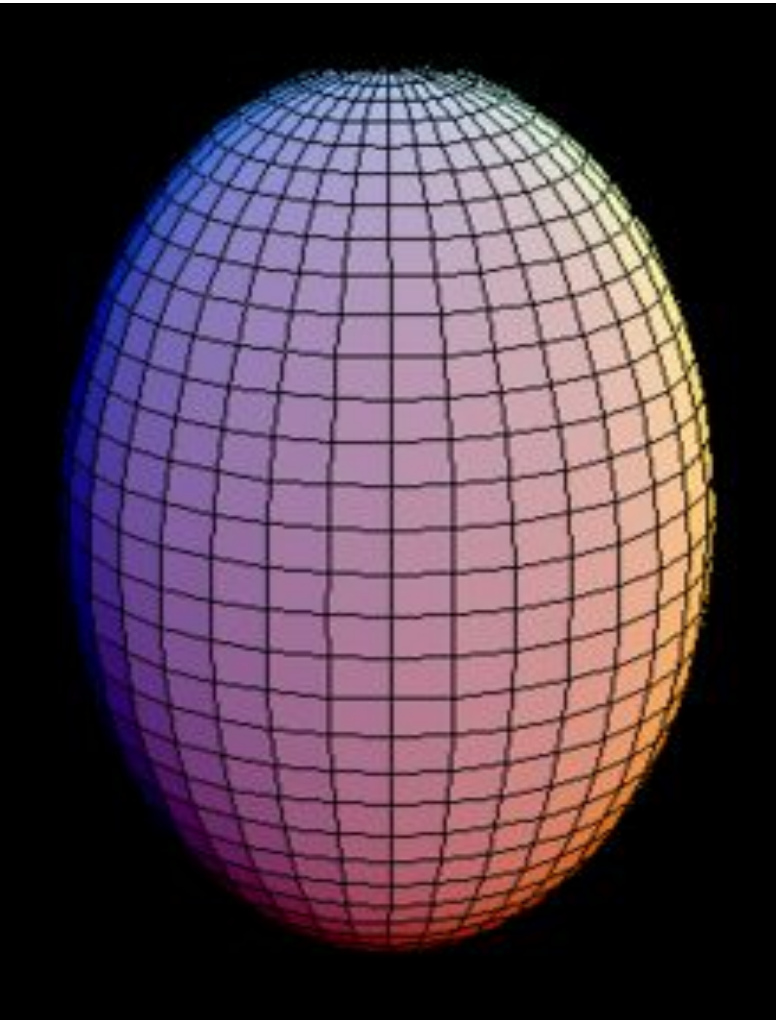
$$s = 2\pi r H = 2\pi r^2(1 - \cos(\theta))$$

H -висота сегмента; θ - зенітний кут





Еліпсоїд



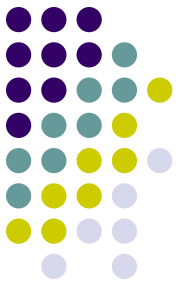
Еліпсоїд — замкнута центральна поверхня другого порядку. Еліпсоїд має центр симетрії та три осі, які називаються осями еліпсоїда.

Точки перетину координатних осей з еліпсоїдом називаються його вершинами.

Рівняння

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Кординати (a;b;c) – називаються напіосями еліпсоїда



Основні Формули еліпсоїда

Площа поверхні:

$$2\pi a \left(a + \frac{b^2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b} \right) \right)$$

Для стислого еліпсоїда

$$2\pi a \left(a + \frac{b^2}{\sqrt{b^2 - a^2}} \arcsin \left(\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} \right) \right)$$

Об'єм

$$\frac{4}{3}\pi a^2 b.$$

Гіперболоїд— вид поверхні другого порядку в тривимірному просторі, що задається в Декартових координатах рівнянням

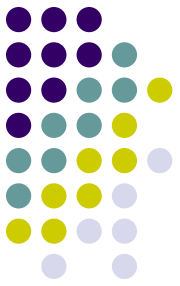
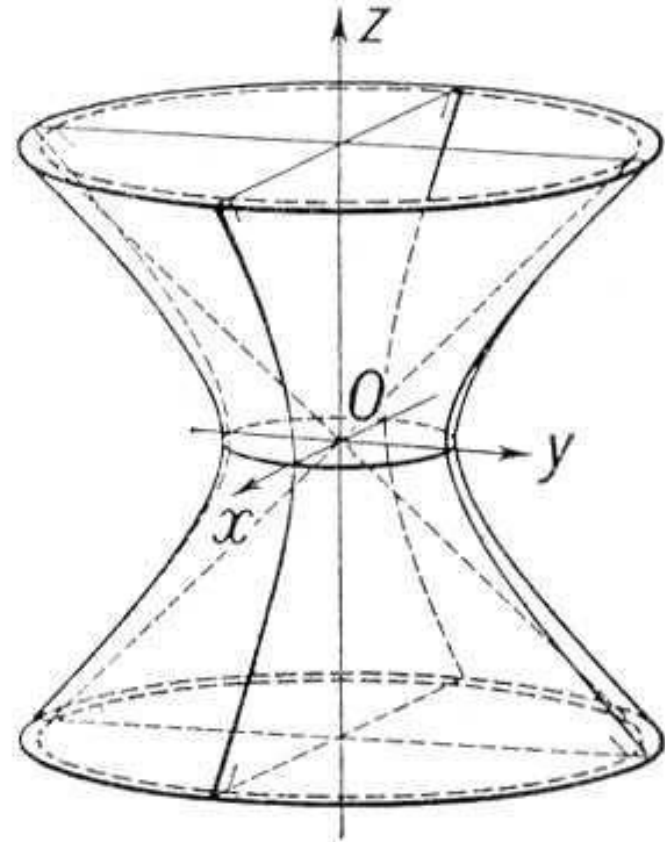
- **(Однопорожнинний гіперболоїд),**
формула

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

де a і b - дійсні півосі, а c - уявна піввісь

або
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

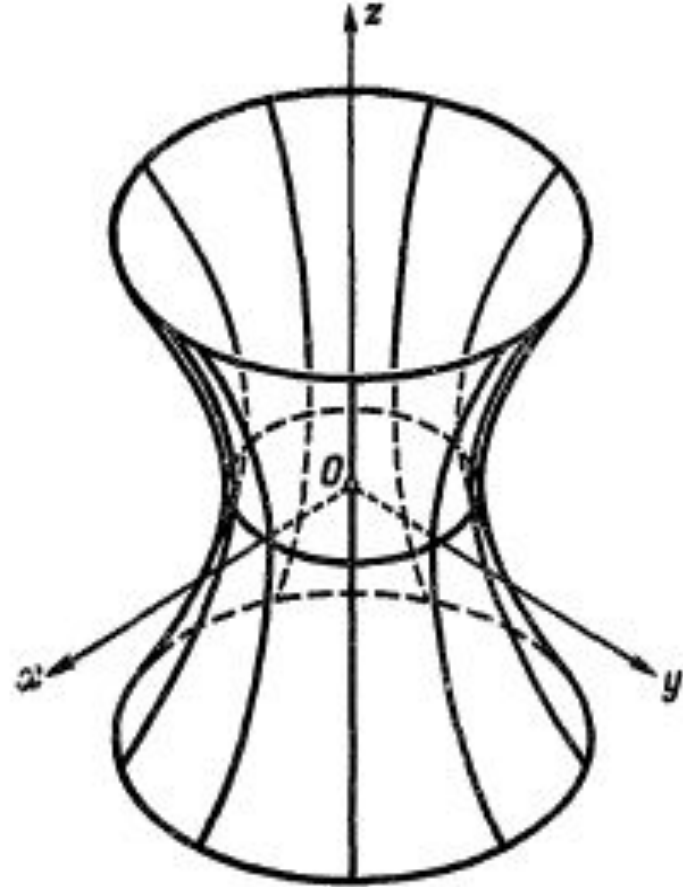
(двопорожнинний гіперболоїд),
де a і b — уявні півосі, а c - дійсна піввісь.





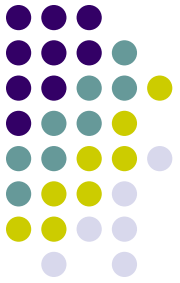
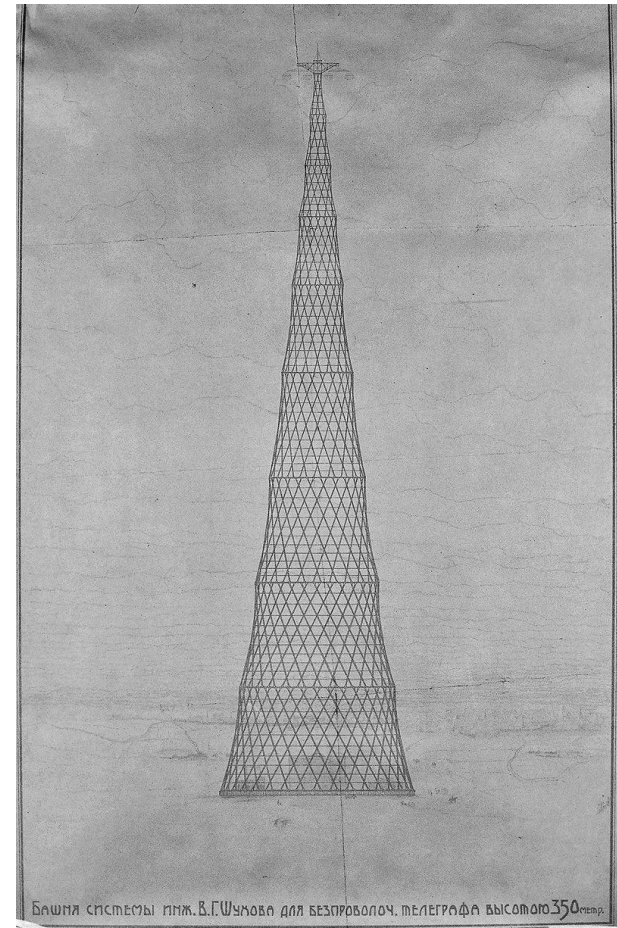
Якщо $a = b$, то така поверхня зветься — **гіперболоїд обертання**.

Однопорожнинний гіперболоїд обертання можна отримати обертанням гіперболи навколо її уявної осі, двопорожнинний — навколо дійсної. Двопорожнинний гіперболоїд обертання також є геометричним місцем точок P , модуль різниці відстаней від яких до двох заданих точок A і B є сталим: $|PA - PB| = 2a$. У такому випадку точки A і B зветься фокусами Гіперболоїд a .



В архітектурі

Лінійчата конструкція,
що має форму
однополостного
гіперболоїда,
є жорсткої: якщо
балки з'єднати
шарнірно,
гіперболоїдна
конструкція все одно
буде зберігати свою
форму під дією
зовнішніх сил.



Використання форми конуса



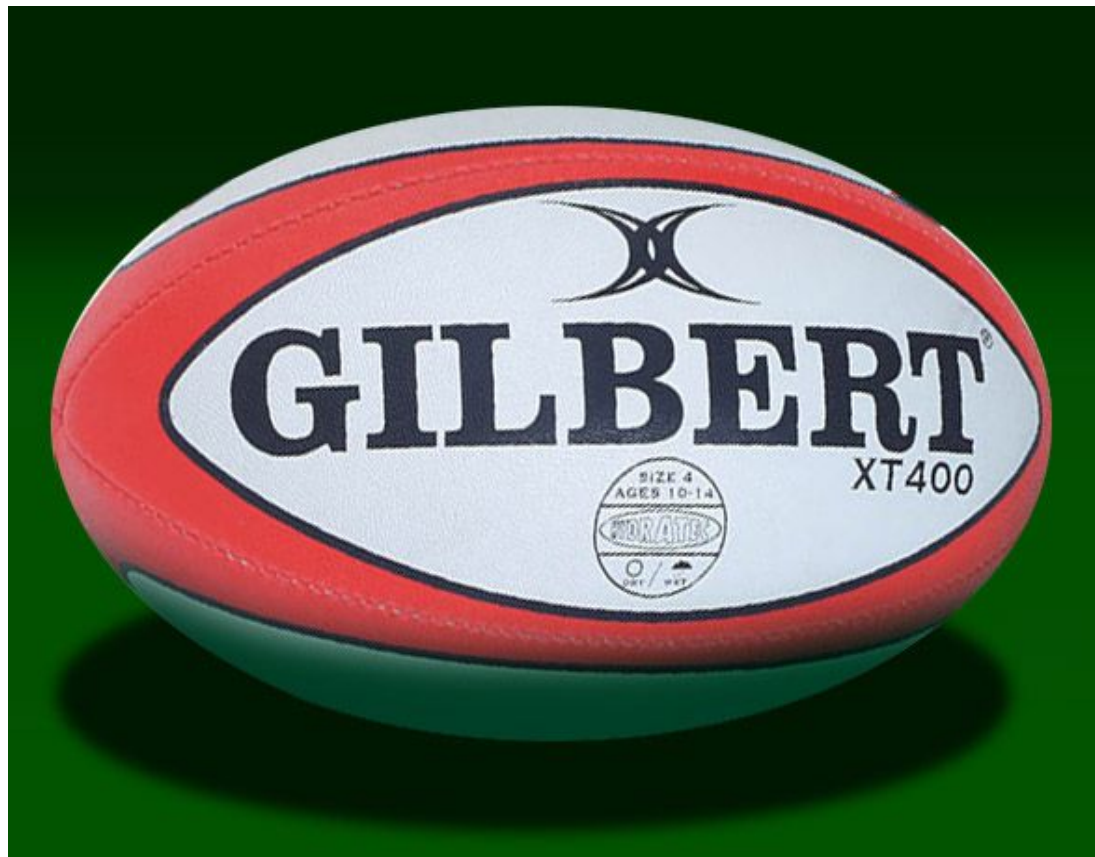
Вафельні стаканчики для
морозива.

Дорожній конус
використовується як
обгородження при
автомобільному русі



<http://bscltd.com.ua/>

Використання форми еліпса



М'ячик для
гандболу

Використання форми еліптичного параболоїда

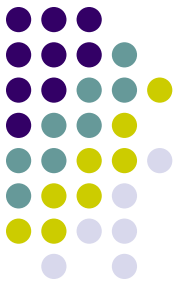


Середньовічний шолом



Вуличний Ліхтар

Приклади з життя сфери

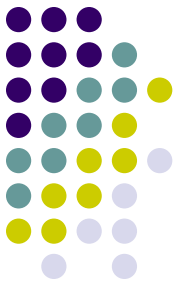


Найелементарнішим прикладом сфери – це форма нашої планети Земля.



Розваги на воді.
Повітряна куля.

Використання форми еліптичного циліндра

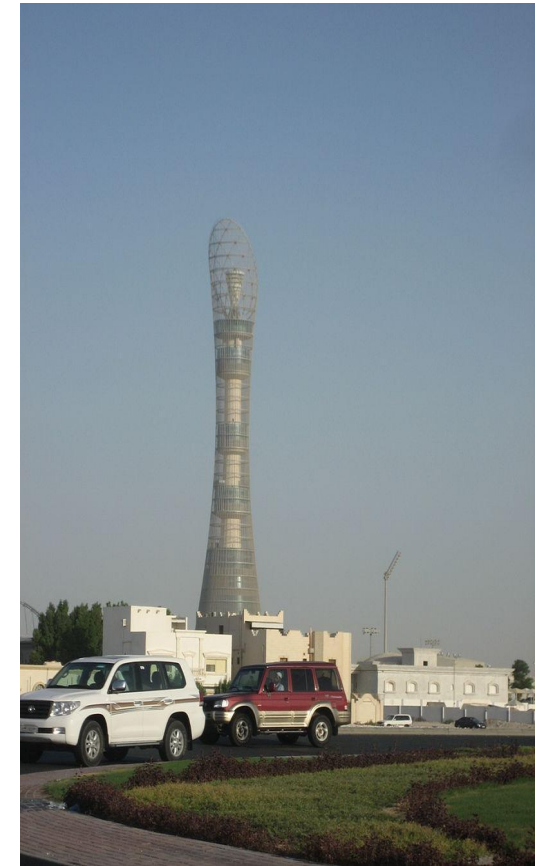
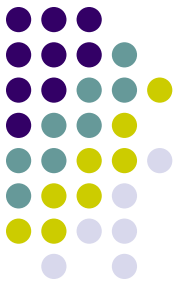


Світильник



Обігрівач

Використання гіперболоїда



Його форму активно використовують в архітектурі.