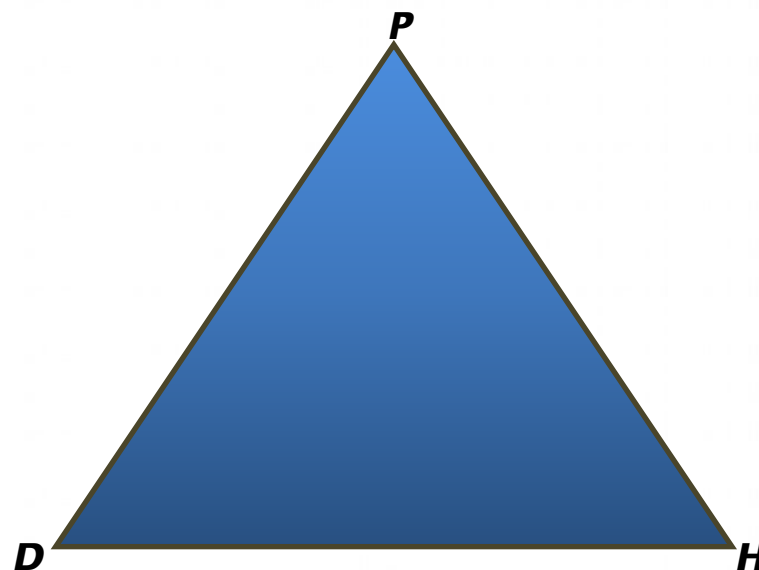
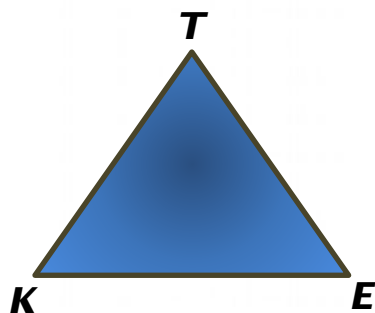
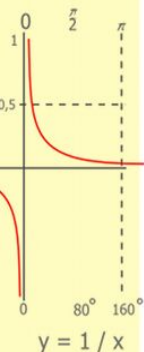
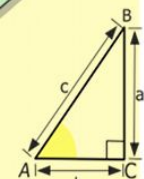
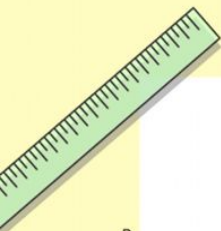


# Подібні трикутники



Черкаська приватна загальноосвітня  
школа "Софія"  
вчитель математики  
**Ратушина Аліна Валеріївна**



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

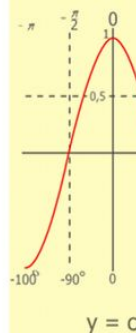
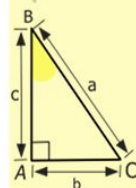
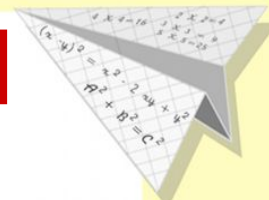
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

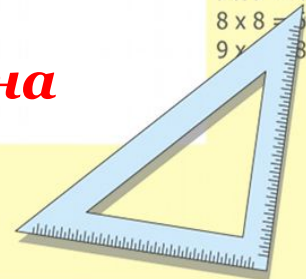


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



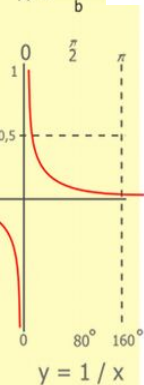


Усім нам часто доводиться мати справу з предметами однакової форми, але різних розмірів.

Наприклад: зменшена модель автомобіля схожа на справжній автомобіль. Але їх розміри відповідно пропорційні.

Фігури схожих форм називаються

**подібними фігурами**



$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

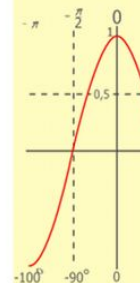
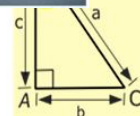


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

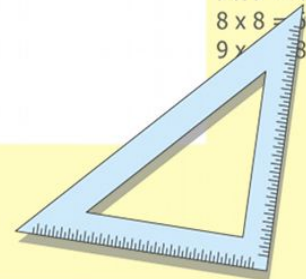
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

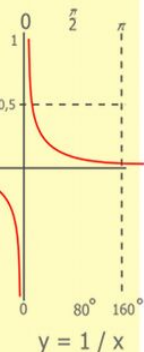
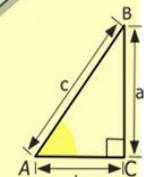
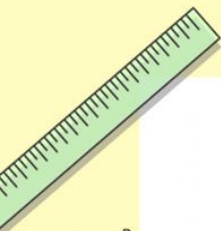
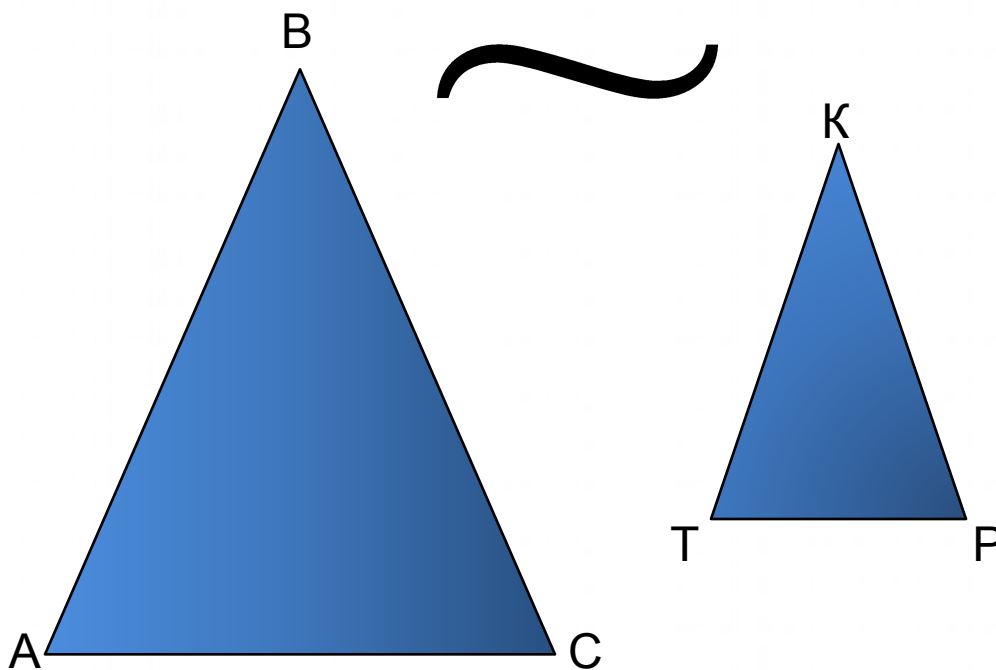
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Тригонометрія знайомі підбонку

використовується часто і

позначається  $\triangle ABC \sim \triangle TKP$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

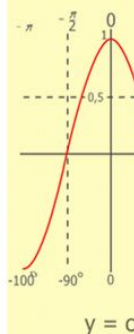
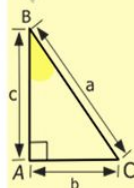
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

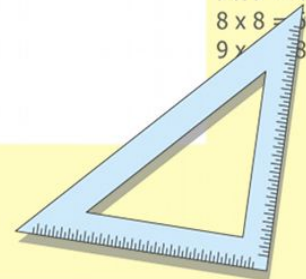


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



# Подібні трикутники

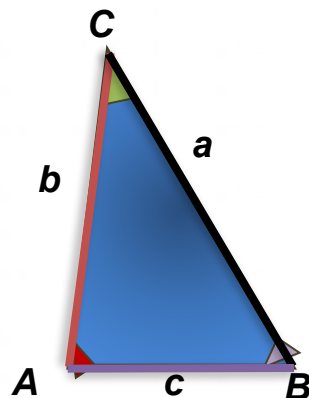
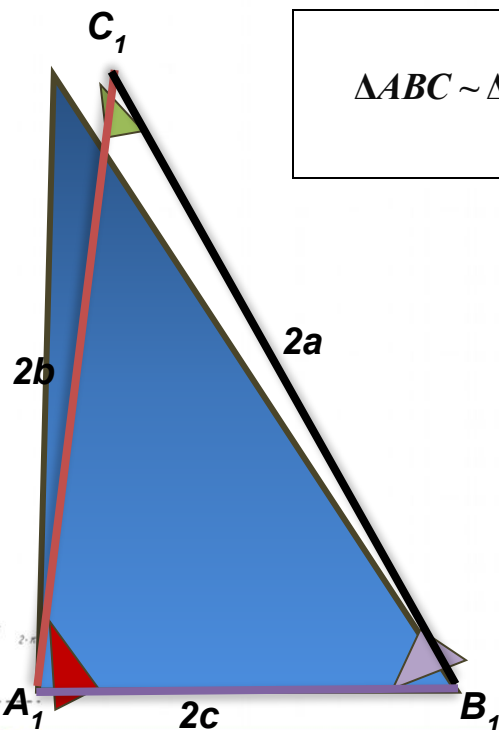
Два трикутники називаються **подібними**, якщо в них відповідні кути рівні й відповідні сторони пропорційні.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$



Число, якому дорівнює відношення відповідних сторін подібних трикутників, називається **коефіцієнтом подібності** (позначають **k**)

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

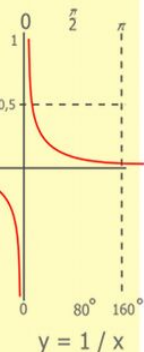
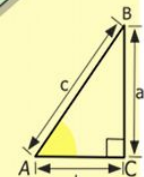
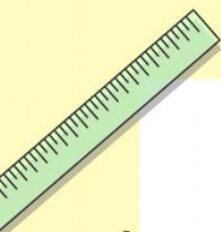
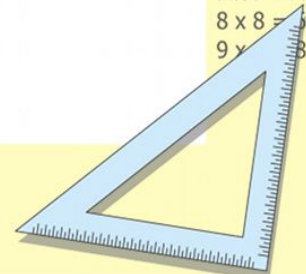


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

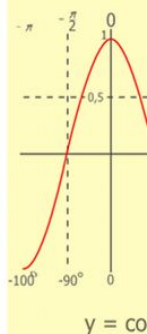
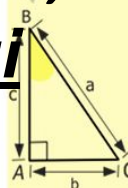
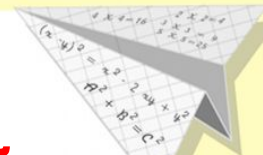
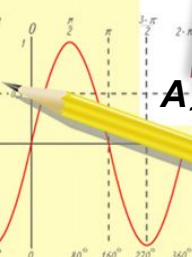
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



# Подібні трикутники

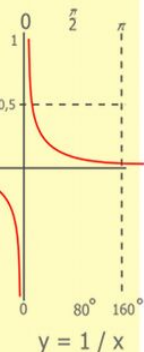
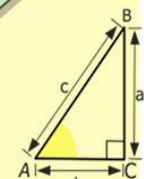
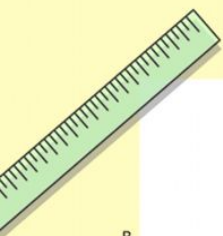
Відношення периметрів  
подібних трикутників дорівнює  
відношенню їх відповідних  
сторін.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{P}{P_1} = k$$

Щоб скласти відношення відповідних  
сторін подібних трикутників,  
потрібно:

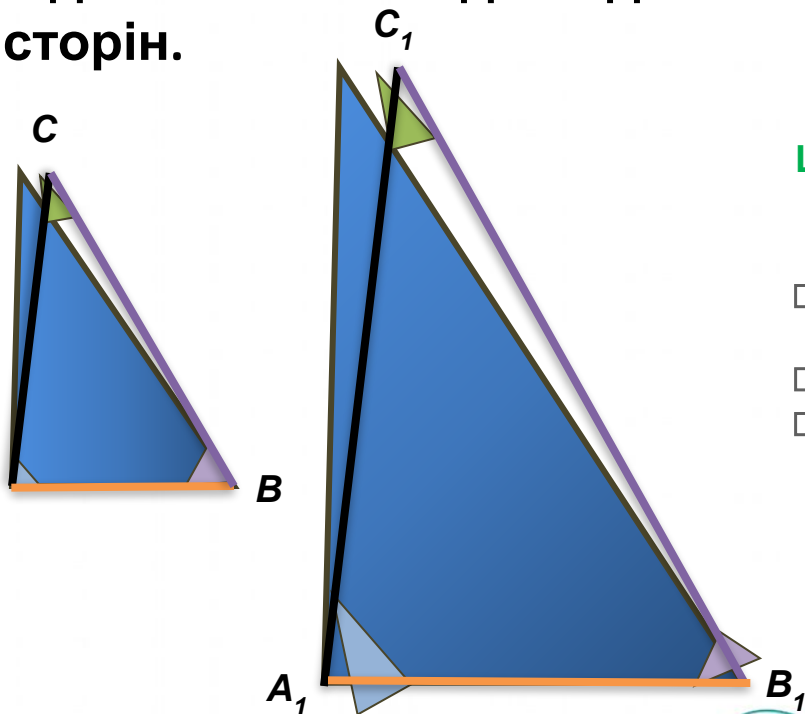
- визначити відповідно рівні кути трикутника;
- з'ясувати, які сторони є відповідними;
- записати рівність трьох дробів, у чисельниках яких – сторони одного з трикутників, а у знаменниках – відповідні сторони іншого

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{P}{P_1} = k$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

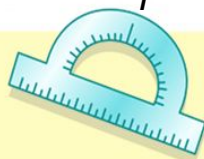
A B



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

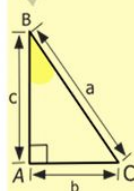
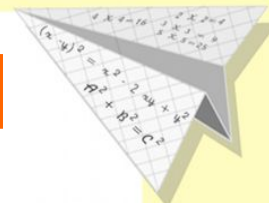
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



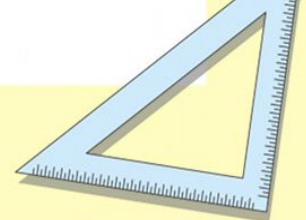
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

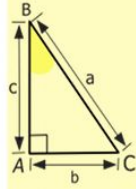
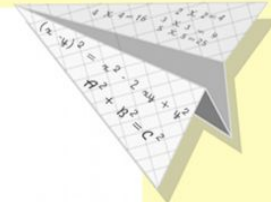
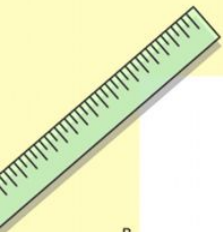
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



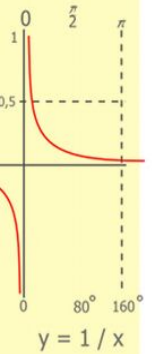
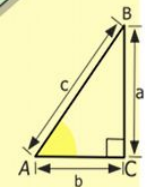
# ФАЛЕС МІЛЕТСЬКИЙ

(кін. 624 – кін. 546 до н. е.)

«Блаженство тіла – в здоров'ї,  
блаженство розуму – в знаннях»



- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \sin A$$

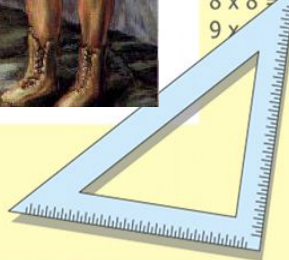
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{array}{l} x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{array}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



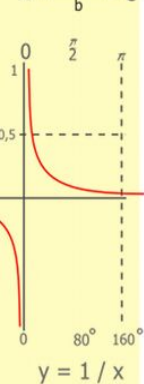
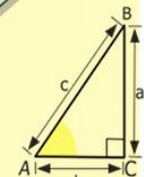
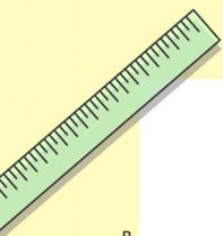
# Узагальнена теорема Фалеса

**Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на його сторонах пропорційні відрізки.**

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM}$$

**Пряма, паралельна будь-якій стороні трикутника, відтинає від нього подібний трикутник.**

$$\triangle ACB \sim \triangle ANM$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 210 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \sin A = \sin B = \sin C$$

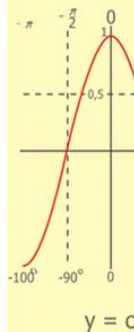
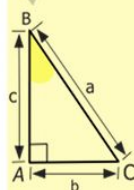
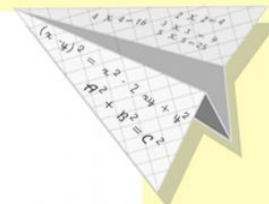
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

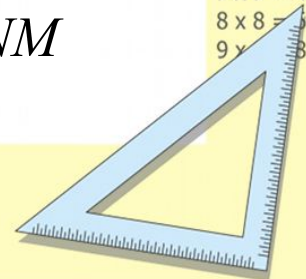


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



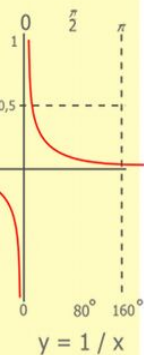
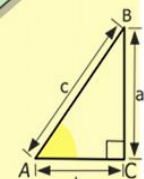
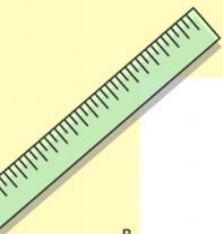
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



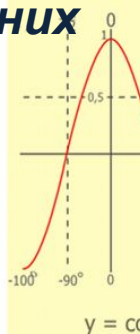
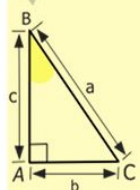
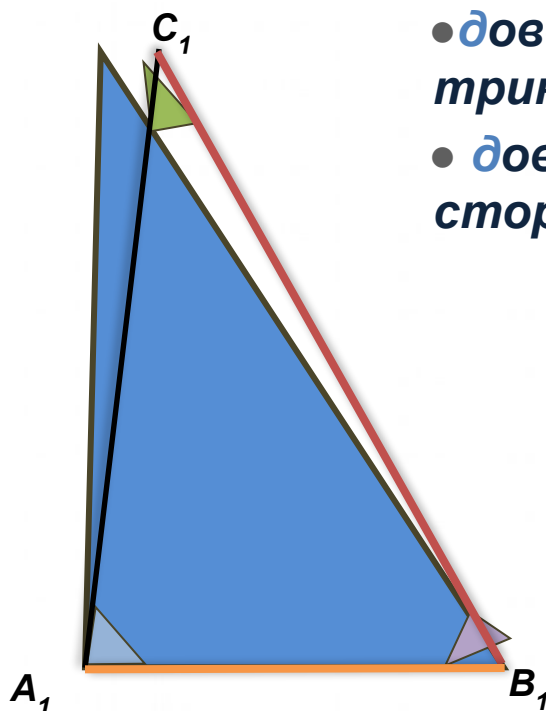
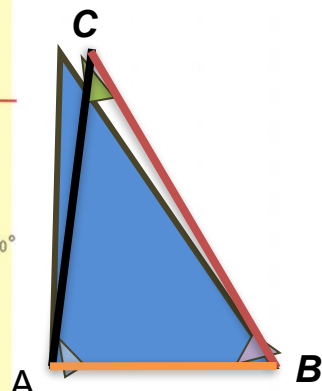


# Щоб довести подібність трикутників потрібно:

- довести рівність кутів даних трикутників;
- довести пропорційність відповідних сторін даних трикутників.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 840 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

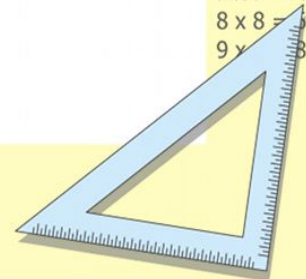
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



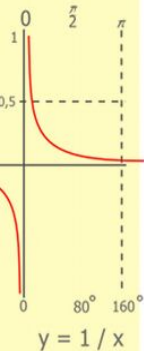
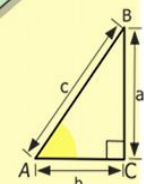
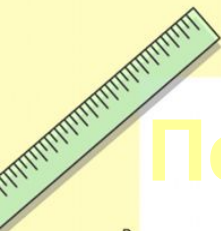
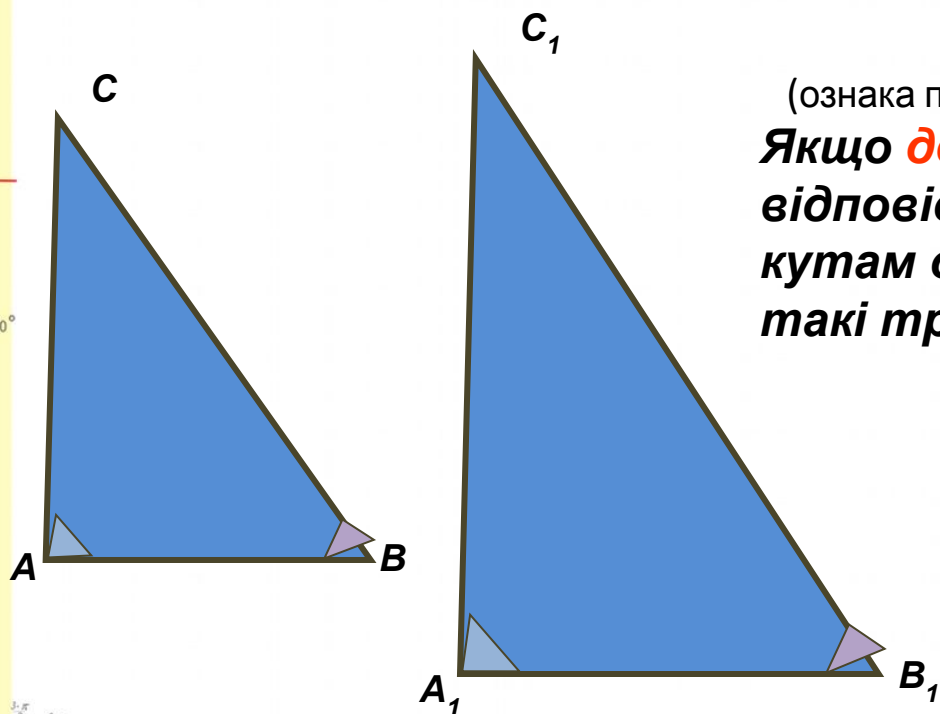


# Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

## Теорема

(ознака подібності трикутників за двома кутами).  
**Якщо два кути** одного трикутника  
відповідно дорівнюють двом  
кутам другого трикутника, то  
такі трикутники – подібні.

$$ABC \sim A_1B_1C_1$$



$$\begin{array}{r} 12500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

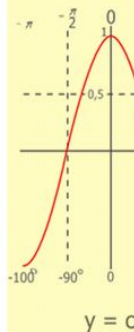
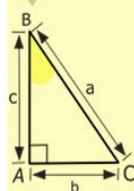
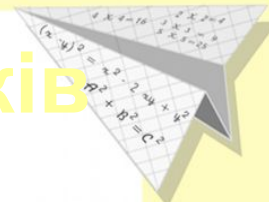
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

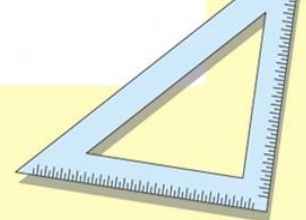


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

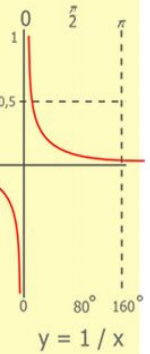
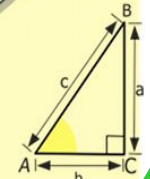
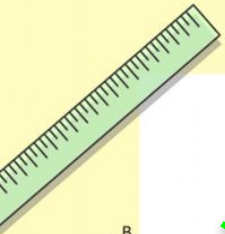


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



# Наслідки:

- **Рівносторонні трикутники подібні.**
- **Рівнобедрені трикутники подібні, якщо вони мають по рівному куту: при основі; при вершині.**
- **Прямокутні трикутники з рівним гострим кутом є подібними.**
- **Рівнобедрені прямокутні трикутники – подібні.**



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

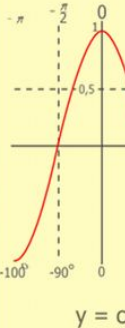
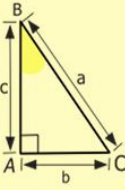
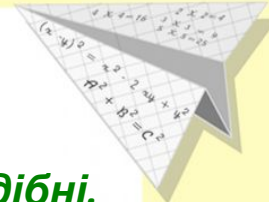
$$\sin 90^\circ = 1$$



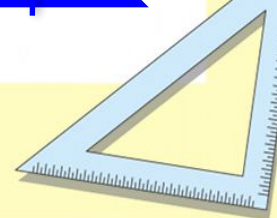
$$x = 25y + 45$$

$$\begin{array}{l} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{array}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

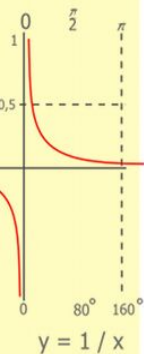
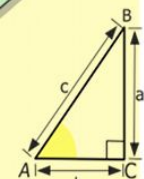


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



# Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність.



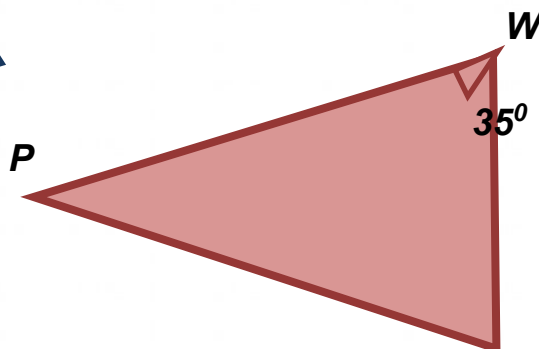
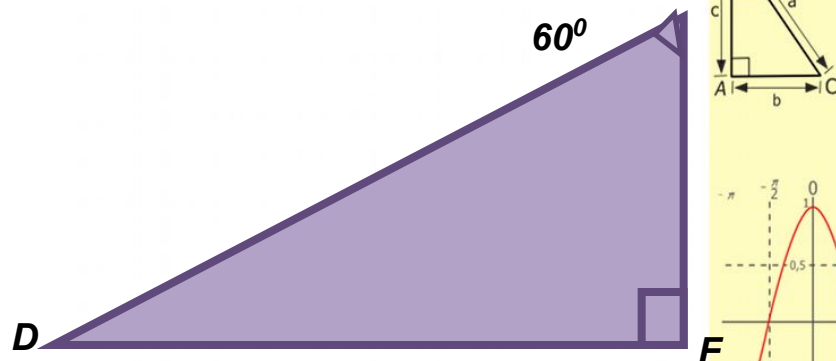
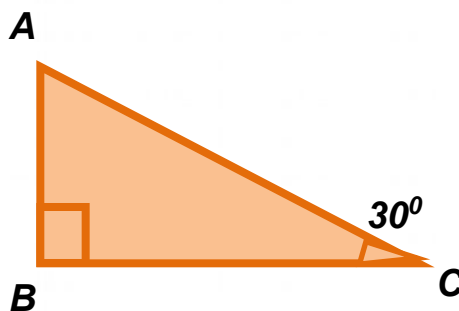
$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

65°

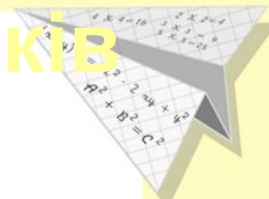


$$\sin 90^\circ = 1$$

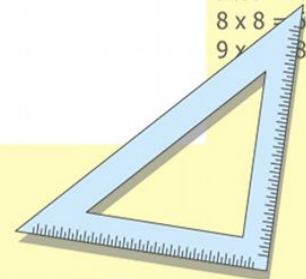


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

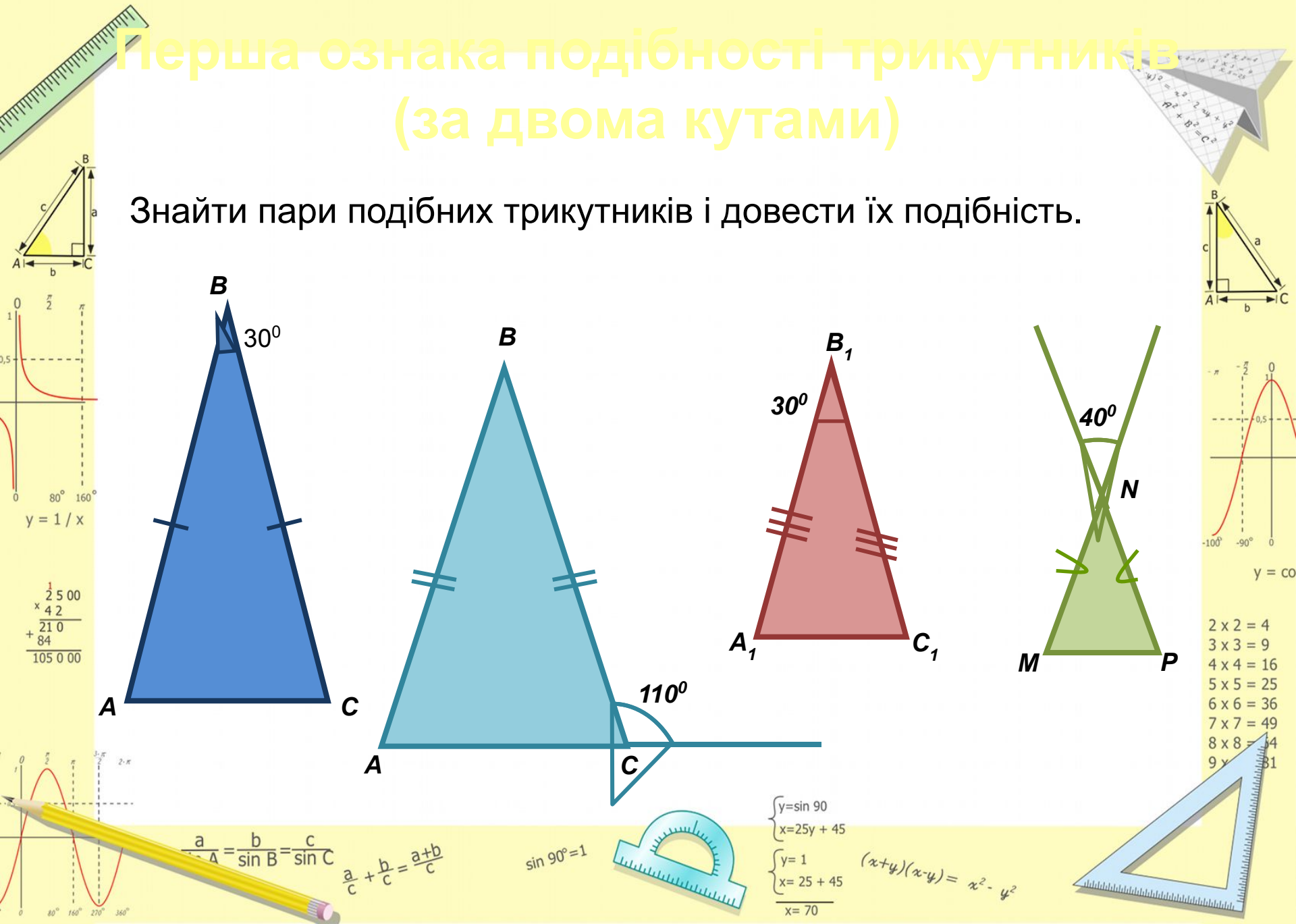
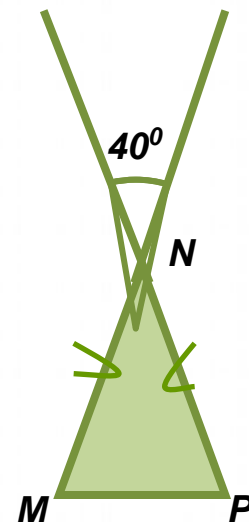
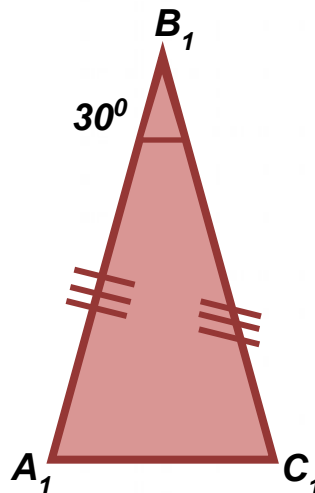
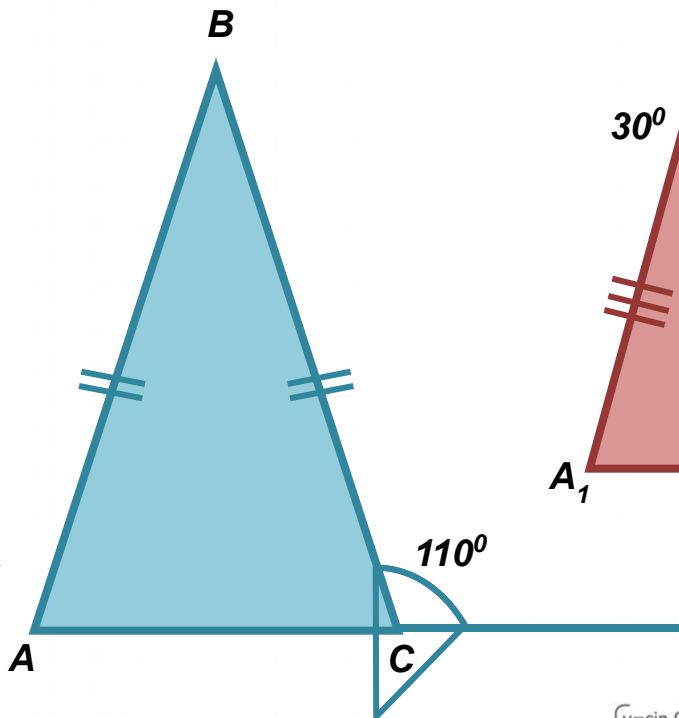
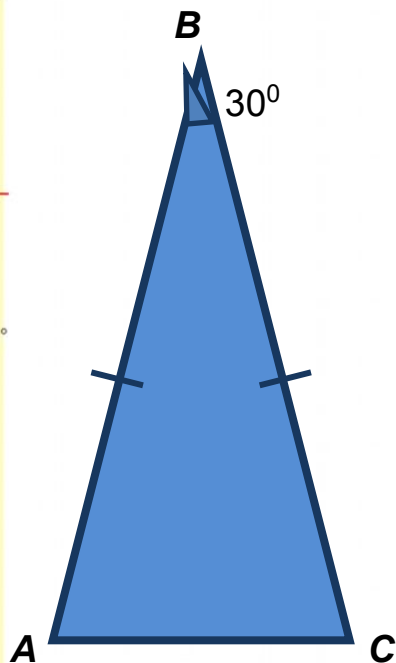


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



# Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

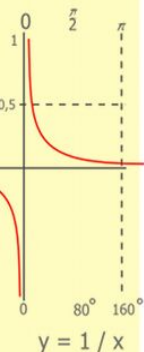
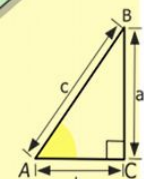
Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність.



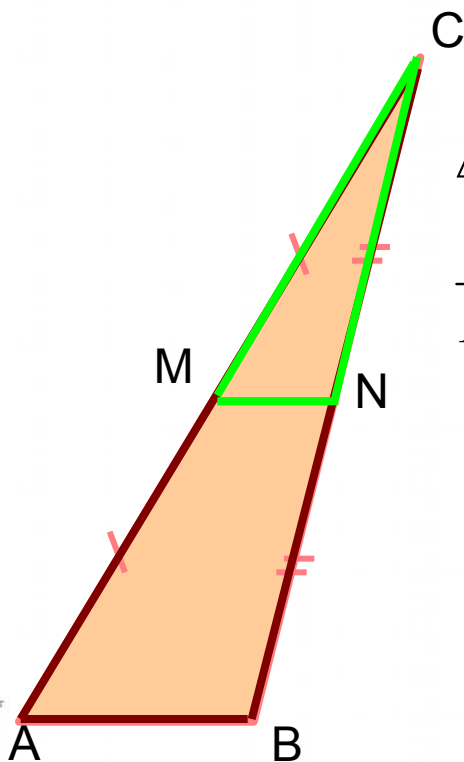


# Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\triangle ABC \sim \triangle MNC$$

$$\frac{AC}{MC} = \frac{BC}{NC} = \frac{AB}{MN}$$

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

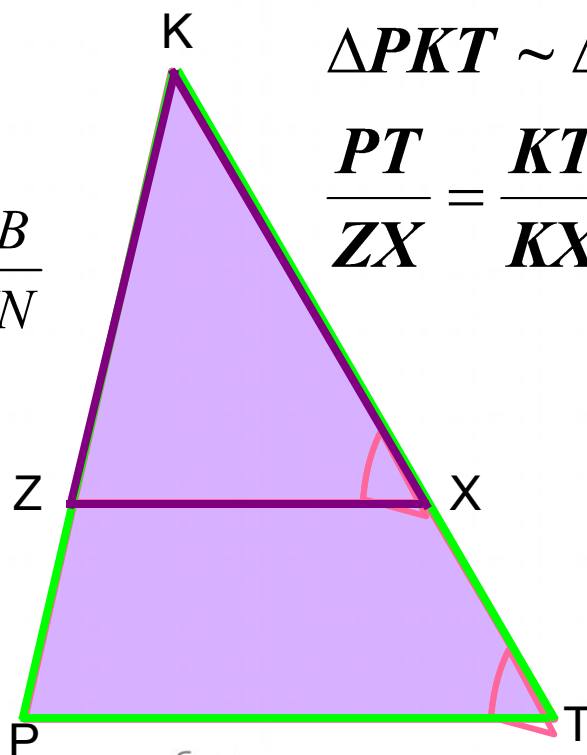


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

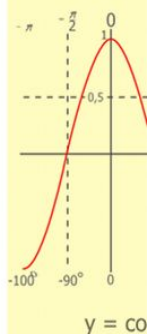
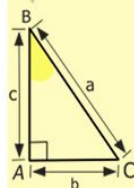
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

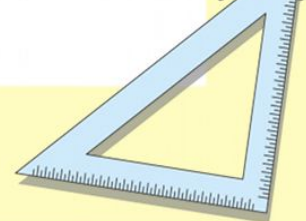


$$\triangle PKT \sim \triangle ZKX$$

$$\frac{PT}{ZX} = \frac{KT}{KX} = \frac{PK}{ZK}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.

## Розв'язання

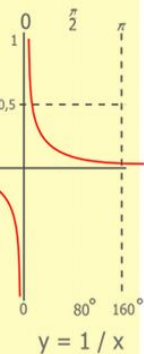
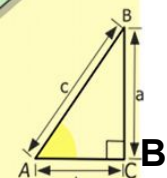
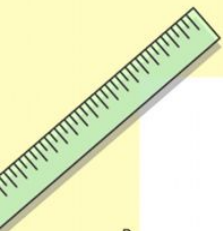
Розглянемо  $\triangle ACD$ ,  $AC = CD$ , отже  $\angle CAD = \angle CDA$

$\angle CAD = \angle ACB$  - як внутрішні різносторонні,

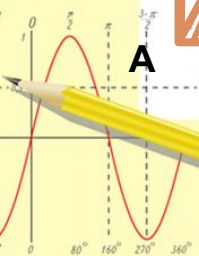
$\triangle ABC$  - рівнобедрений.

$\triangle ACD$  і  $\triangle ABC$  мають рівні кути, отже вони подібні

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BC} = \frac{AD}{AC}$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

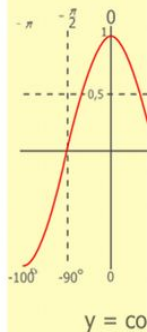
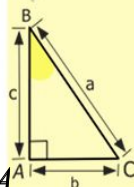
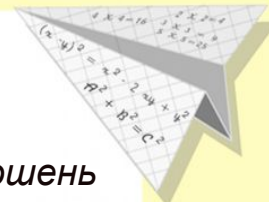
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

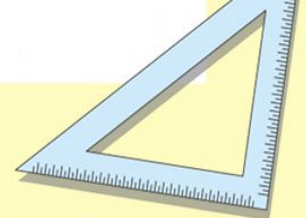


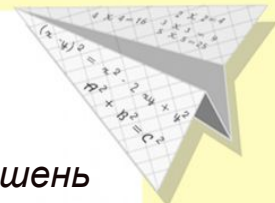
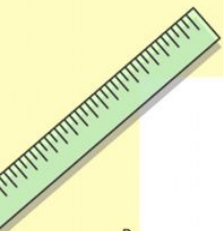
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

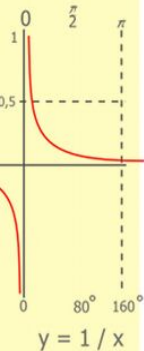
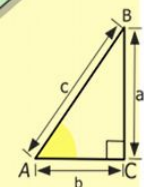


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$





Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$



O – центр кола

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

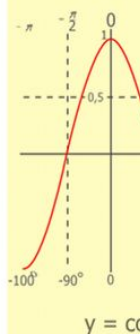
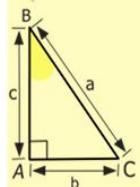
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

## Розв'язання

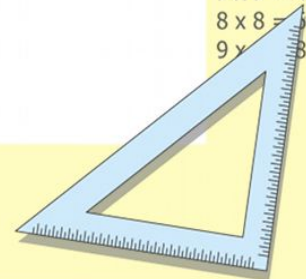
$\triangle ABC$  і  $\triangle OEC$  - подібні, за першою ознакою подібності трикутників

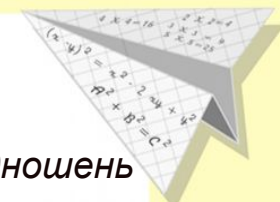
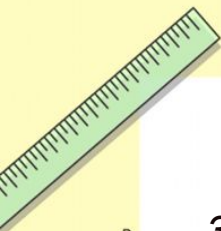
$\angle B = \angle E = 90^\circ$  як кут, що спирається на діаметр кола,  
 $\angle C$  - спільний

$$\frac{AC}{OC} = \frac{BC}{EC} = \frac{AB}{EO}$$

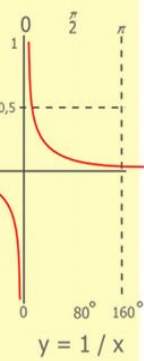
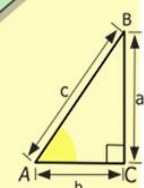


$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

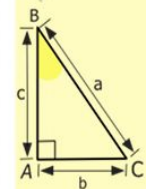




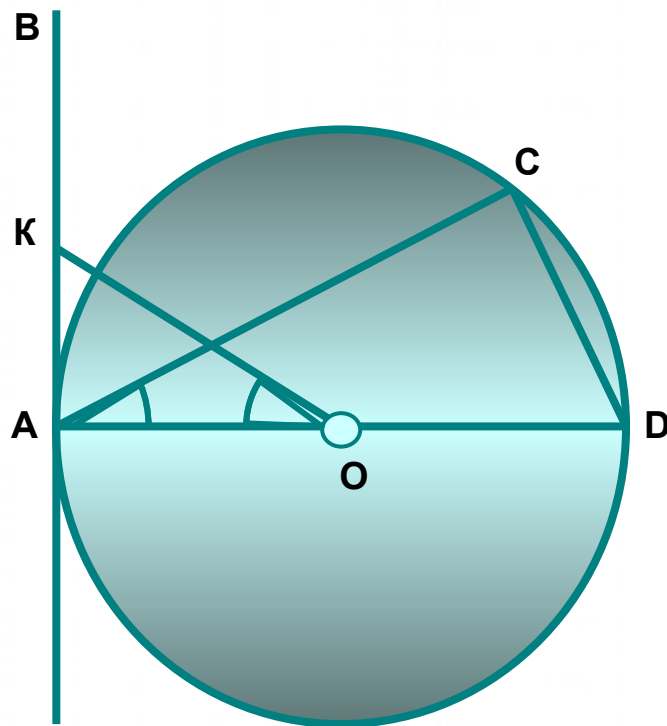
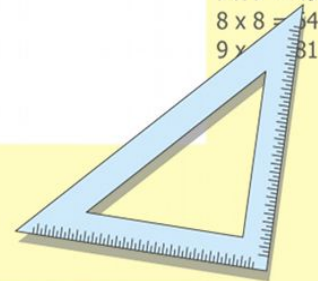
Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 840 \\ \hline 10500 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



### Розв'язання

$\triangle ACD \sim \triangle OAK$  за двома кутами.

$\angle C = 90^\circ$  - як кут, що спирається на діаметр кола.

$\angle A = 90^\circ$  тому що  $AB \perp AD$  (як дотична до діаметра)

$\angle KOA = \angle CAD$  - за умовою

$$\frac{AO}{AC} = \frac{AK}{CD} = \frac{KO}{AC}$$

**AB - дотична**

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$