

## Урок 1

# Первообразная функции. Неопределенный интеграл.

### Задача

Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$$

(где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения).

Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.

### Задача

$$V(t) = x'(t)$$

дифференцирование

Найдите закон движения материальной точки, если известно, что

$$V(t) = 4t + 2$$

$$x(t) = \int V(t)dt$$

интегрирование

*Много из математики не остаётся в  
памяти,  
но когда поймешь её,  
тогда легко при случае вспомнить  
забытое.*

М.В. Остроградский

Опр.  $F(x)$  первообразная для  $f(x)$

$$F'(x) = f(x)$$

Операция нахождения производной для функции называется дифференцированием.

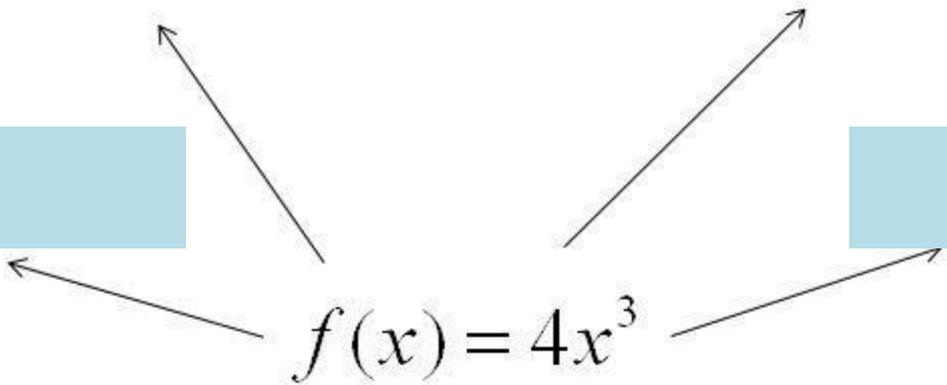
Операция нахождения первообразной для функции называется интегрированием.

Правила нахождения  
первообразных

Пусть  $F(x)$  и  $G(x)$  первообразные для  $f(x)$  и  $g(x)$

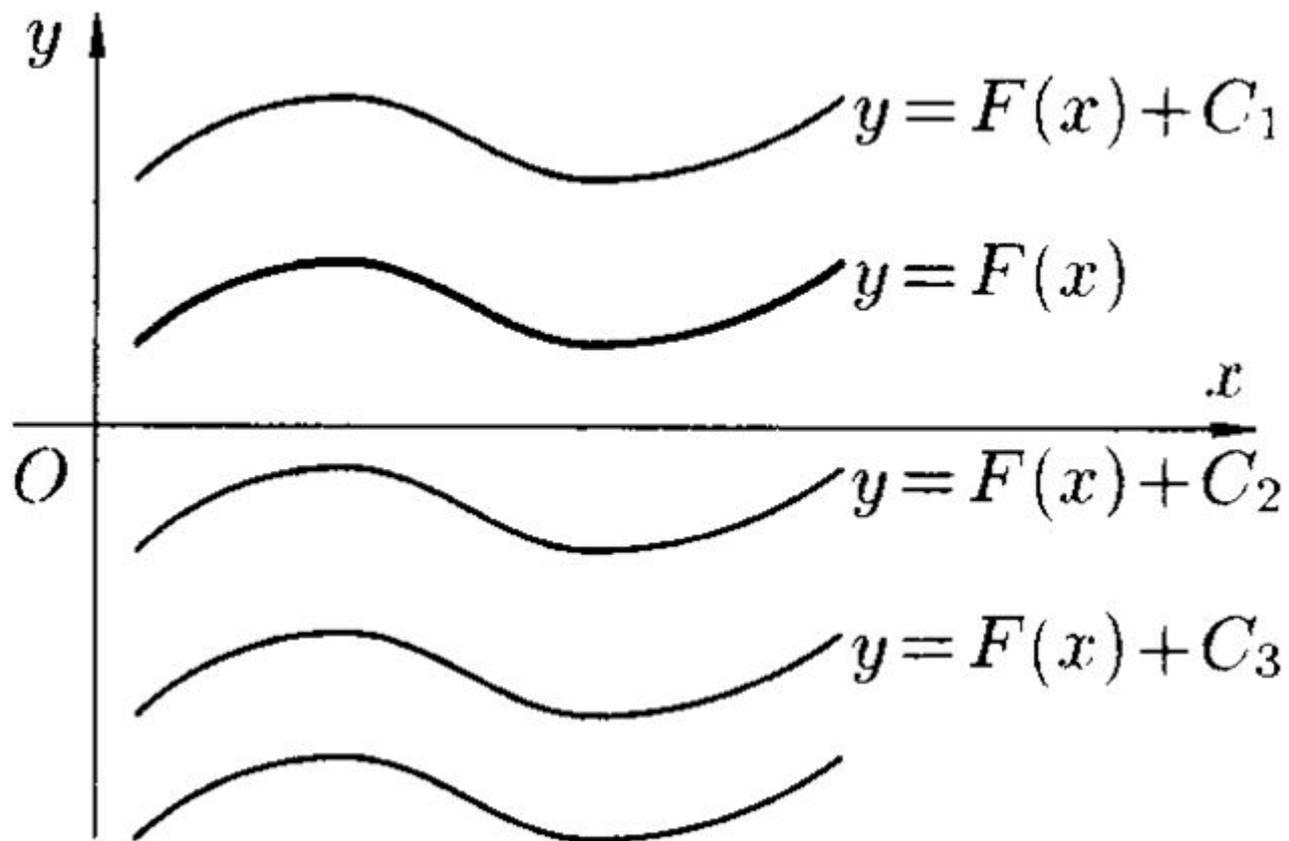
$f(x)+g(x)$	$F(x)+G(x)$
Первообразная суммы равна сумме первообразных	
$Cf(x)$	$CF(x)$
Постоянный множитель выносится за знак первообразной	
$f(kx+b)$	$\frac{1}{k} F(kx + b)$

Найти первообразную для функции  $f(x)=4x^3$ .



$$F(x) + C -$$

семейство первообразных



## Формулы нахождения

первообразных

$f(x)$	$F(x)+C$
$k\text{-const}$	$kx+C$
$x^n \quad n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$1/x$	$\ln x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$

На уроке выполняем № 988 (1;3;5), 989  
(1;3;5;7)

Найти одну из первообразных функции (988—990).

988

- 1)  $2x^5 - 3x^2$ ;      2)  $5x^4 + 2x^3$ ;      3)  $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ ;  
4)  $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$ ;      5)  $6x^2 - 4x + 3$ ;      6)  $4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$ .

989

- 1)  $3 \cos x - 4 \sin x$ ;      2)  $5 \sin x + 2 \cos x$ ;  
3)  $e^x - 2 \cos x$ ;      4)  $3e^x - \sin x$ ;  
5)  $5 - e^{-x} + 3 \cos x$ ;      6)  $1 + 3e^x - 4 \cos x$ ;  
7)  $6\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x} + 3e^x$ ;      8)  $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} - 2e^{-x}$ .

На уроке выполняем № 990 (1;3;5), 991 (1;3;5;7), 992

990 (1;3) 1)  $(x + 1)^4$ ; 2)  $(x - 2)^3$ ; 3)  $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$ ; 4)  $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$ ;

5)  $\frac{1}{x-1} + 4 \cos(x+2)$ ; 6)  $\frac{3}{x-3} - 2 \sin(x-1)$ .

991 Найти все первообразные функции:

1)  $\sin(2x+3)$ ; 2)  $\cos(3x+4)$ ; 3)  $\cos\left(\frac{x}{2}-1\right)$ ;

4)  $\sin\left(\frac{x}{4}+5\right)$ ; 5)  $e^{\frac{x+1}{2}}$ ; 6)  $e^{3x-5}$ ; 7)  $\frac{1}{2x}$ ; 8)  $\frac{1}{3x-1}$ .

992 Для функции  $f(x)$  найти первообразную, график которой проходит через точку  $M$ :

1)  $f(x) = 2x + 3$ ,  $M(1; 2)$ ; 2)  $f(x) = 4x - 1$ ,  $M(-1; 3)$ ;

3)  $f(x) = \sin 2x$ ,  $M\left(\frac{\pi}{2}; 5\right)$ ; 4)  $f(x) = \cos 3x$ ,  $M(0; 0)$ .

# Неопределенный интеграл

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

«неопределенный интеграл от функции  $f(x)$  по  $dx$ »

$F(x)$  – первообразная подынтегральной функции,

$\int$  – знак интеграла,

$F(x) + C$  –

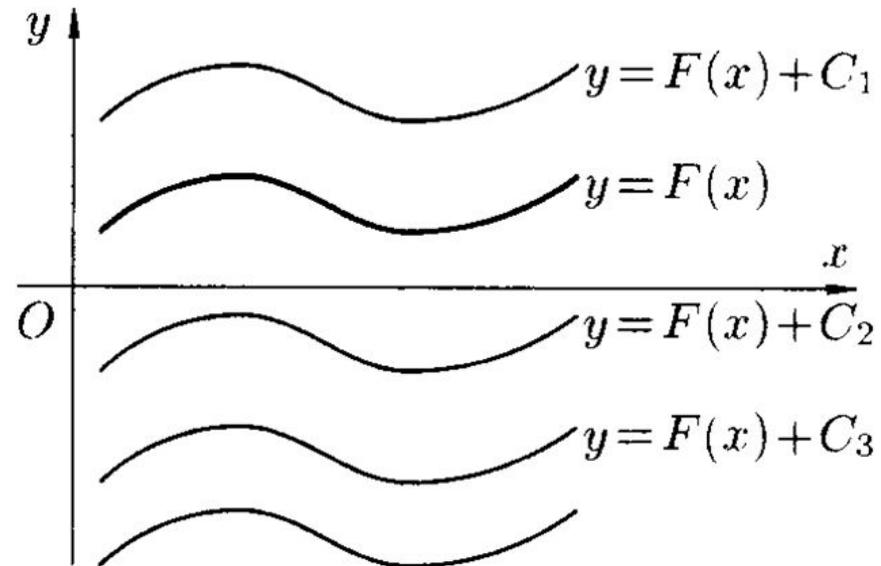
$f(x)$  – подынтегральная функция,

семейство первообразных

$f(x)dx$  – подынтегральное выражение,

$x$  – переменная интегрирования,

Геометрический смысл неопределенного интеграла



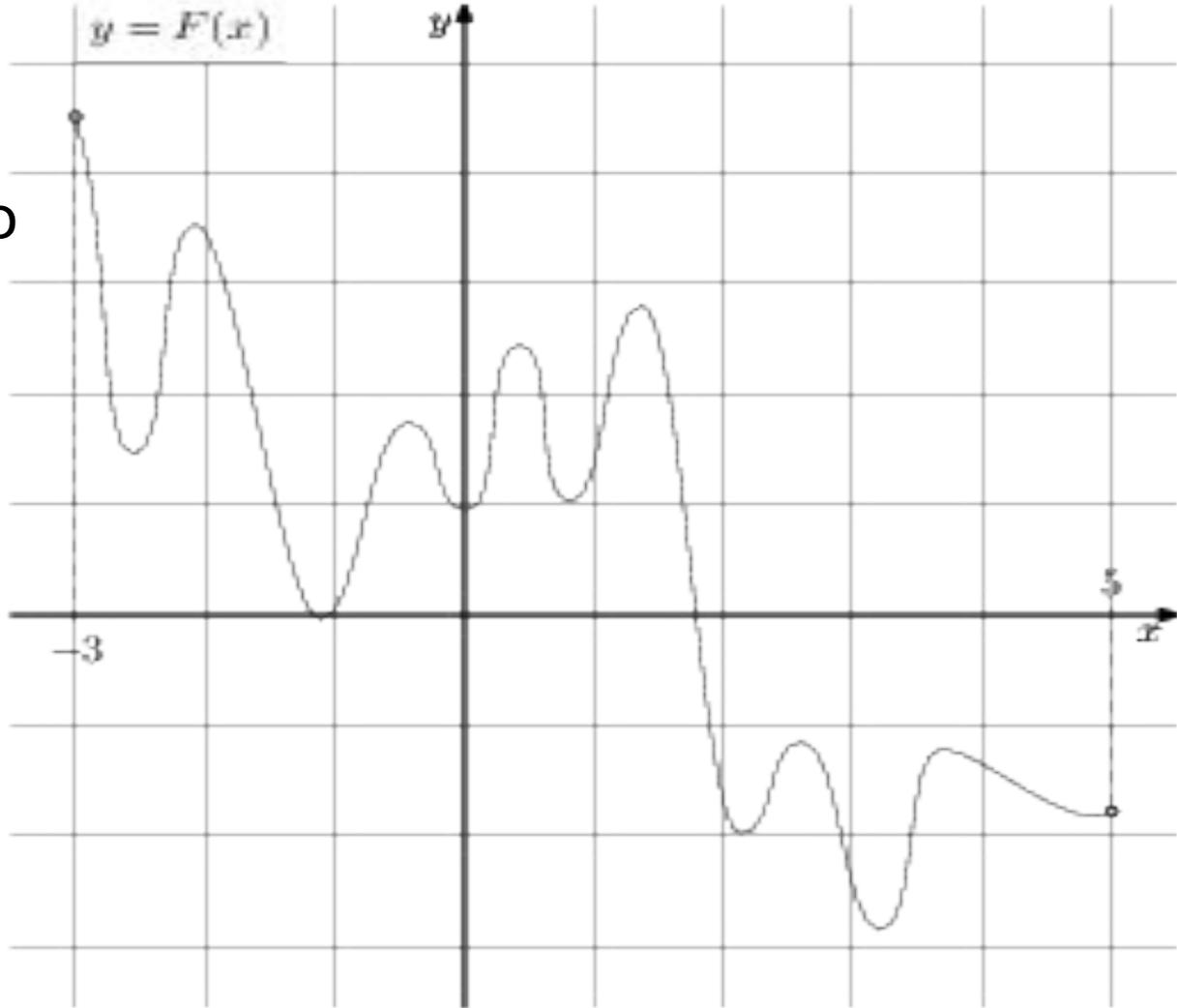
## Домашнее задание с урока

1

знать правила и формулы нахождения первообразных,  
определение первообразной функции,  
№ 988 (1;3;5), 989 (1;3;5;7), № 990 (1;3;5), 991 (1;3;5;7), 992 (2;4)

На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$  определённой на интервале  $(-3; 5)$

Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-2; 4]$



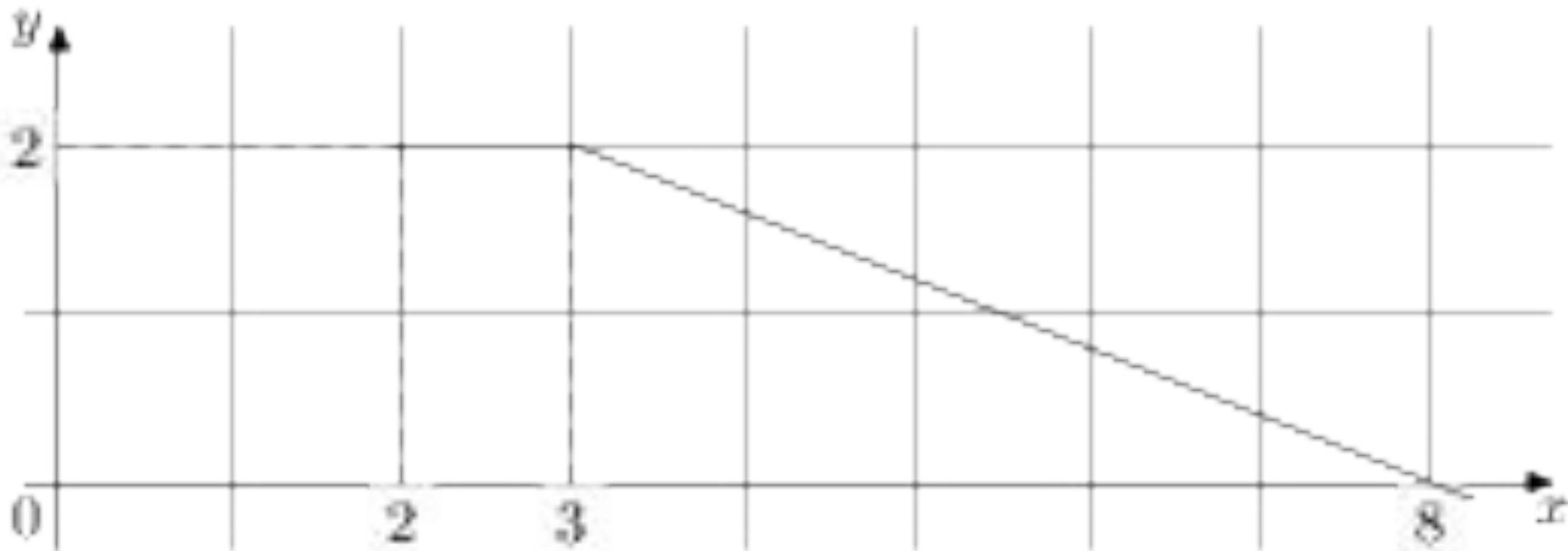
Прототип задания 7 (№

323078)

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$

Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$

, где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$



Прототип задания 7 (№

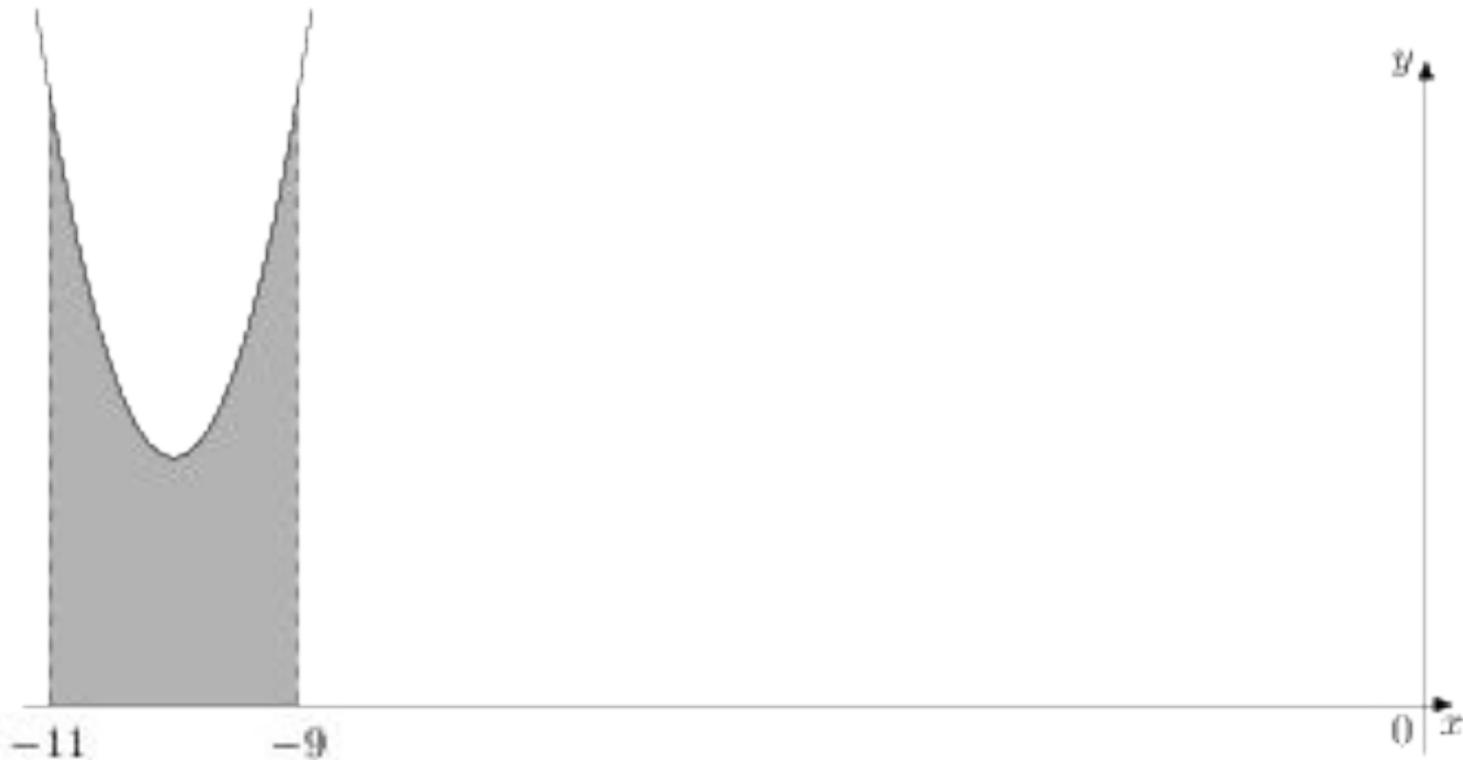
323079)

На рисунке изображен график некоторой функции  $y = f(x)$

Функция  $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$

— одна из первообразных функции  $f(x)$

. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Прототип задания 7 (№

323080)

На рисунке изображен график некоторой функции  $y = f(x)$

Функция  $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$

— одна из первообразных функции  $f(x)$

. Найдите площадь закрашенной фигуры.

