

Подобные треугольники.

Выполнили: Карташов Алексей
Пучков Евгений

Пропорциональные отрезки

- Отношение отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е. $\frac{AB}{CD}$
- Говорят, что **отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1** если $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$.
- Например, отрезки AB и CD, длины которых равны 2см и 1см, пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1 , длины которых равны 3см и 1,5см. В самом деле, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{2}{3}$.
- Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков. Так, например 3 отрезка AB, CD и EF **пропорциональны** трем отрезкам A_1B_1 , C_1D_1 и E_1F_1 , если справедливо равенство $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{EF}{E_1F_1}$.

Что хотим узнать???



Определение подобных треугольников

- Пусть в двух треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны: $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. В этом случае стороны AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 называются сходственными.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

Другими словами 2 треугольника называются подобными если:

1) $\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$

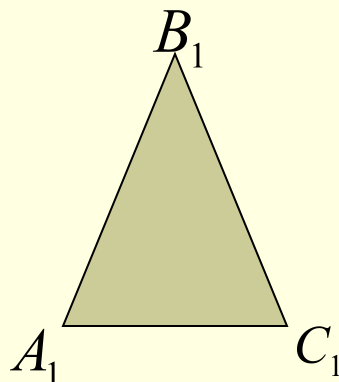
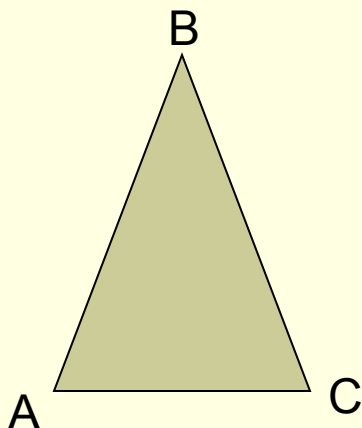
2) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = k$, где k коэффициент подобия



Отношение площадей подобных треугольников

ТЕОРЕМА

Отношение двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия



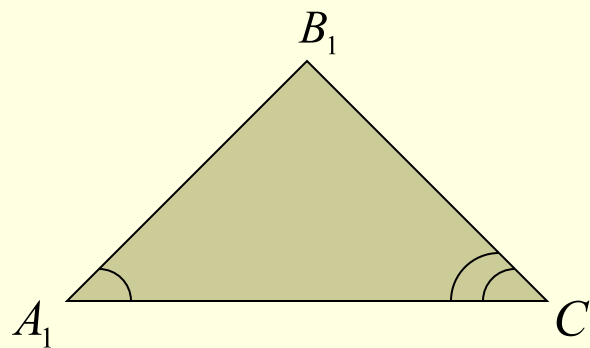
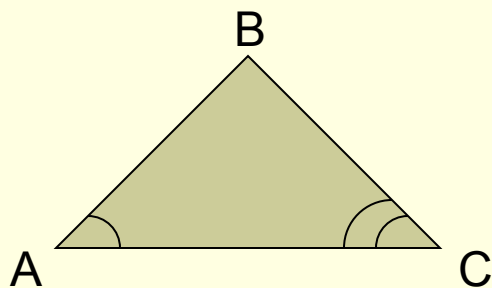
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$



1-ый признак

ТЕОРЕМА

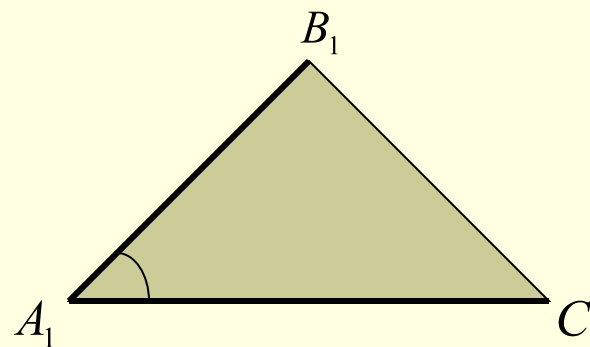
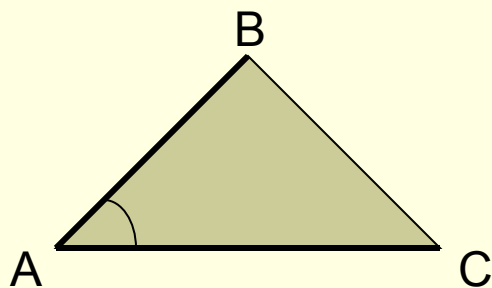
Если 2 угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны



Доказательство

2-ой признак

- ТЕОРЕМА
- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны

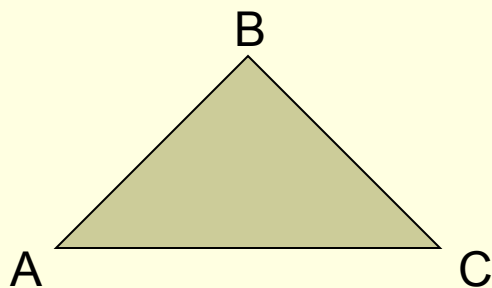


$$\angle A = \angle A_1 \quad \text{и} \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$

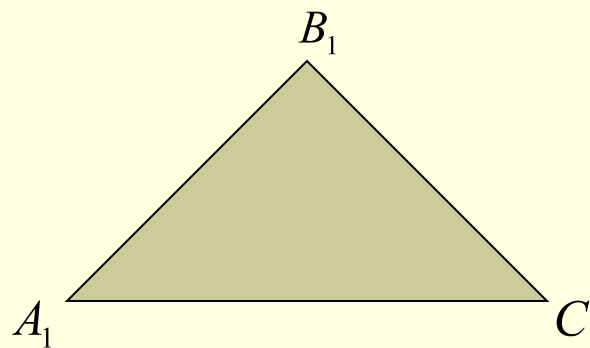
Доказательство

3-ий признак

- Теорема
- Если три стороны треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Доказательство

Доказательство 1

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

$$\angle B_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle C_1 \quad \text{Следовательно} \quad \angle B = \angle B_1$$

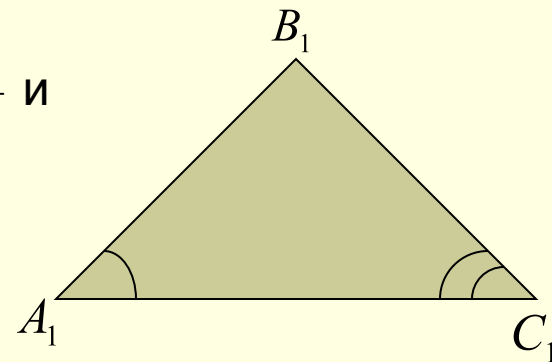
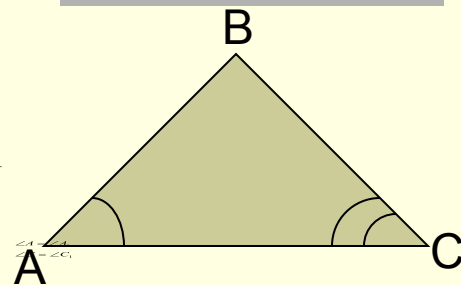
Углы треугольника ABC соответственно равны углам треугольника $A_1B_1C_1$.

$$\text{Т.к. } \angle A = \angle A_1 \text{ и } \angle B = \angle B_1 \text{ то } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} \text{ и}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AC \cdot BC}{A_1C_1 \cdot B_1C_1} \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Аналогично для $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$

$$\text{Получим } \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$$



Доказательство 2

$$1) \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1} \quad 2) \angle A = \angle A_1$$

Учитывая первый признак подобия можно доказать, что

$$\angle B = \angle B_1$$

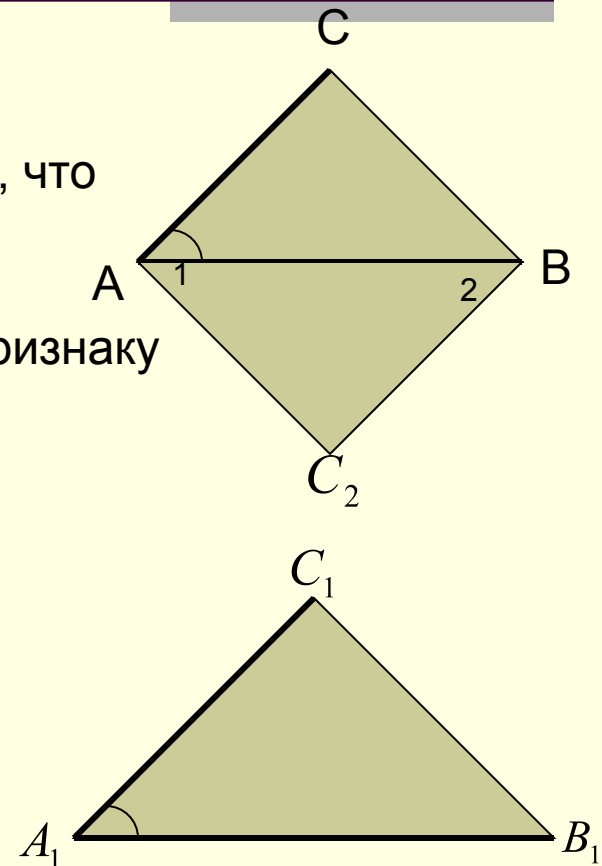
Рассмотрим ABC_2 у которого $\angle 1 = \angle A_1$ и $\angle 2 = \angle B_1$

Треугольники ABC_2 и $A_1B_1C_1$ подобны по первому признаку

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1} \quad \text{и} \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CA}{C_1A_1} \Rightarrow AC = AC_2$$

Треугольники ABC и ABC_2 равны (СУС)

$$\Rightarrow \angle B = \angle 2 \quad \text{и} \quad \angle 2 = \angle B_1 \Rightarrow \angle B = \angle B_1$$



Доказательство 3

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Учитывая второй признак подобия можно доказать что $\angle A = \angle A_1$

Рассмотрим ABC_2 у которого $\angle 1 = \angle A_1$ и

$$\angle 2 = \angle B_1$$

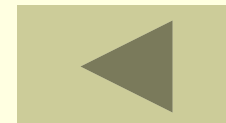
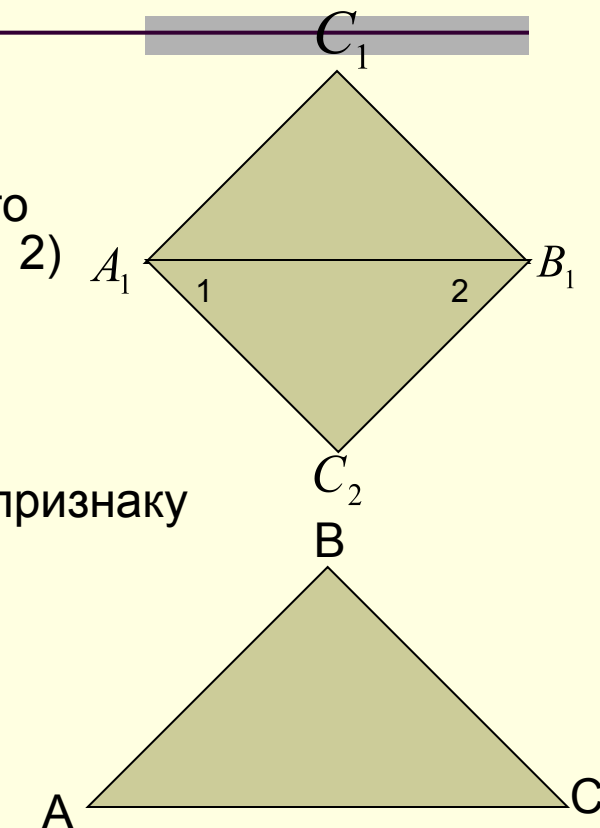
Треугольники ABC и ABC_2 Подобны по первому признаку

$$\Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{C_2A}{C_1A_1} \Rightarrow BC = BC_2 \text{ и } CA = C_2A$$

Треугольник $ABC = ABC_2$ (3 стороны) $\Rightarrow \angle A = \angle 1$

$$\text{Т.к. } \angle 1 = \angle A_1 \text{ и } \angle A = \angle 1 \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

$$\Rightarrow ABC \text{ подобен } A_1B_1C_1$$



Спасибо за внимание!!!!



ВЫХОД