

Понятие вероятности

Теория вероятностей, 9 класс.



Статистическое определение вероятности

Вероятность как предельное
значение частоты.

Самостоятельная работа

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. На столе 12 кусков пирога. В трех «счастливых» из них запечены призы. Какова вероятность взять «счастливый» кусок пирога?	1. В коробке 24 карандаша, из них 3 красного цвета. Из коробки наугад вынимается карандаш. Какова вероятность того, что он красный?	1. В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша?	1. В вазе 7 цветков, из них 3 розы. Из букета наугад вынимается цветок. Какова вероятность того, что это роза?
2. В урне 15 белых и 25 черных шаров. Из урны наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что он будет белым?	2. Из чисел от 1 до 25 наудачу выбрано число. Какова вероятность того, что оно окажется кратным 5?	2. В корзине лежат 5 яблок и 3 груши. Из корзины наугад вынимается один фрукт. Какова вероятность того, что это яблоко?	2. В корзине 10 яблок, из них 4 червивых. Какова вероятность того, что любое взятое наугад яблоко окажется <u>не</u> червивым?

Ошибка Даламбера.



Жан Лерон Даламбер
(1717 -1783)

Великий французский философ и математик Даламбер вошел в историю теории вероятностей со своей знаменитой ошибкой, суть которой в том, что он неверно определил равновозможность исходов в опыте всего с двумя монетами!

Ошибка Даламбера.

Опыт. Подбрасываем две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что они упадут на одну и ту же сторону?

Решение Даламбера:

**Опыт имеет три
равновозможных исхода:**

- 1) обе монеты упадут на «орла»;
- 2) обе монеты упадут на «решку»;
- 3) одна из монет упадет на «орла», другая на «решку».

**Из них благоприятными
будут два исхода.**

$$n = 3, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{3}$$

Правильное решение:

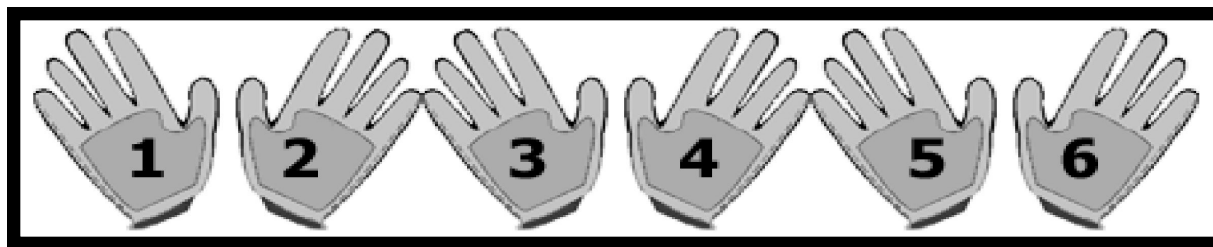
**Опыт имеет четыре
равновозможных исхода:**

- 1) обе монеты упадут на «орла»;
- 2) обе монеты упадут на «решку»;
- 3) первая монета упадет на «орла», вторая на «решку»;
- 4) первая монета упадет на «решку», вторая на «орла».

**Из них благоприятными будут
два исхода.**

$$n = 4, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Опыт «Выбор перчаток». В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки. Перечислите все равновозможные исходы.



Какой вариант решения правильный:

1-ый вариант:

3 исхода:

- 1) «обе перчатки на левую руку»,
- 2) «обе перчатки на правую руку»,
- 3) «перчатки на разные руки».

2-ой вариант:

4 исхода:

- 1) «обе перчатки на левую руку»,
- 2) «обе перчатки на правую руку»,
- 3) «первая перчатка на левую руку, вторая на правую»,
- 4) «первая перчатка на правую руку, вторая на левую».

Правило: природа различает все предметы, даже если внешне они для нас неотличимы.

Вывод:

Формула классической вероятности дает очень простой способ вычисления вероятностей. Однако простота этой формулы обманчива. При ее использовании возникают два очень непростых вопроса:

1. Как выбрать систему исходов опыта так, чтобы они были равновероятными, и можно ли это сделать вообще?
2. Как найти числа m и n и убедиться в том, что они найдены верно?

Опыт человечества.



Вероятность попасть под дождь
в Лондоне гораздо выше, чем в пустыне Сахара.

Весь наш жизненный опыт подсказывает,
что любое событие считается тем более
вероятным, чем чаще оно происходит.
Значит, вероятность должна быть каким-
то образом связана с частотой.



Частота случайного события.

Абсолютной частотой
случайного события A в серии
из N случайных опытов
называется число N_A , которое
показывает, сколько раз в этой
серии произошло событие A .

Частота случайного события.

Относительной частотой случайного события называют отношение числа появлений этого события к общему числу проведенных экспериментов:

$$W(A) = \frac{N_A}{N}$$

где A – случайное событие по отношению к некоторому испытанию,

N раз проведено испытание и при этом событие A наступило в N_A случаях.

Примеры

Пример 1. Наблюдения показывают, что в среднем среди 1000 новорожденных детей 515 мальчиков. Какова частота рождения мальчика в такой серии наблюдений?

$$W(A) = \frac{515}{1000} \approx 0,515$$



Ответ: 0,515

Примеры

Пример 2. За лето на Черноморском побережье было 67 солнечных дней. Какова частота солнечных дней на побережье за лето? Частота пасмурных дней?

$$W(A) = \frac{67}{92} \approx 0,728 \qquad W(B) = \frac{25}{92} \approx 0,272.$$

Ответ: 0,728; 0,272.

Примеры

Пример 3. Отдел технического контроля обнаружил 5 бракованных изделий в партии из 1000 изделий. Найдите частоту изготовления бракованных изделий.

Ответ: 0,005

Примеры

Пример 4. Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальные всходы. Найдите частоту нормального всхода семян.

Ответ: 0,98



Фундаментальным свойством

относительных частот является тот факт, что с увеличением числа опытов относительная частота случайного события постепенно стабилизируется и приближается к вполне определенному числу, которое и следует считать его вероятностью.

Проверка

Пример 5. Подбрасывание монеты. A – выпадает герб.

Классическая вероятность: всего 2 исхода,
1 исход события A : $P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$

Проверка

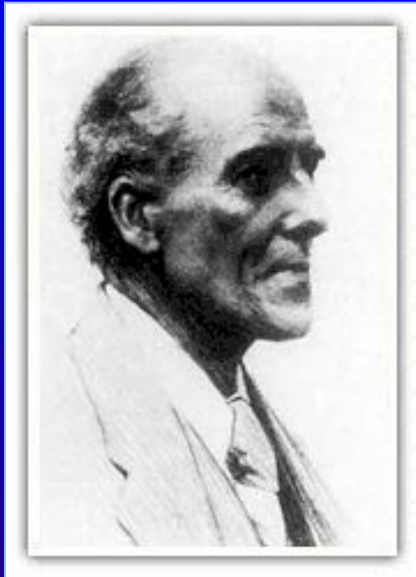


Жорж Бюффон

Пример 5. Французский естествоиспытатель Бюффон (XVIII в.) бросил монету 4040 раз, и при этом герб выпал в 2048 случаях. Следовательно, частота выпадения герба в данной серии испытаний равна:

$$\mu = \frac{2048}{4040} = 0,50693.$$

Проверка



Карл Пирсон

Пример 5. Английский математик Карл Пирсон (1857-1936) бросал монету 24000 раз, причем герб выпал 12012 раз.

Следовательно, частота выпадения герба в данной серии испытаний равна:

$$\mu = \frac{12012}{24000} = 0,5005.$$

Результаты

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \mu = \frac{2048}{4040} = 0,50693.$$

$$\mu = \frac{12012}{24000} = 0,5005.$$

Вывод

Пример 5 подтверждает естественное предположение о том, что вероятность выпадения герба при одном бросании монеты равна 0,5.

Статистическая вероятность

Вероятность случайного события

приблизительно равна частоте этого события, полученной при проведении большого числа случайных экспериментов: $P(A) = \frac{N_A}{N}$, где N_A - число испытаний, в которых наступило событие A , N – общее число испытаний.

Задача №1.

Чтобы определить, как часто встречаются в лесопарке деревья разных пород, ребята провели следующие эксперименты. Каждый выбрал свою тропинку и по пути следования записывал породу каждого десятого дерева.

Результаты были занесены в таблицу:

Породы	Сосна	Дуб	Береза	Ель	Осина	Всего
Число деревьев	315	217	123	67	35	757

Оцените вероятность того, что выбранное наугад в этом парке дерево будет:

- а) сосной;
- б) хвойным;
- в) лиственным.

Указание. Ответ запишите в виде десятичной дроби с тремя знаками после запятой.

Задача №1.

Решение:

а) $A = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - сосна}\}$
 $N_A = 315, N = 757, P(A) = 315/757 \approx \mathbf{0,416};$

б) $B = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - хвойное}\}$
 $N_B = 315 + 67 = 382, N = 757.$
 $P(A) = 382/757 \approx \mathbf{0,505};$

в) $C = \{\text{выбранное наугад в парке дерево - лиственное}\}$
 $N_C = 217 + 123 + 35 = 375, N = 757.$
 $P(A) = 375/757 \approx \mathbf{0,495}.$

Задача №2.

По статистике, на каждые 1000 лампочек приходится 3 бракованные. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение:

$$3/1000 = 0,003$$

$$1 - 0,003 = \mathbf{0,997}$$



Задача №3.

Демографы утверждают, что вероятность рождения близнецов равна 0,012. в скольких случаях из 10 000 рождений можно ожидать появление близнецов?

Решение:

$$P(A) = 0,012$$

$$N = 10000$$

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

$$\frac{N_A}{10000} = 0,012$$

$$N_A = 0,012 \cdot 10000 = 120$$



Ответ: в 120 случаях.

Домашнее задание.

Задача №1. По статистике в городе Новинске за год из каждой 1000 автомобилистов два попадают в аварию. Какова вероятность того, что автомобилист в этом городе весь год проездит без аварий?

Задача №2. Чтобы определить, какой цвет волос встречается в городе чаще, а какой реже, студенты за полчаса провели следующий эксперимент. Каждый выбрал свой маршрут и записывал по пути следования цвет волос каждого пятого встречного. Результаты были занесены в следующую таблицу:

Цвет волос	Брюнеты	Шатены	Рыжие	Блондины	Всего
Число людей	198	372	83	212	865

Оцените вероятность того, что выбранный наугад житель этого города будет:

- а) шатеном;
- б) рыжим;
- в) не рыжим.