

Реферат по математике на тему:

«Пирамида – тип многогранников».

Выполнила: Уч-ся гр.6-10
Шкарина Оксана

Исторические сведения о пирамиде.



Египетские пирамиды — одно из семи чудес света. Что же такое пирамиды?

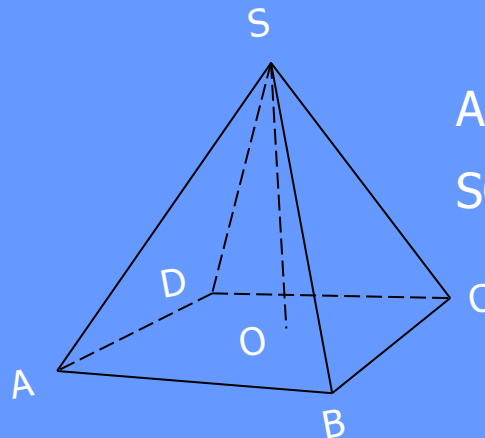
Усыпальницы египетских фараонов. Крупнейшие из них — пирамиды Хеопса, Хефрена и Микерина в Эль-Гизе в древности считались одним из Семи чудес света. Самая большая из трех — пирамида Хеопса (зодчий Хемиун, 27 в. до н. э.). Ее высота была изначально 147 м, а длина стороны основания — 232 м. Для ее сооружения потребовалось 2 млн. 300 тыс. огромных каменных блоков, средний вес которых 2,5 т. Плиты не скреплялись строительным раствором, лишь чрезвычайно точная подгонка удерживает их. В древности пирамиды были облицованы отполированными плитами белого известняка, вершины их были покрыты медными листами. В пирамиде Хеопса угол наклона таков, что высота пирамиды равна радиусу воображаемой окружности, в которую вписано основание пирамиды.

Пирамида и её сечение.

- Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника, — основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, — вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

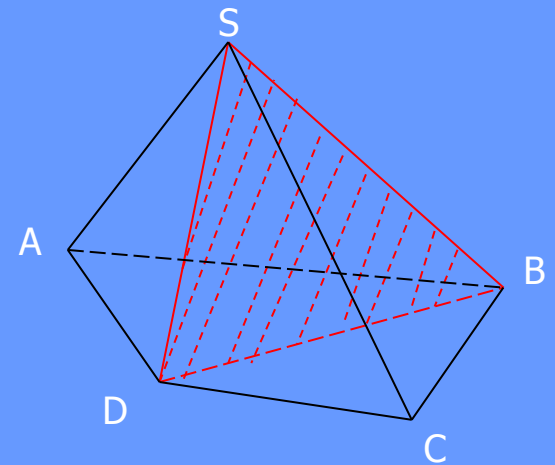
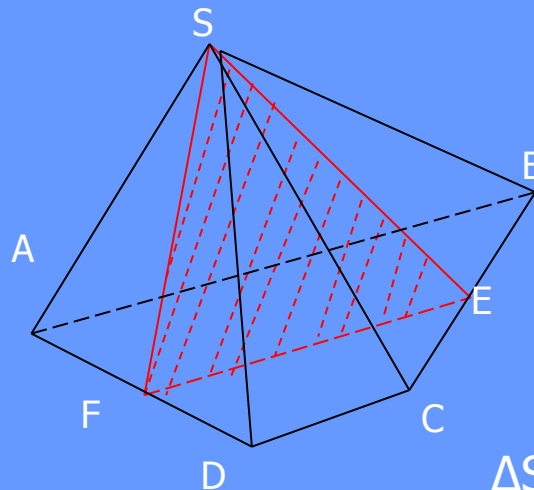
- Поверхность пирамиды состоит из основания и боковых граней. Каждая боковая грань — треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противоположной стороной — сторона основания пирамиды.

- Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.



ABCD — основание

SO — высота



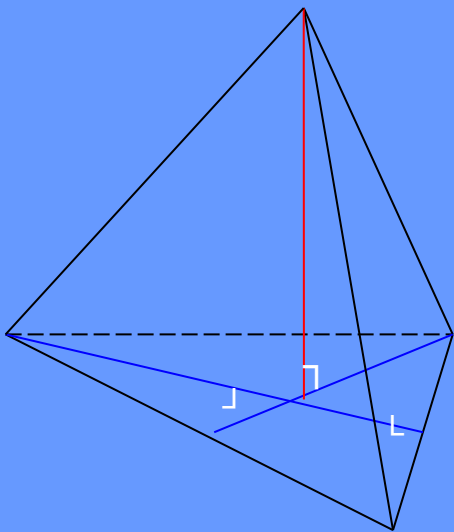
$\triangle SDB$ — диагональное сечение пирамиды SABCD.

Тетраэдр.

Слово «тетраэдр» образовано из двух греческих слов: tetra – «четыре» и hedra – «основание, грань». Тетраэдр задается четырьмя вершинами; грани тетраэдра – четыре треугольника. В качестве основания может быть выбрана любая его грань.

Ортоцентрический тетраэдр:

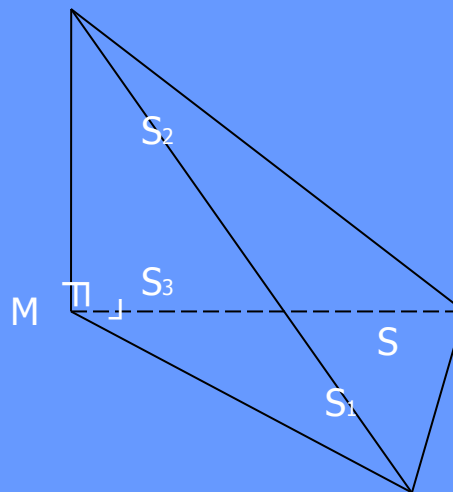
Тетраэдр является ортоцентрическим тогда и только тогда, когда его противоположные ребра перпендикулярны; или середины всех шести ребер лежат на одной сфере; или все ребра описанного параллелепипеда равны.



Прямоугольный тетраэдр:

Тетраэдр, в вершине которого сходятся три взаимно перпендикулярных ребра, называется прямоугольным.

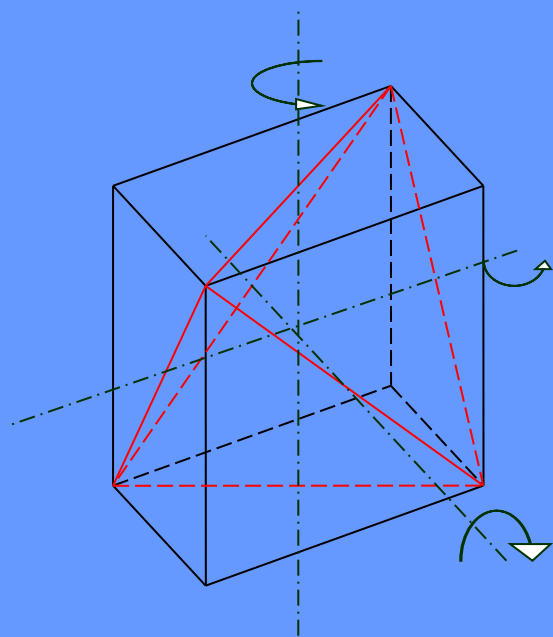
Точка М и будет ортоцентром.



$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

Равногранный тетраэдр

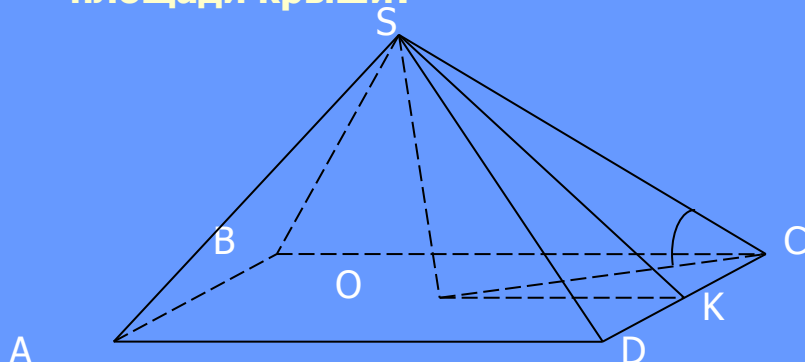
Свойства тетраэдра:



- 1. описанный параллелепипед равногранного тетраэдра — прямоугольный ;
- 2. у него имеется три оси симметрии (это общие перпендикуляры, проведенные к противоположным ребрам, они же бимедианы. Однако этих симметрий хватает, чтобы можно было совместить любые две указанные грани или вершины, но не ребра.
- 3. развертка тетраэдра, полученная при разрезании его по трем сходящимся в одной вершине ребрам, — треугольник ; этот треугольник должен быть остроугольным, потому что тупоугольный или прямоугольный при сгибании по соседним линиям не сложится в тетраэдр). Набор самосовмещений произвольного равногранного тетраэдра не так богат, как у правильного тетраэдра.
- 4. все трехгранные углы равны;
- 5. все медианы равны;
- 6. все высоты равны;
- 7. центры вписанной и описанной сфер и центроид совпадают;
- 8. радиусы описанных окружностей граней равны;
- 9. периметры граней равны;
- 10. площади граней равны

Решение задачи.

Крыша имеет форму пирамиды с квадратным основанием $4,5 \text{ м} \times 4,5 \text{ м}$ и углом наклона грани к основанию в 45° . Сколько листов железа размером $70 \text{ см} \times 140 \text{ см}$ нужно для покрытия крыши, если на отходы нужно добавить 10% площади крыши?



Дано: $SABCD$ – Правильная четырехугольная пирамида. $AB = BC = 4,5 \text{ м}$ $\angle SCO = 45^\circ$; размеры листа: $70 \text{ см} \times 140 \text{ см}$; отходы 10%;
 $N = (S_{\text{бок}} + S_{\text{отх}}) / S_{\text{листа}}$

Найти: N

Решение:

$$S_{\text{бок}} = 4 \cdot S_{\Delta CSD} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SK = 2CD \cdot SK$$

Рассмотрим ΔSOC ($\angle O = 90^\circ$; $\angle C = 45^\circ$)

т.к. сумма углов в треугольнике равна 180° , то $\angle S = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, значит $SO = OC$

т.к. $ABCD$ – правильный четырехугольник, то $OK = \frac{CD}{2} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ (м)}$

Рассмотрим ΔOKC ($\angle K = 90^\circ$; $OK = CK$)

По теореме Пифагора: $OC = \sqrt{2OK^2} = \sqrt{2 \cdot 5,0625} \approx 3,2 \text{ (м)} \rightarrow SO = 3,2 \text{ (м)}$

Рассмотрим ΔSOK ($\angle O = 90^\circ$)

По теореме Пифагора: $SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \sqrt{10,24^2 + 5,0625^2} = \sqrt{15,3} \approx 3,9 \text{ (м)}$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot 4,5 \cdot 3,9 = 35,1 \text{ (м)}$$

$$S_{\text{отх}} = S_{\text{бок}} \cdot 0,1 = 35,1 \cdot 0,1 = 3,51 \text{ (м)}$$

$$S_{\text{листа}} = 0,7 \cdot 1,4 = 0,98 \text{ (м)}$$

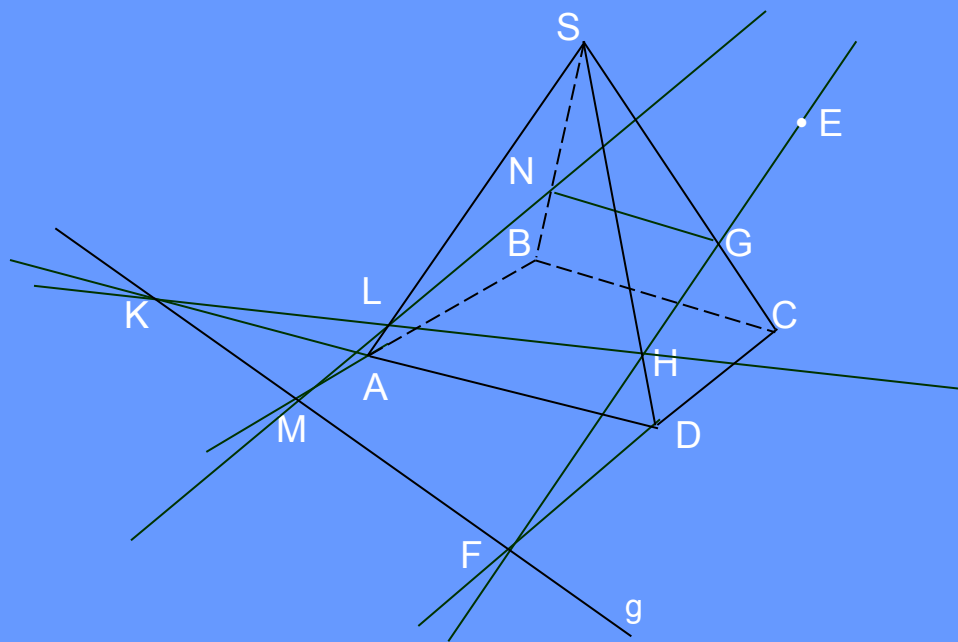
$$N = \frac{(35,1 + 3,51)}{0,98} = 40$$

Ответ: 40 листов.

Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:

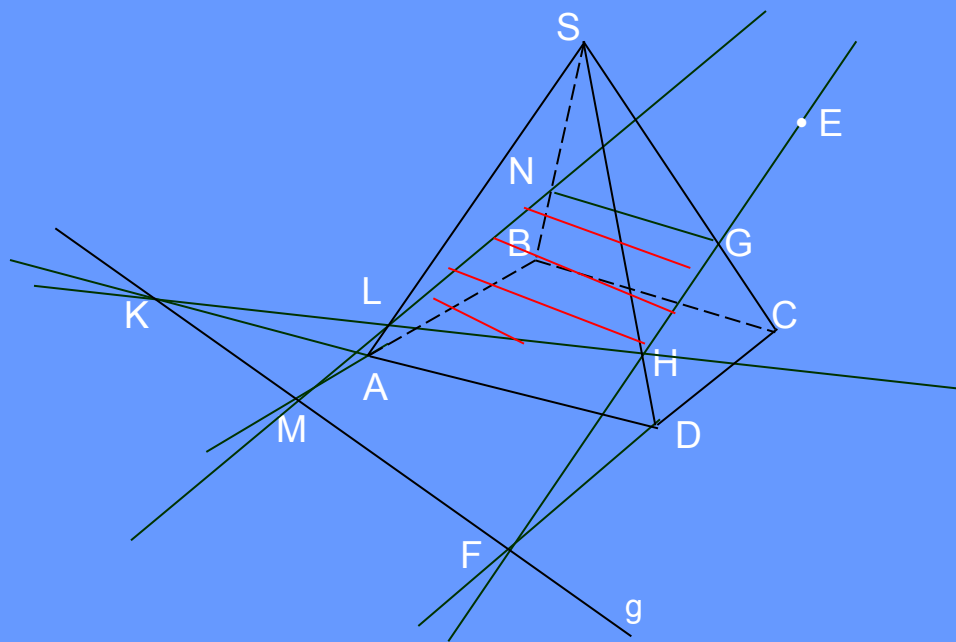


1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (SCD)$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (SAD)$.
4. Через точки K и H проведем прямую KH . $KH \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (SAB)$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G, H, L, N . Сечение $GHLN$ построено.

Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:



1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (SCD)$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (SAD)$.
4. Через точки K и H проведем прямую KH .
 $KH \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (SAB)$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G, H, L, N . Сечение $GHLN$ построено.