

Подготовка к ЕГЭ по математике

Базовый уровень
Сложные задачи

Доцент кафедры математики и информатики,
эксперт предметной комиссии
ЕГЭ по математике
Савин Владимир Николаевич

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Базовый уровень

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени

при $a > 0$, $b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма

при $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $x > 0$, $y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

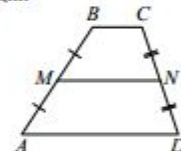
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

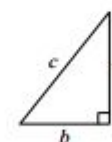
 MN — ср. лин. $MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$

 $BC \parallel AD$ MN — ср. лин. $MN \parallel AD$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Теорема Пифагора



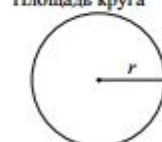
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности

$$C = 2\pi r$$

Площадь круга

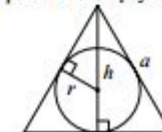
$$S = \pi r^2$$



Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

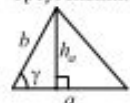
Площади фигур

$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

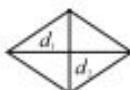


$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Треугольник

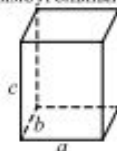
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

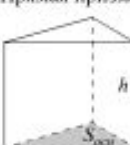
Ромб

$$d_1, d_2 - \text{диагонали}$$

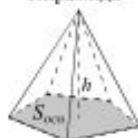
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Площади поверхностей и объёмы тел**Прямоугольный параллелепипед**

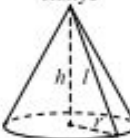
$$V = abc$$

Прямая призма

$$V = S_{осн} h$$

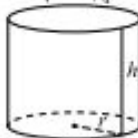
Пирамида

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

Конус

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{поп} = \pi r l$$

Цилиндр

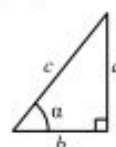
$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{поп} = 2\pi r h$$

Шар

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

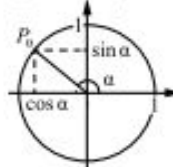
$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции**Прямоугольный треугольник**

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

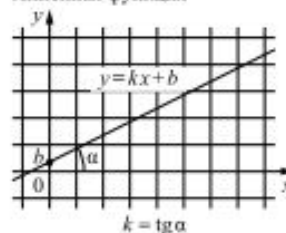
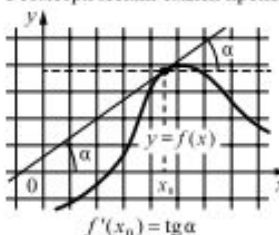
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции**Линейная функция****Геометрический смысл производной**

- **Первичные баллы базового уровня ЕГЭ по математике переводятся в следующие школьные оценки:**
- "2" (неудовлетворительно) - от 0 до 6 баллов
- "3" (удовлетворительно) - от 7 до 11 баллов
- "4" (хорошо) - от 12 до 16 баллов
- "5" (отлично) - от 17 до 20 баллов

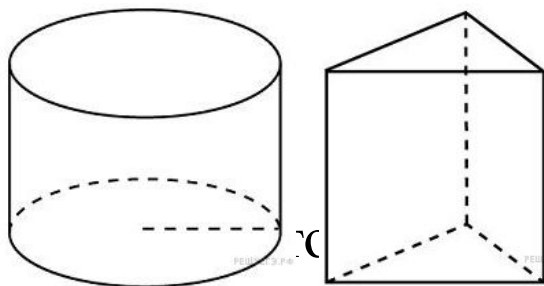
Результаты ЕГЭ 2015

- Средний первичный балл 13,52 (максимум 20).
- Средний тестовый балл 3,97.
- Высокие показатели успешности – выше 80% – продемонстрированы при решении заданий
- 1 (вычислительный пример),
- 3 (решение простейшей задачи на проценты),
- 6 (решение простейшей задачи на действия с целыми числами),
- 9 (знание площадей, длин, масс реальных объектов),
- 11 (чтение диаграмм, графиков),
- 12 (решение простейших задач на действия с числами, получение информации из таблиц),
- 14 (чтение графика),
- 18 (логическая)

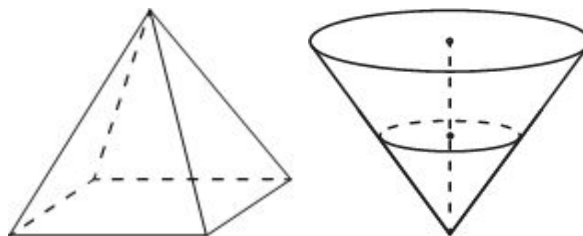
Задание 13

В заданиях на объёмы важно помнить, что

- при увеличении всех размеров *плоской фигуры* в k раз площадь увеличивается в k^2 раз,
- при увеличении всех размеров *объёмного тела* в k раз объём увеличивается в k^3 раз,
- Если у фигуры два одинаковых основания (призма, цилиндр, параллелепипед), то объём $V = S_{\text{осн}} * h$



- Если есть основание (пирамида, конус), то объём в 3 раза меньше $V = S_{\text{осн}} * h / 3$

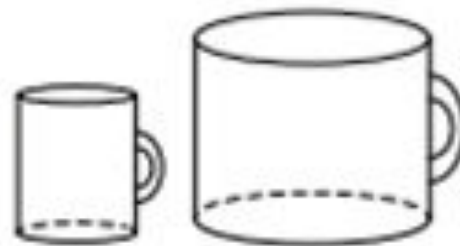


Задание 13

В заданиях на объёмы важно помнить, что

- при увеличении всех размеров *плоской фигуры* в k раз площадь увеличивается в k^2 раз,
- при увеличении всех размеров *объёмного тела* в k раз объём увеличивается в k^3 раз,

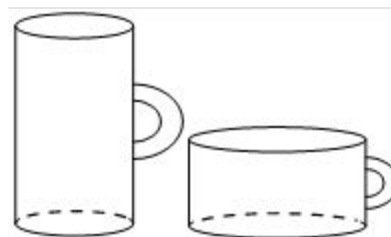
Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?



- Площадь основания второй кружки больше в $2^2=4$ раза, а высота больше в 1,5 раза, значит, объём больше в $4*1,5=6$ раз.
- Ответ. 6

Задание 13

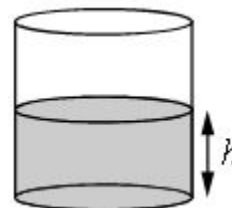
- Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка вдвое выше второй, а вторая в четыре раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?
- Ответ: 8



- Площадь основания увеличилась в $4^2=16$ раз, а высота уменьшилась в 2 раза. Значит, объём увеличился в $16/2=8$ раз

Задание 13

- В сосуд цилиндрической формы была налита вода до уровня 80 см. Её перелили во второй цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого. На каком уровне будет вода во втором сосуде? Ответ дайте в сантиметрах.



Решение.

Так как площадь основания увеличится в $4 \cdot 4 = 16$ раз, то высота жидкости уменьшится в 16 раз и станет равна $80/16 = 5$ см.

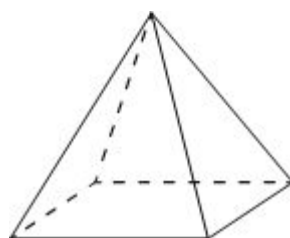
Ответ: 5

Задание 13

Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 23 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

	Основание	Высота
Оригинал	230 м	147 м
Копия	23 см	X см

$$x = \frac{23 \text{ см} \cdot 147 \text{ м}}{230 \text{ м}} = \frac{147 \text{ см}}{10} = 14,7 \text{ см}$$



● Ответ: 14,7

Задание 14

Это задания на
производные,
возрастание, убывание
функций

Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$
Возрастает ↗	Положительна или 0 $f'(x) \geq 0$
Убывает ↘	Отрицательна или 0 $f'(x) \leq 0$

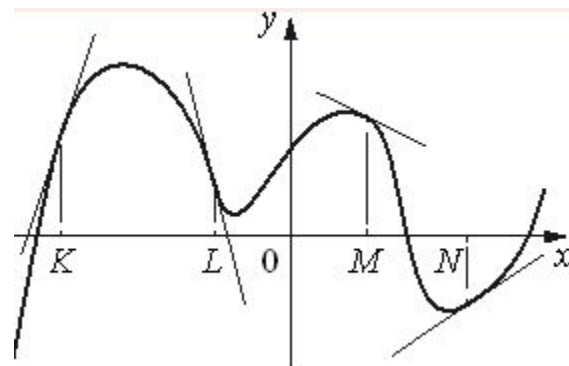
Для записи ответов
удобно заранее
построить таблицу для
ответов:

А	Б	В	Г

Задание 14 Сравнение производных

На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.

Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.



Производная положительна (№2 и 3), если функция возрастает, то есть в точках К и N.

В точке К касательная сильнее наклонена, значит, в точке К модуль производной больше, поэтому $K = \text{п.2})$
 $N = \text{п.3})$

В точке L наклон круче, чем в точке M, значит, модуль отрицательной производной больше в точке L. Но $4 > 0,5$, значит, $L = \text{п.1})$

ТОЧКИ

- А) К
- Б) L
- В) M
- Г) N

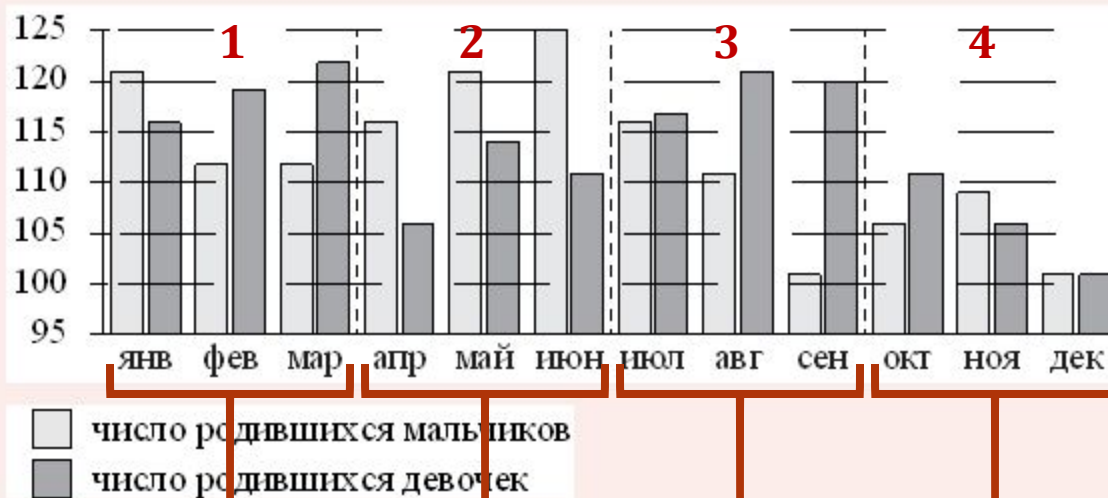
ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

Ответ. 2143

- 1) -4
- 2) 3
- 3) 2/3

убывание

На рисунке изображена сравнительная диаграмма ежемесячной рождаемости девочек и мальчиков в городском роддоме в течение 2013 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество родившихся.



Пользуясь диаграммой, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) 1-й квартал года
- Б) 2-й квартал года
- В) 3-й квартал года
- Г) 4-й квартал года

ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЖДАЕМОСТИ

- 1) в каждом месяце девочек рождалось больше, чем мальчиков
- 2) рождаемость мальчиков была примерно одинаковой в двух месяцах периода
- 3) рождаемость девочек снижалась
- 4) в каждом месяце мальчиков рождалось больше, чем девочек

Можно идти методом исключения.

А: 1 не выполнено, 2 выполнено (февраль и март) А=п.2

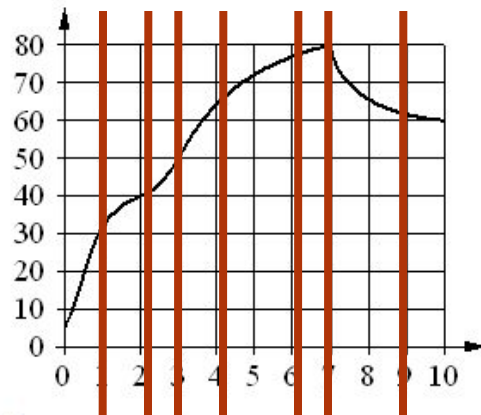
Б: п.1, 3 не выполнено. Б = п.4

В = п.1; Г=п.3 (последний пункт всё равно нужно проверять)

Ответ. 2413

Задание 14 Возрастание - убывание

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0–1 мин.
- Б) 2–3 мин.
- В) 4–6 мин.
- Г) 7–9 мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) температура росла и на всём интервале была выше 60°C
- 2) температура падала
- 3) температура росла быстрее всего
- 4) температура находилась в пределах от 40°C до 50°C

А: п.1,2,4 не выполнены, значит, А=п.3

Б=п.4

В= п.1

Г=п.2

Ответ. 3412

Задание 17 Решение

неравенств

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений из правого столбца. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $\log_2 x > 0$

Б) $2^{-x} > 2$

В) $\frac{x}{x-1} < 0$

Г) $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

РЕШЕНИЯ

1) $x < 0$ или $x > 1$

2) $x > 1$

3) $0 < x < 1$

4) $x < -1$

Решаем в произвольном порядке.

А) $\log_2 x > \log_2 1$

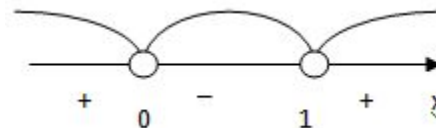
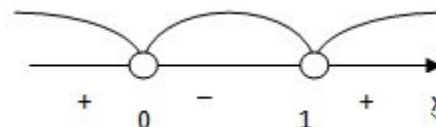
Б) $-x > 1$; $x < -1$ — п.4

В) методом интервалов

Значит, В=п.3

Г) методом интервалов

Г= п.1



Ответ. 2431

Задание 17 Округление чисел

Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\log_2 20$	1) $[1; 2]$
Б) $\frac{4}{3}$	2) $[2; 3]$
В) $\sqrt{11}$	3) $[3; 4]$
Г) $0,35^{-1}$	4) $[4; 5]$

$$4 = \log_2 16 < \log_2 20 < \log_2 32 = 5$$

$$A = \text{п.} 4$$

$$1 = 3/3 < 4/3 < 6/3 = 2 \quad B = \text{п.} 1$$

$$3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16} = 4$$

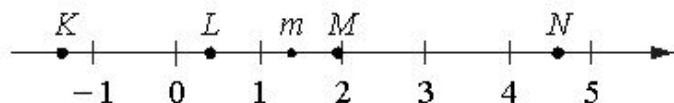
$$1/0,35 = 1 / (35/100) = 100 / 35 > 70/35 = 2$$

$$100 / 35 < 105 / 35 = 3; \quad \Gamma = \text{п.} 2$$

Ответ. 4132

Задание 17 Сравнение чисел

На прямой отмечено число m и точки K, L, M и N .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
А) K	1) $6 - m$
Б) L	2) m^2
В) M	3) $m - 1$
Г) N	4) $-\frac{2}{m}$

$$1 < m < 2 \quad (*)$$

1) $-2 < -m < -1$ прибавим 6:

$4 < 6 - m < 5$, значит, $N = \text{п.1}$

2) Все части неравенства $*$ положительны, поэтому

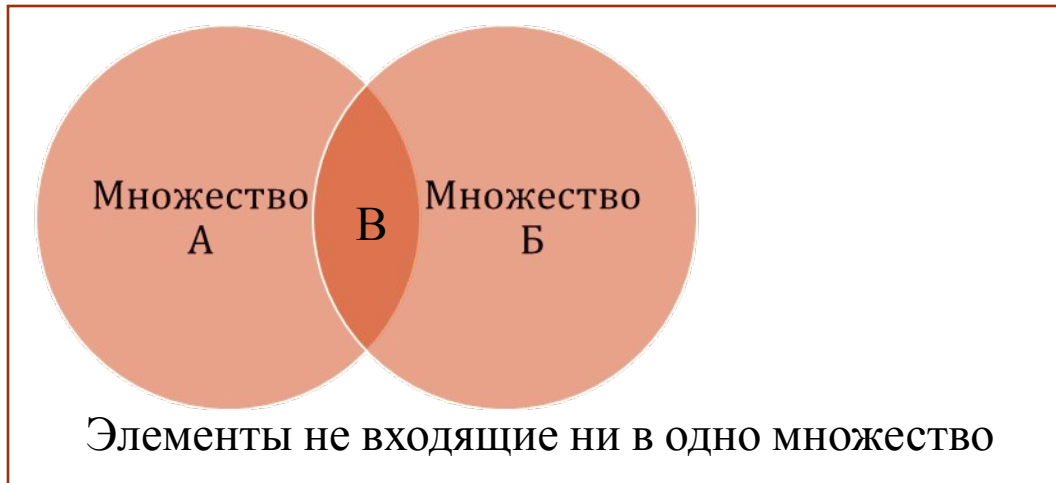
$1 < m^2 < 4$, значит, $M = \text{п.2}$

3) Отнимем 1 от всех частей неравенства $*$: $0 < m < 1$, значит, $L = \text{п.3}$

4) $1 < 2/m < 1/2$ $-0,5 < -2/m < -1$, значит, $K = \text{п.4}$

Ответ. 4321

Задание 18 Пересекающиеся множества (формула)



Множество В – это пересечение множеств А и Б. Тогда Общее количество элементов в множествах А и Б равно:

$$\text{Кол}(A+B) = \text{Кол}(A) + \text{Кол}(B) - \text{Кол}(B)$$

Различные варианты ответов получаются изменением Кол(В) от минимально возможного до максимально возможного

Задание 18 Пересекающиеся множества (пример)



В компании из 30 человек 25 человек пользуется социальной сетью «Facebook», а 10 человек — социальной сетью «ВКонтакте». Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

В этой компании

- ☐ 1) найдётся человек, который не пользуется ни сетью «Facebook», ни сетью «ВКонтакте»
- ☐ 2) найдётся хотя бы 5 человек, пользующихся обеими сетями
- ☐ 3) не найдётся ни одного человека, пользующегося только сетью «Facebook»
- ☐ 4) не больше 10 человек пользуются обеими сетями

$$\text{Кол}(F+B) = \text{Кол}(F) + \text{Кол}(B) - \text{Кол}(\text{обе}) \quad 10 < 25 < 30.$$

1) $10+25=35 > 30$, поэтому все могут быть пользователями

2) $35 - 30 = 5$, поэтому действительно найдутся 5 человек в обеих сетях

3) $25 > 10$, поэтому не могут все из Facebook быть Вконтакте

4) Это верно, так как Вконтакте 10 человек

Ответ. 24

Задание 18 Сравнение (пример)

В городе Z в 2013 г. мальчиков родилось больше, чем девочек. Мальчиков чаще всего называли Андрей, а девочек — Мария. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

Среди рождённых в 2013 г. в городе Z:

- 1) девочек с именем Мария больше, чем с именем Светлана.
- 2) мальчиков с именем Николай больше, чем с именем Аристарх.
- 3) хотя бы одного из родившихся мальчиков назвали Андреем.
- 4) мальчиков с именем Андрей больше, чем девочек с именем Мария.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- 1) Мария самое популярное имя, значит, их больше, чем Марий. Верно.
- 2) Про эти имена нет информации, значит, утверждение не следует из условия.
- 3) Мальчиков больше, чем девочек, значит, есть мальчики и среди них Андреев больше всего, значит, утверждение верно.
- 4) Это неверно, так как количество различных имён неизвестно. Например, 100 мальчиков из них 20 Андреев и по 10 других имён. При это 50 девочек, их них 30 Марий и и по 10 других имён

Задание 18 Сравнение (пример)

Двадцать выпускников одного из 11 классов сдавали ЕГЭ по математике. Самый низкий балл, полученный среди них, был равен 36, а самый высокий – 75.

Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- ☐ 1) Среди этих выпускников есть человек, который получил 75 баллов за ЕГЭ по математике.
- ☐ 2) Среди этих выпускников есть два человека с равными баллами за ЕГЭ по математике.
- ☐ 3) Среди этих выпускников нет человека, получившего 72 балла за ЕГЭ по математике.
- ☐ 4) Баллы за ЕГЭ по математике любого из этих двадцати человек не ниже 35.

- 1) Так как максимум 75, то утверждение верно
- 2) Сравнения баллов в тексте нет, так что это не следует из условия задачи
- 3) Распределение баллов в тексте не описывается, поэтому п.3 не верен
- 4) Минимум $36 \geq 35$, поэтому утверждение верно.

Ответ. 14

Задание 18 Сравнение

Школа приобрела стол, доску, магнитофон и принтер. Известно, что принтер дороже магнитофона, а доска дешевле магнитофона и дешевле стола. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

- ☐ 1) Магнитофон дешевле стола.
- ☐ 2) Принтер дороже доски.
- ☐ 3) Доска — самая дешёвая из покупок.
- ☐ 4) Принтер и стол точно не стоят одинаково.

$P > M > D$ $D < C$

- 1) Магнитофон и стол дороже доски, но не сказано насколько поэтому нельзя сравнить, а, значит, утверждение неверно
- 2) Верно
- 3) Верно
- 4) И принтер, и стол дороже доски, но не сказано насколько, поэтому они могут стоять одинаково. Утверждение неверно.

Ответ. 23

Задание 19 Признаки делимости

- Число называется простым, если оно делится только на 1 и само на себя.
- Первые простые числа нужно запомнить: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 (все простые числа невозможно запомнить, так как их бесконечно много)
- Признаки делимости на числа:

Число	2	3	4	5
Признак	Последняя цифра – чётная (0,2,4,6,8)	Сумма цифр числа делится на 3	1) Число из последних двух цифр делится на 4 2) Сумма числа единиц + удвоенного числа десятков делится на 4	Последняя цифра 0 или 5

Число	6	9	10	11
Признак	Делится на 2 и на 3	Сумма цифр числа делится на 9	Последняя цифра 0	Разность суммы цифр на нечётных местах и суммы цифр на чётных местах делится на 11

Задание 19

- Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.
- Решение. Сумма цифр постоянна. Порядок цифр неважен. Поэтому цифры будем брать в возрастающем порядке. Остаток от деления числа на 3 и на 9 совпадает с остатком суммы цифр этого числа
- 659 не проверяем, так как цифры совпадают с 569, значит, последняя цифра не 9. Пробуем последнюю цифру 8.

Цифры	Сумма	Сумма квадратов	Остаток при делении на 3	Остаток при делении на 9
299	20	166	1	4
389	20	154	1	1
479	20	146	2	2
569	20	142	1	7
488	20	144	0	0
578	20	138	0	3

Ответ: 578

Примечание. Есть ещё ответы 587, 758, 785, 857, 875.

Задание 19

Приведите пример трёхзначного натурального числа большего 400, которое при делении на 6 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите ровно одно такое число.

Если число делится на $5 \cdot 6 = 30$, то оно делится на 5 и 6. Попробуем числа $30n + k$, где k от 0 до 4.

Например 420. 4 это среднее 2 и 6, но 426 делится на 6, но не на 5. Далее 450. 4 это среднее 5 и 3, значит, нам подойдёт 453.

Проверка. $453:5=90$ (ост.3), $453:6 = 75$ (ост.3)

$$(5+3) / 2 = 4$$

Ответ. 453

Примечание. Возможны также ответы 573 (ост.3), 693 (ост.3) Есть ещё 480 (ост.0), но оно не подходит, так как в условии говорится, что остатки ненулевые.

Задание 19 Остатки от деления

Приведите пример трёхзначного натурального числа, большего 600, которое при делении на 4, на 5 и на 6 даёт в остатке 3 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение. Возьмём число на 3 меньше искомого, оно делится на 4, 5, 6, значит, делится на их НОК (наименьшее общее кратное), то есть $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$, значит, наше число $60n + 3$. Начинаем с 600, пока не выполнится условие: 603, 663, 723, 783, 843 – последнее подходит

Ответ. 843

Примечание. Ответ 963 также является верным

Задание 19

Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 4536. Приведите ровно один пример такого числа.

Решение. Число кратно 5, значит, это $abc0$ или $abc5$, но $0cba$ – трехзначное число, значит было число $abc5$, а получилось $5cba$.

$a\ b\ c\ 5$

$5\ c\ b\ a$

$4\ 536$, значит, $abc5 = 5cba + 4536$, поэтому цифра a не меньше 9, значит $a = 9$.

$9bc5 = 5cb9 + 4536$.

$36+9=45$, значит, $c=b+4$ или $c = b + 4 - 10 = b - 6$

Если $c=b+4$, то в следующий разряд ничего не переносится и получается $b = c+5$, чего быть не может (c больше и меньше b одновременно)

$c = b - 6$ (единица переносится в следующий разряд), тогда $b = c+5+1$, что совпадает с предыдущим условием. Осталось выбрать b и c , например, $b = 6$; $c=0$.

Проверка. $9605 - 5069 = 4536$ верно

Ответ. 9605

Примечание. Есть ещё ответы 9715, 9825, 9935

Задание 20 На смекалку (пример 1)

- Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. Через сколько дней улитка впервые окажется на вершине дерева?
- Решение. Лучше сделать таблицей, указывая все состояния (на какой высоте будет улитка после каждого действия)

№ дня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вечер (после дня)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Утро (после ночи)	1	2	3	4	5	6	7		

- Значит, улитка впервые окажется на вершине дерева через 8 дней.

Ответ. 8

Примечание. Популярна следующая ошибка: на $3 - 2 = 1$ м в день поднимается улика, значит, $10/1=10$ дней. Однако, в данном случае улитка через 10 дней СПУСТИТСЯ на вершину дерева, значит, она должна раньше была подняться. Такое решение неверно.

Задание 20 На смекалку (пример 2)

- В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:
- 1) за 4 золотых монеты получить 5 серебряных и одну медную;
- 2) за 7 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.
- У Николы были только серебряные монеты. После посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 90 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николы?

- Решение. Выделяем особые моменты:
- 1. При каждом обмене добавляется 1 медная монета, значит, всего было 90 обменов.
- 2. В итоге нет золотых монет, значит их нужно сразу разменивать, но 5 золотых не имеет общих множителей с 4, значит нужно сначала сделать 4 обмена 2 типа: $4 \cdot 7 = 28$ серебряных монет меняется на 20 золотых и 4 медных, а затем 5 обменов 1-го типа: 20 золотых меняется на $5 \cdot 5 = 25$ серебряных и 5 медных.
- В итоге за $4 + 5 = 9$ обменов мы из 28 серебряных получаем 25 серебряных (на 3 меньше, чем было) и $4 + 5 = 9$ медных.
- Так как нужно сделать 90 обменов (см.п.1), то нужно провести $90 / 9 = 20$ обменов по п.2, тогда количество серебряных монет уменьшится на $3 \cdot 10 = 30$ монет.

Ответ: 30

Задание 20 На смекалку (пример 3)

- В корзине лежат 25 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 11 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 16 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?
- Решение. Смотрим по самому плохому варианту, так как среди 11 точно есть один рыжик, значит, не рыжиков (груздей) не наберётся больше 10.

Аналогично, не груздей (рыжиков) не больше 15.

$r + g \leq 25$, но так как $r + g = 25$ по условию, то $g = 10$, $r = 15$

Ответ. 15

Полезные ссылки

- <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
- <http://practice.opengia.ru/> - официальный (ФИПИ) генератор вариантов базовых заданий (с таймером и возможностью многократной проверки правильности ответов)
- <http://alexlarin.net/ege/baza/main.html> - альтернативный генератор вариантов базовых заданий (неофициальный сайт, без ответов)
- <http://mathb.ege.sdamgia.ru/test?a=catalogwstat> – список рассмотренных задач (неофициальный сайт, с ответами и решениями)

Генератор заданий fipi.ru

<http://practice.opengia.ru/>



Математика • ЕГЭ • Базовый уровень • *Вариант №17243*

⌚ 00:00:03

1

Найдите значение выражения $\frac{7}{5} : 0,25 - \frac{2}{5}$.

Ответ:

Подтвердить ответ

2

Найдите значение выражения $\frac{3^{-7} \cdot 3^2}{3^{-9}}$.

Ответ:

Подтвердить ответ

3

Цена на электрический чайник была повышена на 21% и составила 3025 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Доцент кафедры математики и информатики,
эксперт предметной комиссии

ЕГЭ по математике

Савин Владимир Николаевич