

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ



Эта тема не так сложна, как кажется, стоит лишь по-хорошему разобраться в ней, в чем я постараюсь помочь.

ЧТО ЖЕ ТАКОЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ?

Показательные уравнения – это уравнения, в которых неизвестное число находится в показателе степени.

Например: $2^x=4$ или $4^{x-1}=1$

Чаще всего решение показательных уравнений сводится к решению уравнения $a^x=a^b$, где a – заданное число, $a>0$, $a\neq 1$, x – неизвестное.

Разобрался>

КАК РЕШАТЬ?

Напомню: чаще всего решение показательных уравнений сводится к решению уравнения $a^x = a^b$, где a – заданное число, $a > 0$, $a \neq 1$, x – неизвестное.

Это уравнение можно решить очень просто с помощью свойства степени с одинаковым основанием $a > 0$, $a \neq 1$ равны только когда, когда их показатели равны. ([напомнить свойства степени](#))

Попробуем решить уравнение:

$$4 \cdot 2^x = 1$$

запишем уравнение в другом виде

$$2^2 \cdot 2^x = 1;$$

теперь, пользуясь свойством степени

$$2^{2+x} = 1$$

любое число нулевой степени = 1, значит

$$2^{2+x} = 2^0$$

теперь приравниваем показатели

$$2+x=0$$

видим, что

$$\underline{x=-2}$$

Ответ: $x=-2$

[Перейти к практическим заданиям](#)

<Назад

[Разобрался](#)>

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ

1) $a^p a^q = a^{p+q}$

2) $(a^p)^q = a^{pq}$

3) $a^p : a^q = a^{p-q}$

4) $(ab)^p = a^p b^p$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

ЕЩЕ ПРИМЕР

Решим уравнение

$$9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

Это уравнение можно решить при помощи замены переменных

Заменим $3^x = t$

Получаем

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

Решаем простое квадратное уравнение, получаем корни

$$t_1 = 9, t_2 = -5$$

теперь подставим в уравнение $3^x = t$ получившиеся значения

$$3^x = 9$$

и

$$3^x = -5$$

$$3^x = 3^2$$

нет корней.

$$\underline{x=2}$$

(показательная функция не
может принимать
отрицательные значения)

Ответ: $x=2$

[<Назад](#)

[Разобрался>](#)

ЕЩЕ ПРИМЕР

Решаем уравнение

$$2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$$

Вынесем общий множитель 2^x за скобку (пользуясь свойствами степени)

$$2^x(2^1 + 2^{-1} + 1) = 28$$

Подсчитаем действие в скобках

$$2^x * 3,5 = 28$$

Теперь можно разделить обе части уравнения на одно и то же число

$$2^x * 3,5 = 28 / : 3,5$$

$$2^x = 8$$

8 представим как 2^3

$$2^x = 2^3$$

Основания равны. Теперь можно приравнять показатели.

$$\underline{x=3}$$

Ответ: $x=3$

<Назад

Разобрался>

РЕШАЕМ ВМЕСТЕ

Задание: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

Решение: (Некоторые строчки пропущены. Допиши решение.)

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$$

$$3^{x-2}(3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} = 1$$

$$x = 2$$

Разобрался>

РЕШИ САМ

Теперь, думаю, мы в состоянии сами решить некоторые уравнения. Вот несколько заданий. Реши их и проверь себя сам.

Задание 1: $0,3^{3x-2}=1$

Задание 2: $2 * 4^x=64$

Задание 3: $16^x - 17 * 4^x + 16 = 0$

[Посмотреть
ответы и решения](#)

[Как решать?](#)

Разобрался>

СЛОЖНЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание 4 $3^{2x+6}=2^{x+3}$

Задание 5 $16 \cdot 9^x - 25 \cdot 12^x + 9 \cdot 16^x = 0$

Задание 6 $9^{-\sqrt{9-1}} = \frac{1}{27}$

[Посмотреть
ответы](#)

Разобрался>

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Напомню, что бездумно списывать их не стоит. Просто проверь себя после того сам разобрался.

Задание 1

$$\begin{aligned}0,3^{3x-2} &= 1; \\ 0,3^{3x-2} &= 0,3^0; \\ 3x-2 &= 0; \\ x &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Задание 2

$$\begin{aligned}2 \cdot 4^x &= 64; \\ (2^2)^x &= 32; \\ 2^{2x} &= 2^5; \\ 2x &= 5; \\ x &= 2,5\end{aligned}$$

Задание 3

$$\begin{aligned}16^x - 17 \cdot 4^x + 16 &= 0; \\ 4^x &= t; \\ t^2 - 17t + 16 &= 0; \\ t = 1 \text{ и } t = 16; \\ 4^x = 1; & \quad \text{или} \quad 4^x = 16; \\ 4^x = 4^0; & \quad 4^x = 4^2; \\ x = 0 & \quad x = 2;\end{aligned}$$

PS эти решения не полные. В твоей тетради должно быть написано гораздо подробнее.

[Обратно к практическим заданиям](#)

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Напомню, что бездумно списывать их не стоит. Просто проверь себя после того сам разобрался.

Задание 4

$$\begin{aligned}3^{2x+6} &= 2^{x+3}; \\ 3^{2(x+3)} &= 2^{x+3}; \\ 9^{x+3} &= 2^{x+3}; \\ \left(\frac{9}{2}\right)^{x+3} &= \left(\frac{9}{2}\right)^0; \\ x+3 &= 0; \\ x &= -3;\end{aligned}$$

Задание 5

$$\begin{aligned}16 \cdot 9^x - 25 \cdot 12^x + 9 \cdot 16^x; \\ 16 \cdot \left(\frac{9}{16}\right)^x - 25 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x + 9 = 0; \\ \left(\frac{3}{4}\right)^x &= t; \\ 16t^2 - 25t + 9 &= 0; \\ t_1 &= 1; & t_2 &= \frac{9}{16}; \\ \left(\frac{3}{4}\right)^x &= 1; & \left(\frac{3}{4}\right)^x &= \left(\frac{3}{4}\right)^2; \\ x_1 &= 0; & x_2 &= 2\end{aligned}$$

Задание 6

$$\begin{aligned}9^{-\sqrt{x-1}} &= \frac{1}{27}; \\ 3^{-2\sqrt{x-1}} &= 3^{-3}; \\ -2\sqrt{x-1} &= -3; \\ \sqrt{x-1} &= 1,5; \\ x-1 &= 2,25; \\ x &= 3,25;\end{aligned}$$

PS эти решения не полные. В твоей тетради должно быть написано гораздо подробней.

[Обратно к сложным заданиям](#)

ПОДЫТОЖИМ

Мы научились решать показательные уравнения.
Думаю, не стоит напоминать, что теорию надо выучить.
С практикой же поступим так: просто возьми свой учебник и порешай задания, либо подойди к учителю и возьми задание.

Я все понял. Знаю теорию. Умею решать
показательные уравнения.

Ни чего не понял.