

Основы логики Алгебра высказываний

Логика

Логика – это наука о формах и способах мышления, позволяющая строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Это учение о способах рассуждений и доказательств.

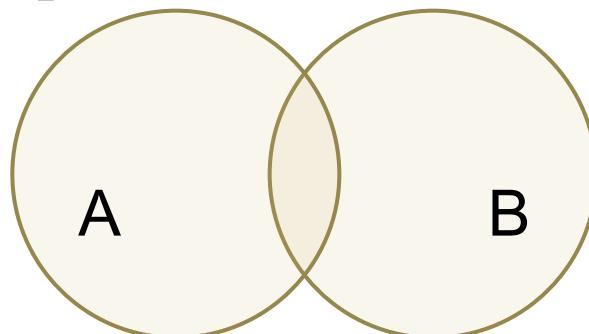
Мышление всегда осуществляется через **понятия, высказывания и умозаключения**.

Понятие

Понятие – форма мышления, отражающая наиболее существенные свойства предмета, отличающие его от других предметов.

- Содержание составляет совокупность существенных признаков.
- Объем определяет совокупность предметов, на которую понятие распределяется и может быть представлено в форме множества объектов.

Наглядное представление – диаграммы Эйлера-Вена.



Высказывание

Высказывание – форма мышления, выраженная с помощью в форме повествовательного предложения, в котором что-либо утверждается или отрицается и относительно которого можно судить истинно оно или ложно.

Вопросительные, восклицательные, побудительные предложения и предложения, содержащие переменную, высказываниями не являются.

Пример

Истинное высказывание: «Буква «а» – гласная».

Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

Упражнение

Какие из предложений являются высказываниями?

Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Делайте утреннюю зарядку!
3. $4 + 5 = 10$.
4. Назовите устройство ввода информации.
5. Париж – столица Англии.
6. Число 11 является простым.
7. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
8. Сложите числа 2 и 5.
9. Некоторые медведи живут на севере.
10. Все медведи – бурые.
11. Чему равно расстояние от Москвы до Смоленска.
12. $5 < 3$.

Умозаключение

Умозаключение – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, по определенным правилам логического вывода получается новое знание о предметах реального мира (вывод).

Пример

Посылки

Все металлы электропроводны.

Ртуть является металлом.

Вывод

Ртуть электропроводна.

Алгебра высказываний

Алгебра высказываний – наука об операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над высказываниями.

Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль.

Ее символическое обозначение – латинская буква (например, A, B, P, Q и т.д.). Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (1 и 0).

На основании простых высказываний могут быть построены составные высказывания.

Логические операции

Логические операции – логические действия.

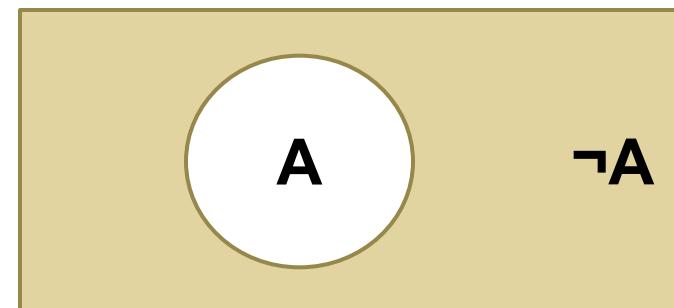
Рассмотрим логические операции – **отрицание, конъюнкция, дизъюнкция**.

- не (\neg , $\overline{}$) отрицание;
- и ($\&$, \wedge) конъюнкция;
- или (\vee) дизъюнкция.

Отрицание

Отрицанием высказывания A называется новое сложное высказывание **не A** ($\neg A$), которое истинно тогда и только тогда, когда A ложно.

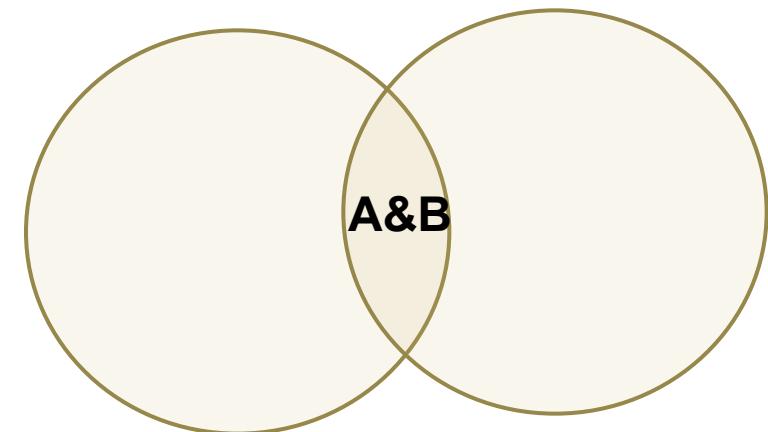
A	$\neg A$
0	1
1	0



Конъюнкция

Конъюнкцией двух высказываний **A, B** называется новое сложное высказывание **A и B** ($A \& B$, $A \wedge B$), которое истинно тогда, и только тогда, когда истины оба входящих в него высказывания.

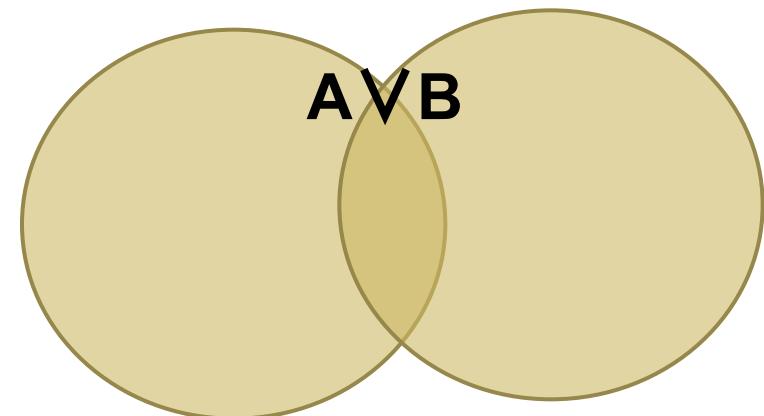
A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Дизъюнкция

Дизъюнцией двух высказываний **A, B** называется новое сложное высказывание **A или B** ($A \vee B$), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него высказываний.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Логическое выражение

Логическое выражение – формула, содержащая составное высказывание (логическую функцию) и знаки логических операций, значение которой можно вычислить (результат **0** или **1**).

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) приоритет операций:

- отрицание,
- конъюнкция,
- дизъюнкция.

Упражнение

1. Определите истинность составного высказывания:
 $(\neg A \& \neg B) \& (C \vee D)$, состоящего из простых
высказываний:

A = «принтер – устройство вывода информации»;

B = «процессор – устройство хранения информации»;

C = «монитор – устройство вывода информации»

D = «клавиатура – устройство обработки информации».

Упражнение

2. Для какого символьного выражения верно высказывание:

$\neg (\text{Первая буква согласная}) \wedge \neg (\text{Вторая буква гласная})?$

- 1) abcde 2) bcade 3) babas 4) cabab

Упражнение

3. Для какого из указанных значений числа X истинно выражение

$$(X > 2) \& ((X < 4) \vee (X > 4))?$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

Упражнение

4. Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание

$$(X < 3) \& \neg(X < 2)?$$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Упражнение

5. Для какого названия животного ложно
высказывание:

В слове 4 гласных буквы Λ – (Пятая буква гласная)

∨

∨ *В слове 5 согласных букв?*

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) Шиншилла | 3) Антилопа |
| 2) Кенгуру | 4) Крокодил |

Упражнение

6. Для какого из указанных значений числа X ложно выражение

$(X > 2)$ ИЛИ $\text{НЕ}(X > 1)$?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Упражнение

7. Для какого символьного набора истинно высказывание:

Вторая буква согласная \wedge (В слове 3 гласных буквы

\vee

\vee Первая буква согласная)?

- | | |
|-----------|-----------|
| 1) УББОШТ | 3) ШУБВОИ |
| 2) ТУИОШШ | 4) ИТТРАО |