

Основы теории нечетких множеств.  
Логические операции с нечеткими  
множествами.

Практическая работа № 6

# ЦЕЛЬ

- Ознакомиться с основами теории нечетких множеств.
- Изучить:
  - 1) основные характеристики нечеткой логики;
  - 2) логические операции с нечеткими множествами;
  - 3) графическое и математическое представление логических операций.
- Определить связь четкой и нечеткой логик.
- Уметь:
  - 1) графически представлять логические операции с нечеткими множествами;
  - 2) находить пересечение, объединение, разность двух нечетких множеств и представлять данные операции в виде формул;
  - 3) применять унарные операции умножения числа на нечеткое множество и возведение нечеткого множества в степень.

# Теоретическое задание

1. Изучить основные понятия теории нечетких множеств (НМ).
2. Рассмотреть и описать основные способы задания НМ.
3. Подготовить конкретные примеры нечетких множеств (3 примера).
4. Изучить следующие понятия:
  - высота НМ;
  - нормальное, субнормальное, унимодальное НМ;
5. Представить методы построения функций принадлежности.
6. Изучить логические операции с нечеткими множествами. Подготовить конкретные примеры логических операций над НМ:
  - включение,
  - равенство,
  - дополнение,
  - пересечение,
  - объединение,
  - разность.
7. Рассмотреть способы и подготовить примеры для представления логических операций (максиминные, алгебраические, ограниченные) – альтернативные операции пересечения и объединения НМ.

# Практическое задание

- Согласно варианту дается множество состоящее из 10 чисел. На основании этого множества формируются два двумерных массива А и В, которые в первой строке содержат числа из множества, а во второй строке содержат значения функций принадлежности.
- Необходимо получить двумерный массив С, который является результатом логических операций над нечеткими множествами.
- Построить графики для каждой из логических операций, которые содержат по оси Х значения массивов А и В, а также С, а по оси У значения функций принадлежности А и В, а также С.

# Логические операции над

Включение. Пусть  $A$  и  $B$  — нечеткие множества на универсальном множестве  $E$ . Говорят, что  $A$  содержится в  $B$ , если  $\forall x \in E \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ .

Обозначение:  $A \subset B$ .

Иногда используют термин *доминирование*, т.е. в случае, когда  $A \subset B$ , говорят, что  $B$  доминирует  $A$ .

Равенство.  $A$  и  $B$  равны, если  $\forall x \in E \mu_A(x) = \mu_B(x)$ .

Обозначение:  $A = B$ .

Дополнение. Пусть  $M = [0, 1]$ ,  $A$  и  $B$  — нечеткие множества, заданные на  $E$ .  $A$  и  $B$  дополняют друг друга, если  $\forall x \in E \mu_A(x) = 1 \Leftrightarrow \mu_B(x) = 0$ .

Обозначение:  $B = \bar{A}$  или  $A = \bar{B}$ .

Очевидно, что  $\bar{\bar{A}} = A$  (дополнение определено для  $M = [0, 1]$ , но очевидно, что его можно определить для любого упорядоченного  $M$ ).

Пересечение.  $A \cap B$  — наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в  $A$  и  $B$ :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

# Логические операции над

Объединение.  $A \cup B$  — наименьшее нечеткое подмножество, включающее как  $A$ , так и  $B$ , с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

Разность.  $A - B = A \cap \bar{B}$  с функцией принадлежности:

$$\mu_{A-B}(x) = \mu_{A \cap \bar{B}}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)).$$

Дизъюнктивная сумма

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$$

с функцией принадлежности:

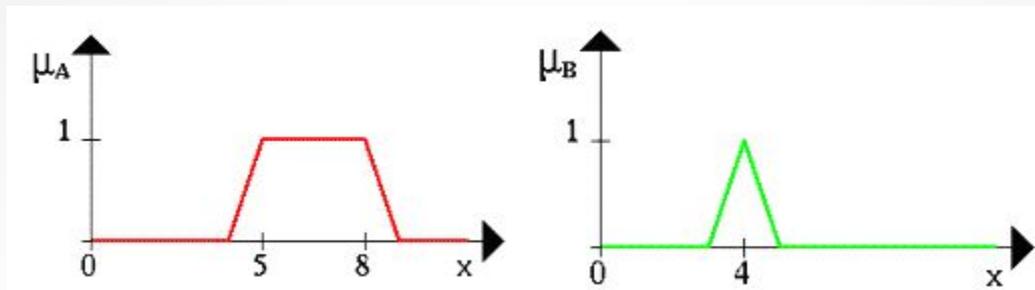
$$\mu_{A \oplus B}(x) = \max(\min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)); \min(1 - \mu_A(x), \mu_B(x)))$$

• Отрицание нечеткого множества  $\bar{A}$ :

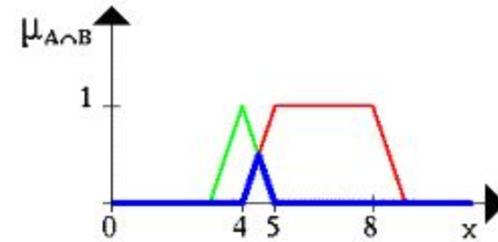
$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x),$$

где  $\mu(x)$  — результат операции;

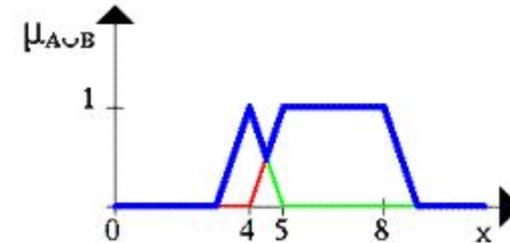
$\mu_A(x)$  — степень принадлежности элемента  $x$  к множеству  $A$



- Пересечение двух нечетких множеств  $A \cap B$  (нечеткое «И»):  
 $\mu(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$ .

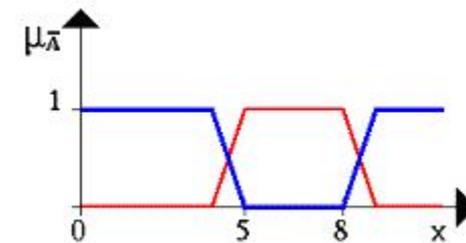


- Объединение двух нечетких множеств  $A \cup B$  (нечеткое «ИЛИ»):  
 $\mu(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$ .



- Отрицание нечеткого множества  $\neg A$ :  
 $\mu(x) = 1 - \mu_A(x)$ ,

где  $\mu(x)$  — результат операции;  
 $\mu_A(x)$  — степень принадлежности элемента  $x$  к множеству  $A$ ,  
 $\mu_B(x)$  — степень принадлежности элемента  $x$  к множеству  $B$ .



# ЛИТЕРАТУРНЫЕ ИСТОЧНИКИ

- Определение лингвистической переменной (формальное и интуитивное), нечеткого множества – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.2», Общая теория нечетких множеств.doc.
- Логические операции с нечеткими множествами – «Интеллектуальные информационные системы.pdf, стр.3», Общая теория нечетких множеств.doc.

**Список источников для обязательного рассмотрения  
(книги находятся в папке «Дополнительная литература»)**

- Fuzzy Logic Introduction by Martin Hellmann (2001).
- Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH (2005).
- Neuro-fuzzy and soft computing, Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun (1997).
- Круглов В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети (2001).

# СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

## **Содержание отчета:**

- номер практической работы, название темы;
- цель работы;
- постановку задания;
- вариант;
- теоретические сведения;
- вычисления и выводы.

# Варианты

Номер варианта	Множество чисел	Номер варианта	Множество чисел
1	1-10	11	101-110
2	11-20	12	111-120
3	21-30	13	121-130
4	31-40	14	131-140
5	41-50	15	141-150
6	51-60	16	151-160
7	61-70	17	161-170
8	71-80	18	171-180
9	81-90	19	181-190
10	91-100	20	191-200

# Пример

- $A = [20\ 21\ 22\ 23\ 24\ 25\ 26\ 27\ 28\ 29\ 30; 0.1\ 0.8\ 1\ 0.2\ 0.4\ 0.7\ 0.1\ 0.5\ 0.3\ 1\ 0.6];$
- $B = [20\ 21\ 22\ 23\ 24\ 25\ 26\ 27\ 28\ 29\ 30; 0.6\ 0.2\ 0.1\ 1\ 0.4\ 0.8\ 0.7\ 0.1\ 0.5\ 0\ 0.9];$
- $A1 = A(1,:);$
- $A2 = A(2,:);$
- $B1 = A(1,:);$
- $B2 = B(2,:);$
- $\text{subplot}(2,1,1);$
- $\text{plot}(A(1,:)',A(2,:)',B(1,:)',B(2,:));$
- $\text{xlabel}('X'), \text{ylabel}('mA(X), mB(X)');$
- $\text{legend}('mA(X)', 'mB(X));$
- $\text{grid on};$
- $n = \text{length}(A(2,:));$
- $\% CA = 1-A$  Отрицание для множества A
- $CA = \text{zeros}(2, n);$
- $CA(1,:) = A(1,:);$
- $CA(2,:) = 1 - A(2,:);$
- $\text{subplot}(2,1,2);$
- $\text{plot}(A(1,:)',A(2,:)',CA(1,:)',CA(2,:));$
- $\text{xlabel}('X'), \text{ylabel}('mA(X), mCA(X));$
- $\text{legend}('mA(X)', 'mCA(X));$
- $\text{grid on};$

