КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Урок №3. Полные квадратные уравнения (общая формула)

Автор: Ильина Юлия Валерьевна
ГБОУ лицей №373
«Экономический лицей»
Санкт- Петербург

Определение

- Уравнение вида **$ax^2+bx+c=0$**,где левая часть называется квадратным трехчленом относительно x, у которого **a,b,c,-** данные числа, причем **$a \neq 0$**, а правая часть - нуль называется квадратным уравнением.
- Число **a** называют **старшим коэффициентом**, **b** – вторым коэффициентом, **c** – **свободным членом**.

Некоторые полные квадратные уравнения мы уже решали, вспомним

$x^2+10x+25=0$

$(a=1,\ b=10,\ c=25)$

$(x+5)^2=0$

$x+5=0$

$x=-5$

Ответ: -5

- воспользовались формулой квадрата суммы

$16x^2-40x+25=0$

$(a=16,\ b=-40,\ c=25)$

$(4x-5)^2=0$

$4x-5=0$

$x=\frac{5}{4}$

Ответ: $1\frac{1}{4}$

Использовали формулу квадрата разности

Использовали метод выделения полного квадрата

$x^2+4x+3=0$

$(a=1,\ b=4,\ c=3)$

$x^2+4x+4-1=0$

$(x+2)^2-1^2=0$

$(x+2-1)(x+2+1)=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$x+1=0$ или $x+3=0$

$x=-1 \qquad x=-3$

Ответ: -1, -3

- Метод выделения полного квадрата
- Формула разности квадратов

ВЫВЕДЕМ ОБЩУЮ ФОРМУЛУ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛЮБОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим полное квадратное уравнение:

$ax^2+bx+c=0$, где $a\neq 0$

$ax^2+bx=-c$ умножим обе части на 4a и прибавим b^2

$4a^2x^2+4abx+b^2=-4ac+b^2$ в правой части – квадрат суммы

$(2ax+b)^2=b^2-4ac$

$2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac}$

$2ax=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ - корни квадратного уравнения

Выражение b^2-4ac называют дискриминантом и обозначают D.

Т.е. D= b^2-4ac,

тогда формула для нахождения корней выглядит так:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

РЕШИМ НЕСКОЛЬКО УРАВНЕНИЙ ВМЕСТЕ

$x^2-6x+8-0$

$a=1,\ b=-6,\ c=8$

$D=36-4\cdot1\cdot8$

$D=4,\ D>0$

$x_{1,2}=\dfrac{6\pm\sqrt{4}}{2\cdot1}$

$x_1=4,\ x_2=2$

Ответ:2,4.

- Отметим особо:
- D>0
- Уравнение имеет два корня.

$x^2+4x+4=0$

$a=1, b=4, c=4$

$D=16-16$

$D=0$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{0}}{2\cdot 1}$$

$x_{1,2}=-2$

Ответ: -2

- Отметим особо:
- D=0
- Уравнение имеет один корень, говорят также корень кратности два.
- Можно было заметить, что квадратный трехчлен представляет собой полный квадрат.

$2x^2+x+6=0$

$a=2,\ b=1,\ c=6$

$D=1-4\cdot2\cdot6$

$D=-47$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{-47}}{2\cdot2}$

уравнение не имеет

действительных корней

Ответ: Решений нет

- Отметим особо:
- D<0
- Уравнение не имеет вещественных (действительных) корней. О решениях таких уравнений будем говорить чуть позже.

Итак: квадратное уравнение с вещественными (действительными) коэффициентами a,b,c может иметь от 0 до 2 вещественных корней в зависимости от D (дискриминанта)

- D>0 — 2 корня, $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2\cdot a}$
- D=0 — 1 корень (или равные, совпадающие кратности 2). Такое уравнение удобнее решать используя формулу полного квадрата.
- D<0 — Действительных корней нет.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- №269, 270 (определить кол-во корней), 283, 282,284 (1ст), 285(1 ст.),307.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- С.М. Никольский, М.К. Потапов и др., Алгебра 8, изд. «Просвещение», 2010г.
- М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич, «Сборник задач по алгебре 8-9», изд. «Просвещение»,1992г.