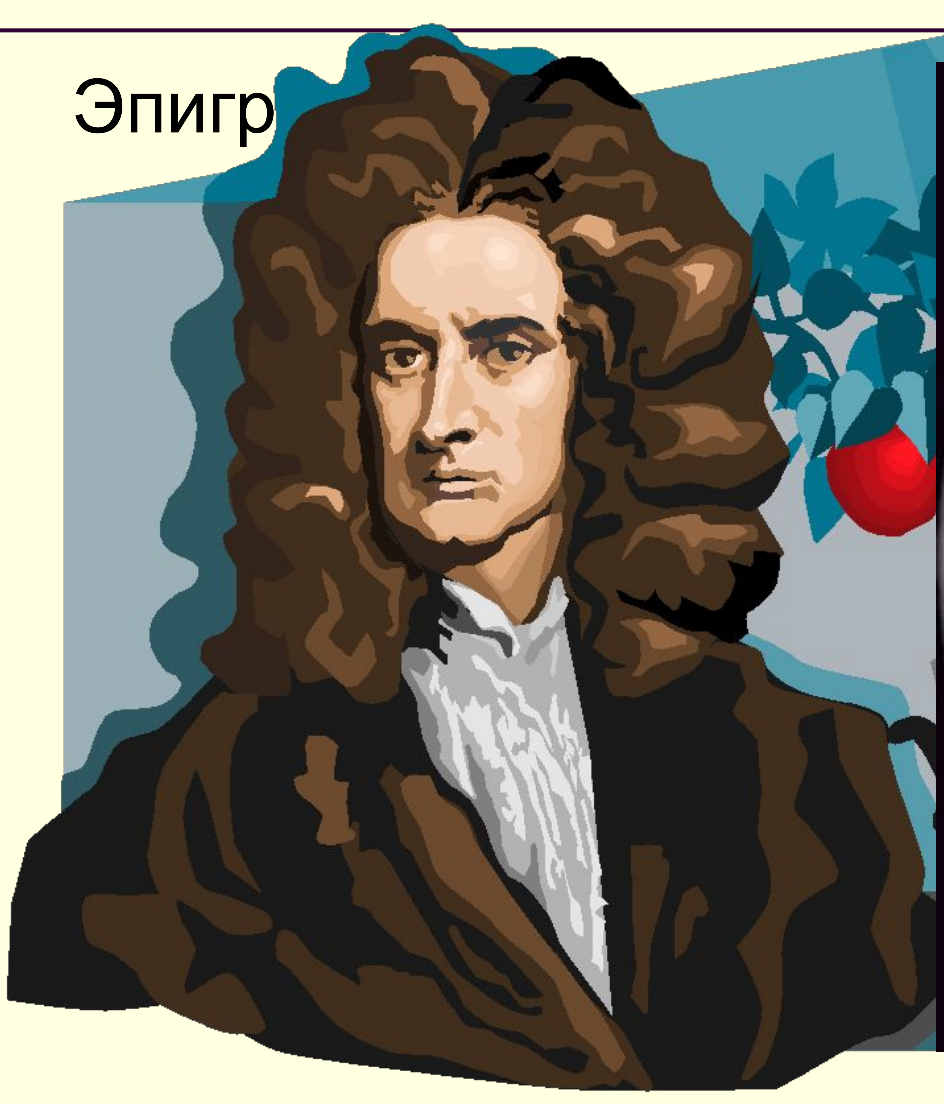
Понятие производной

Алгебра и начала анализа

11 класс

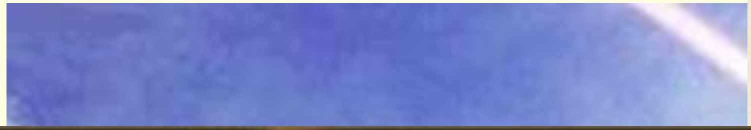
Сегодня у нас праздник!

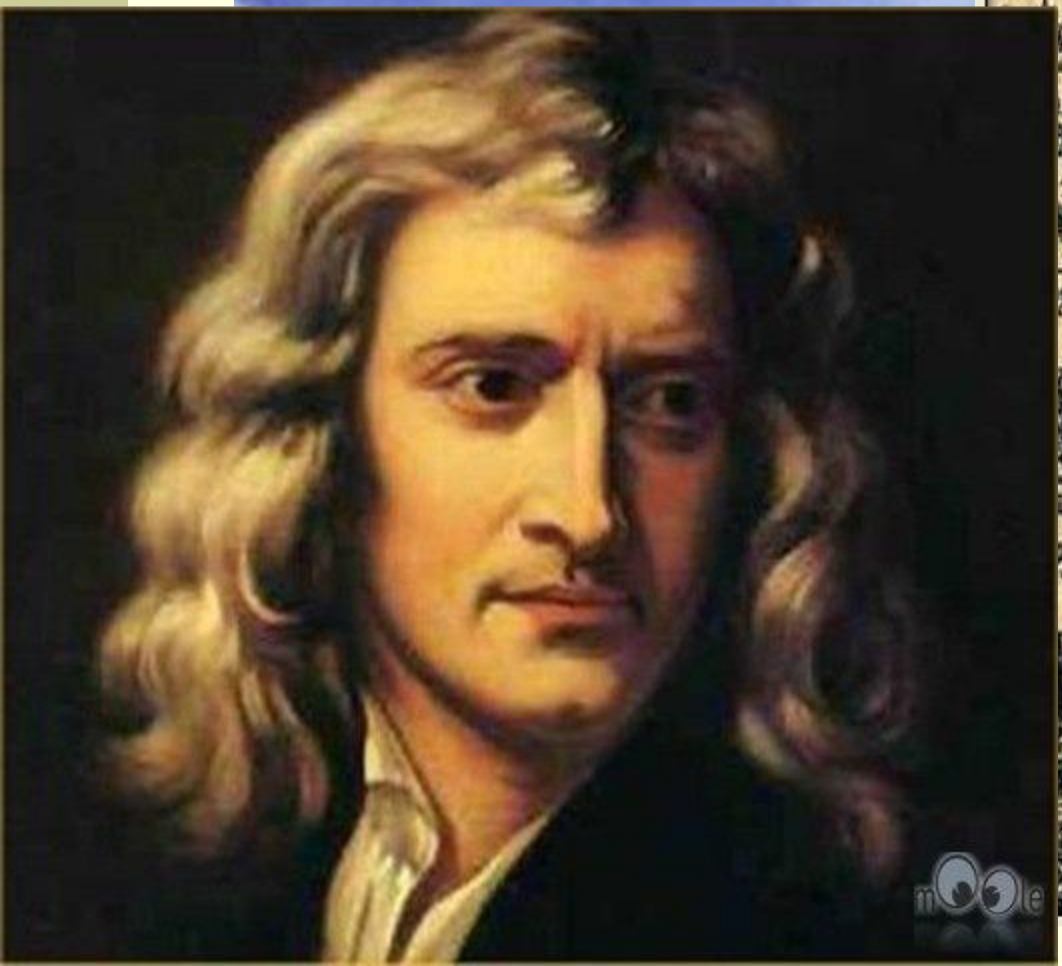
Эпигр

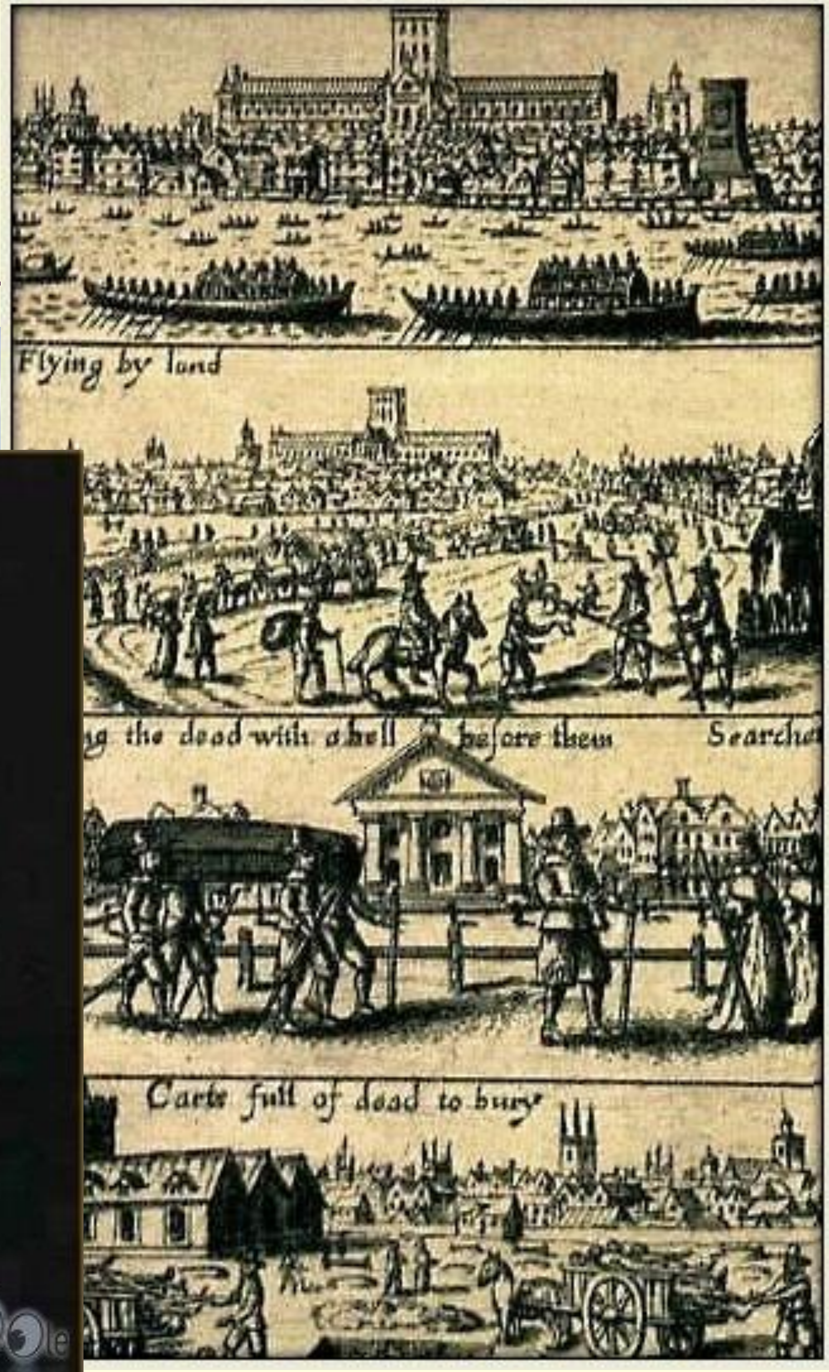


- Что такое высшая математика?
- Когда она появилась?
- Что такое производная?

Как это было…

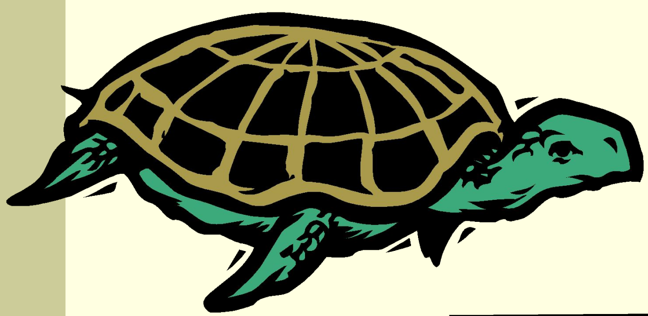


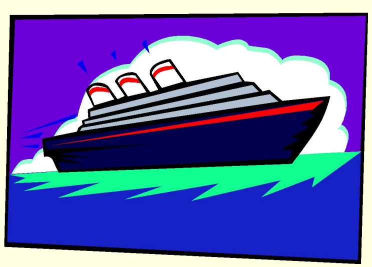


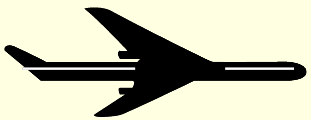

Flying by land
the dead with a bell before them
Carts full of dead to bury

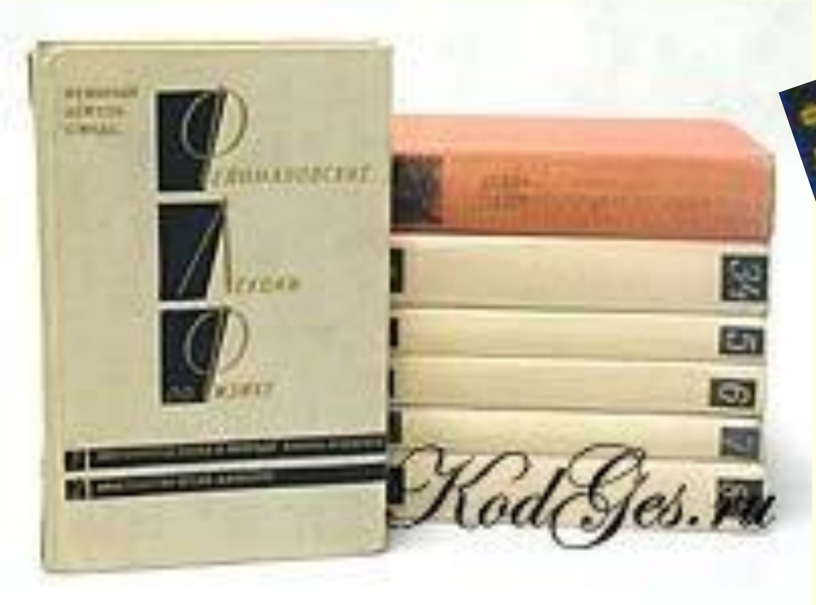
Ответим на вопрос:

- **Что такое скорость?**



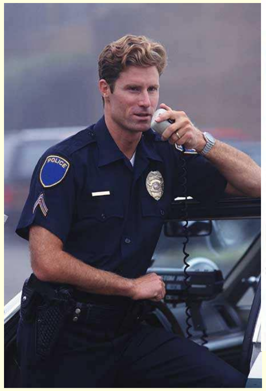





KodGes.ru


ФЕЙНМАНОВСКИЕ
ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ


ФЕЙНМАНОВСКИЕ
ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ
Ричард Фейнман
НОБЕЛЕВСКИЙ ЛАУРЕАТ
1·2
Современная наука о природе.
Законы механики
Пространство. Время. Движение
Разрушающий стереотипы, оригинальный по изложению
ПОЛНЫЙ КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ



Возможно, это было так…

- ***Пусть точка движется вдоль прямой по закону S(t).***

Тогда за промежуток времени t точка проходит расстояние S(t).

Пусть Δt – малый промежуток времени. Путь, пройденный за время t+ Δt, равен S(t+ Δt).

Тогда средняя скорость

$$v_{ср.} = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t}$$

- Очевидно, если $\Delta t \longrightarrow 0$, то $V_{ср.} \longrightarrow V_{мгн.}$

Значит,

$$v_{мгн.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t}$$

$$или \quad \boxed{v_{мгн.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t},}$$

где Δt – приращение времени

ΔS - приращение пути.

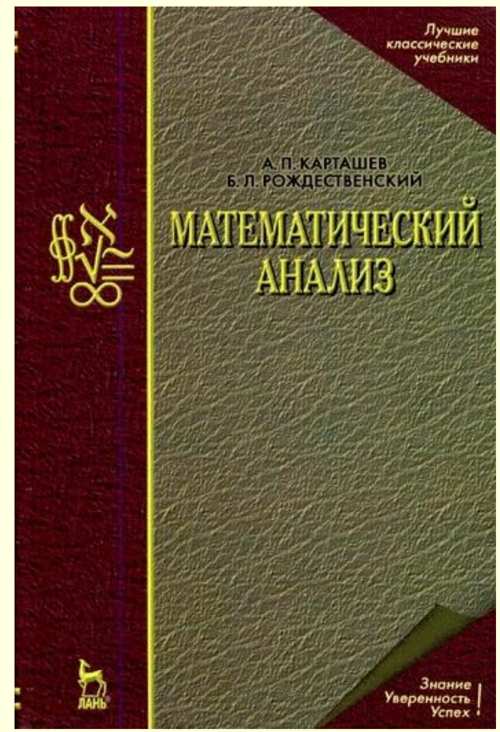
А в это время…

- ***Лейбниц Готфрид Вильгельм, немецкий математик , физик, философ.***

Лейбниц – прямая противоположность И.Ньютону

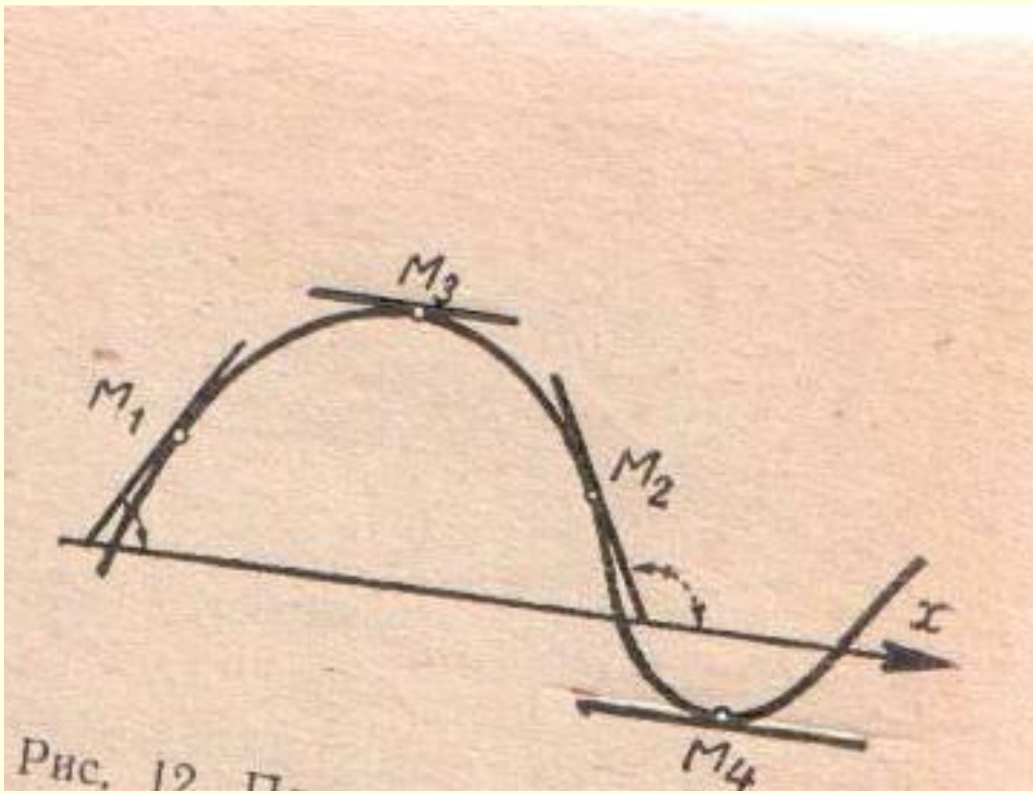
И еще:

- **Одновременно, но независимо друг от друга они подошли к открытию анализа бесконечно малых.**

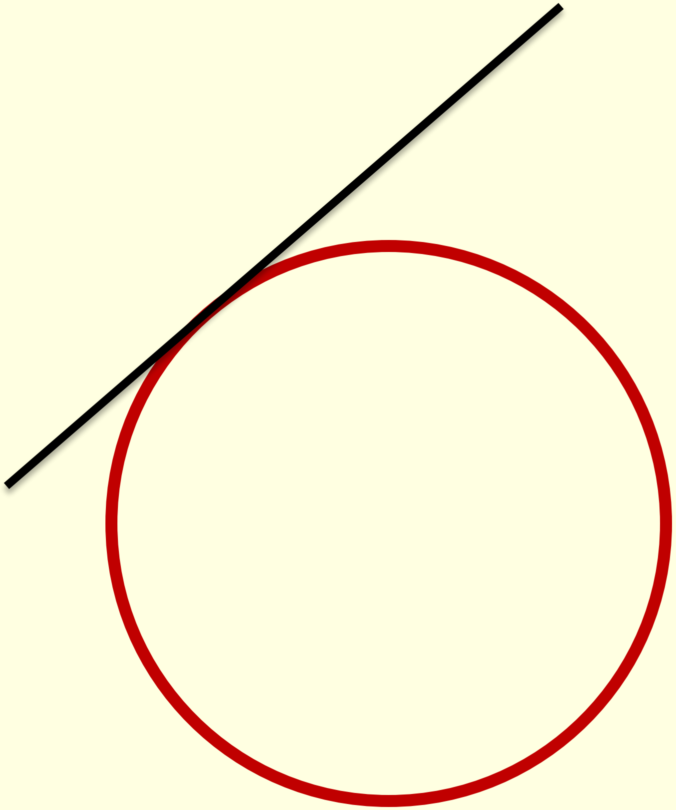


Возможно, это было так…

- ***Началось все с касательной!!!***



А что такое касательная?



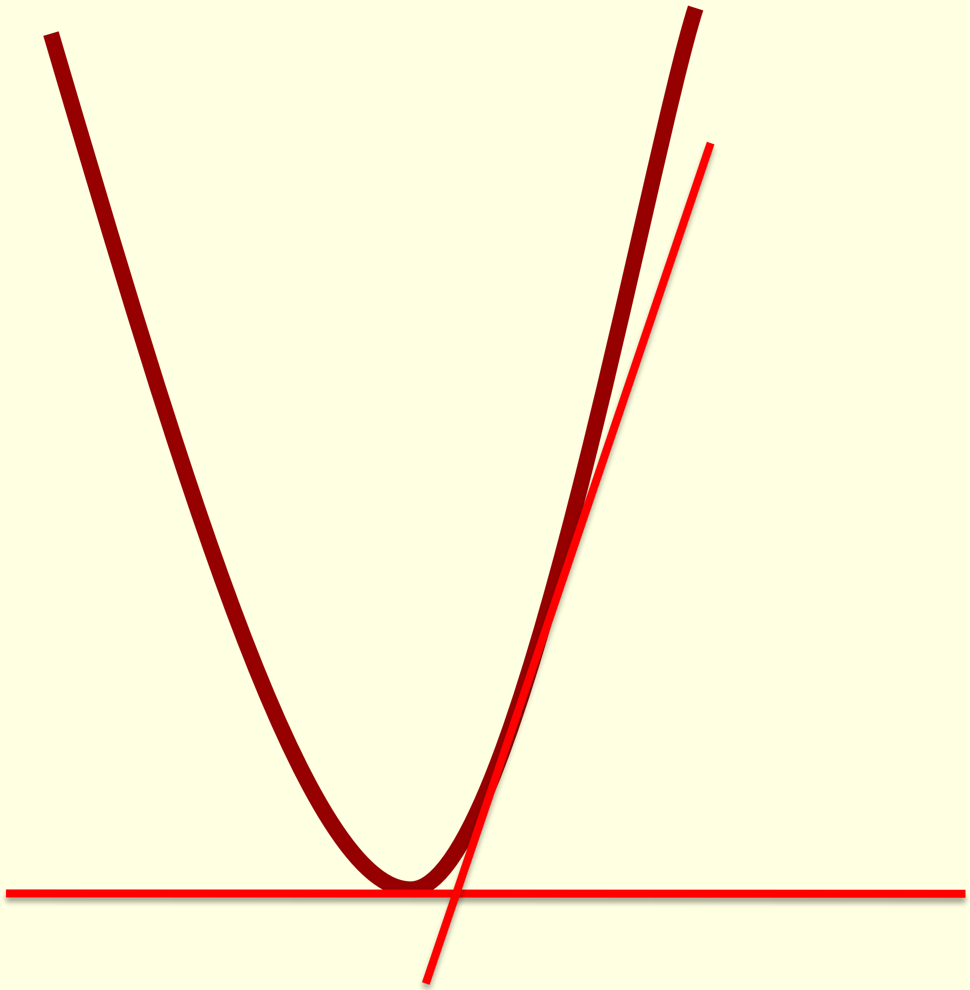
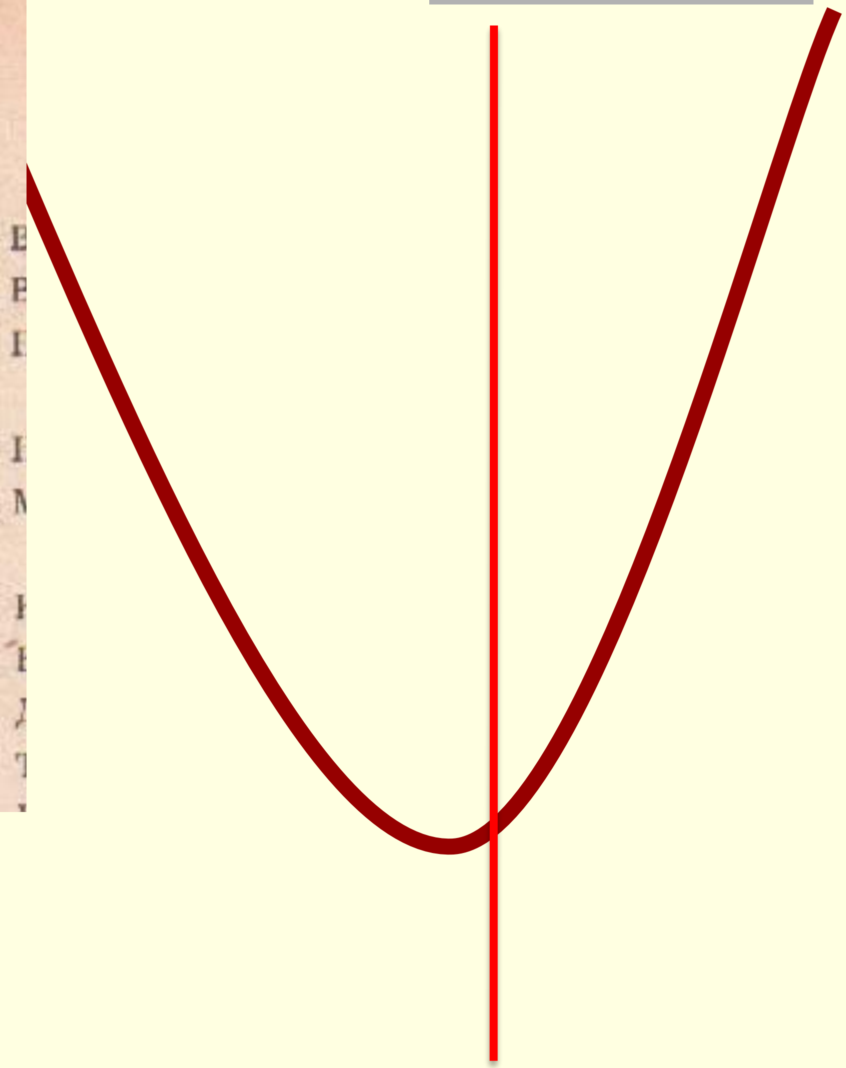
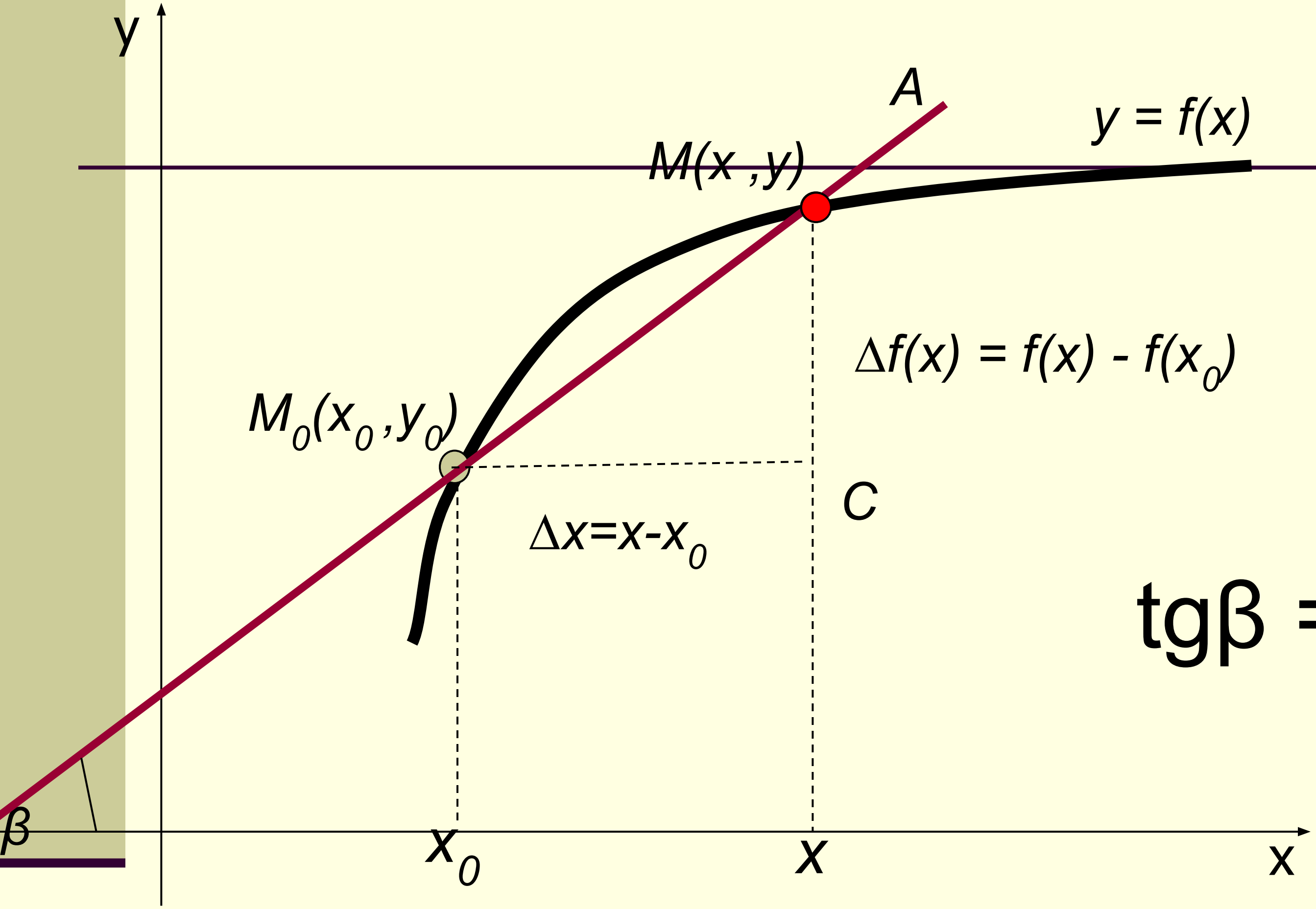


Рис. 15. Точка перегиба.

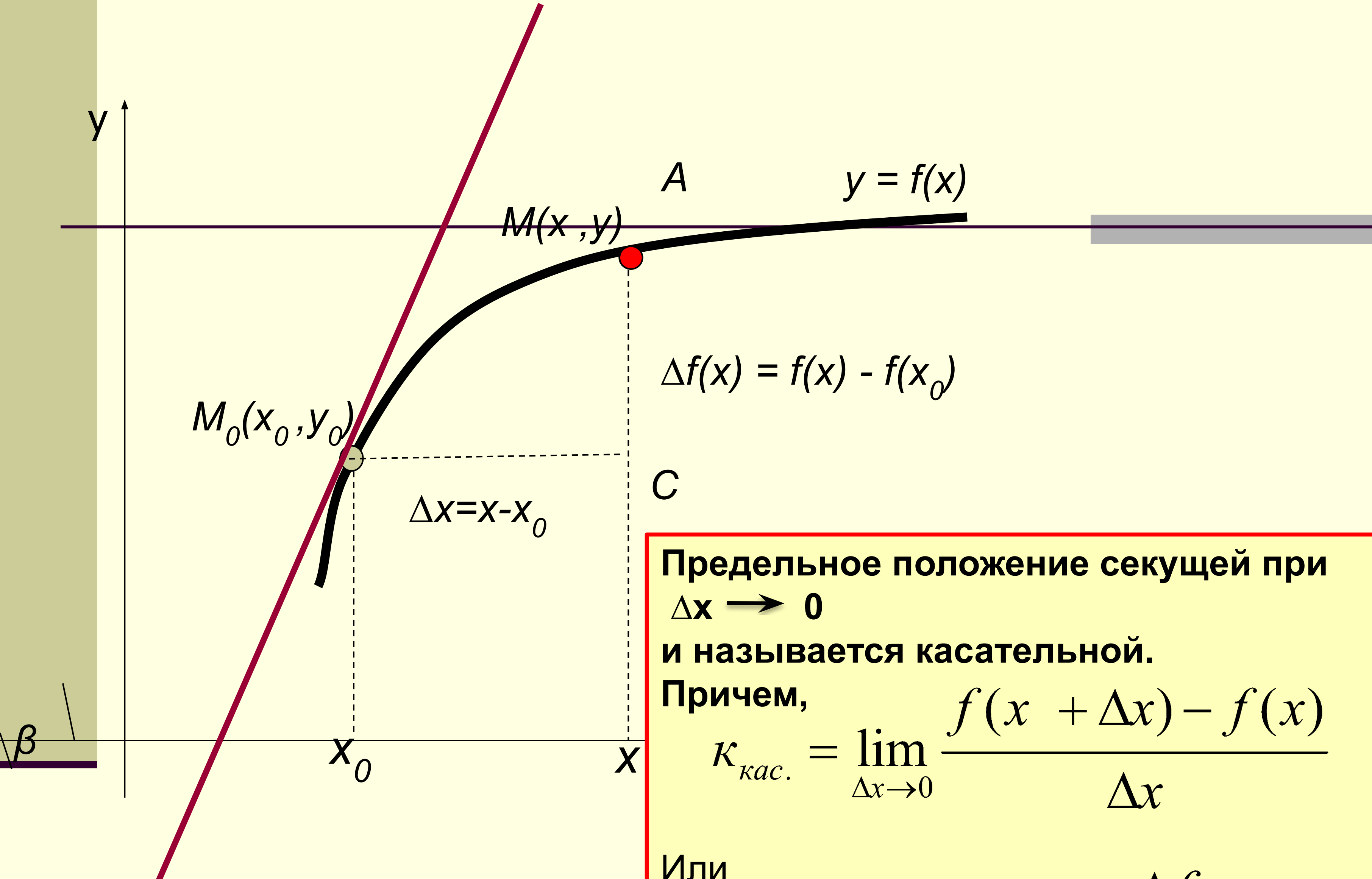


Задача о касательной к графику функции



$$\mathrm{tg}\beta = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

При $x \to x_0$ $\lim\limits_{x\to x_0} tg\beta = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$



Предельное положение секущей при
$\Delta x \longrightarrow 0$
и называется касательной.
Причем,

$$\kappa_{кас.} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Или

$$\kappa_{кас.} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Сравните:

$$v_{мгн.} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad \kappa_{кас.} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

По секрету:

это и есть производная!

Задана функция $y = f(x)$ на $(a; b)$

Пусть x_0 – некоторое значение аргумента из инт. $(a; b)$

$f(x_0)$ – значение функции в т. x_0.

Дадим x_0 приращение Δx, получим точку $x = x_0 + \Delta x$ (т.е. $\Delta x = x - x_0$)

Значение функции в этой т.

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x)$$

Найдем приращение функции:

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

Найдем отношение:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Найдем $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$. Это и есть производная

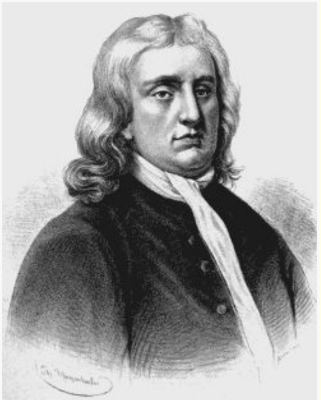
Определение:

Производной функции y= f(x), заданной на интервале (a, b), в точке x этого интервала называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Итак,

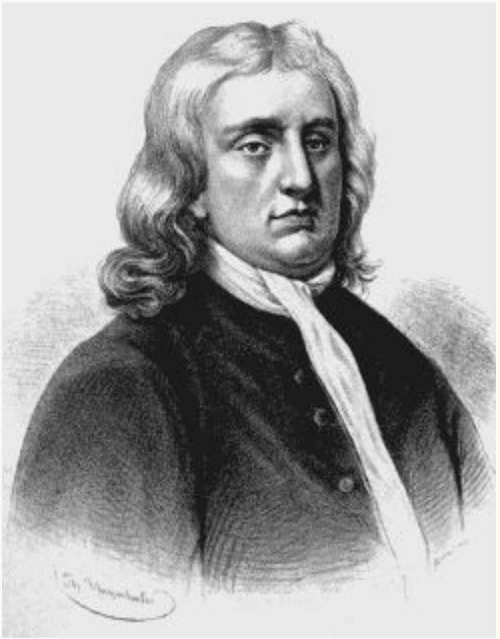
- **Ньютон, а затем Лейбниц, независимо друг от друга, пришли к открытию дифференциального и интегрального исчислений.**



Механический смысл производной:

- **Производная пути по времени есть скорость**

$V(t) = S'(t)$



Геометрический смысл производной:

- **Тангенс угла наклона касательной, проведенной к кривой в точке x_o, равен значению производной в этой точке.**

$$K_{кас.} = f'(x_o)$$