

Оптимальная математика

Презентация учащихся 11 класса

Седых П.

Комкова В.

Склеянова А.



Look inside mind

Цели работы:

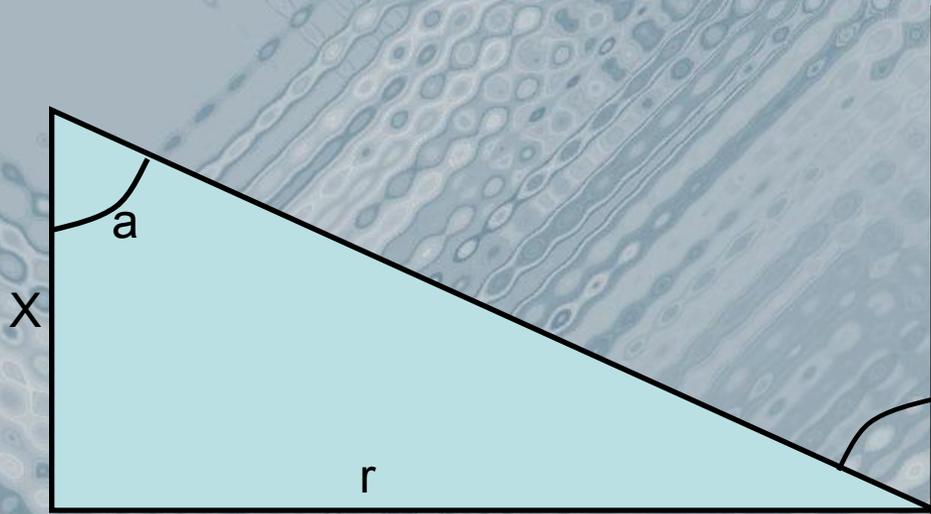
- познакомиться с проблемой;
- проанализировать ситуацию с целью создания ее математической модели;
- провести опрос среди учащихся с целью выдвижения гипотезы;
- обработать результаты опроса;
- проверить выдвинутую гипотезу с помощью математических вычислений;
- осмыслить полученный результат в рамках решения поставленной проблемы;

Проблема – задача

- На какой высоте нужно установить фонари, чтобы как можно лучше осветить улицу, если расстояние между соседними фонарями 30м?



Математическая модель задачи



X – искомая высота фонаря;
 r – половина расстояния между соседними фонарями;
 a – угол падения светового луча.

Необходимо сконструировать функцию и исследовать ее на наибольшее значение с помощью аппарата производной.

Опрос учащихся

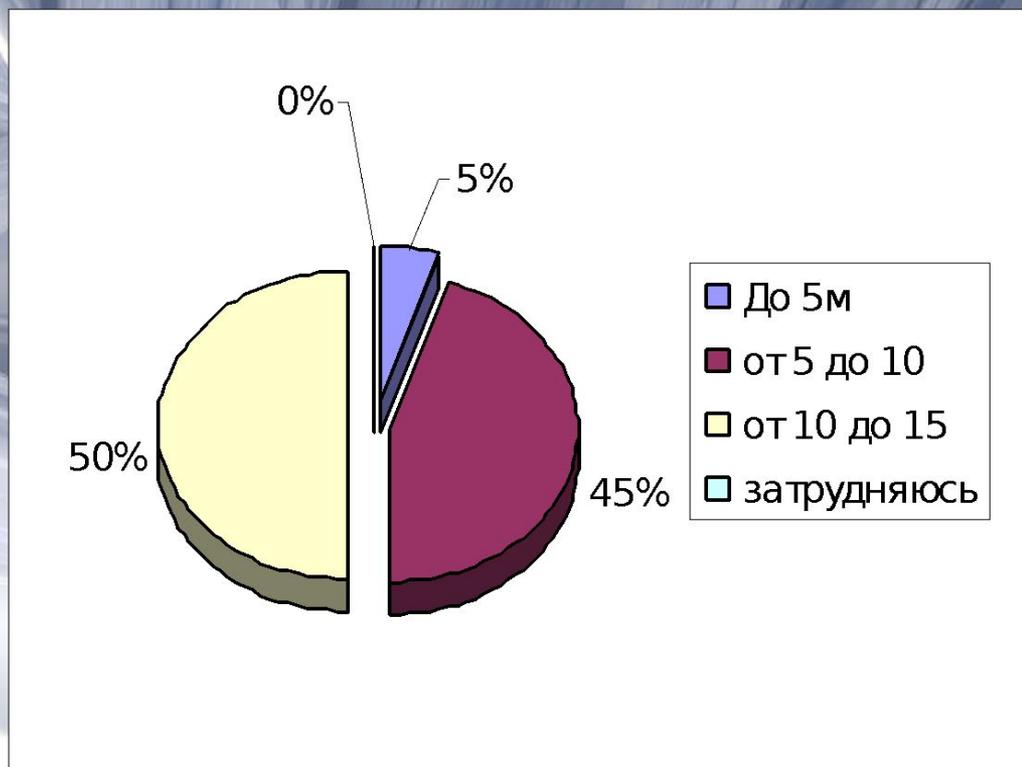
На какой высоте надо установить фонари?

- До 5 метров;
- От 5 до 10 метров;
- От 10 до 15 метров;
- Затрудняюсь ответить

	До 5 метров	От 5 до 10 м	От 10 до 15 метров	Затрудняюсь ответить
Количество ответов	2	18	20	0
Процент от общего кол-ва опрошенных	5%	45%	50%	0%

Всего опрошено: 40 человек

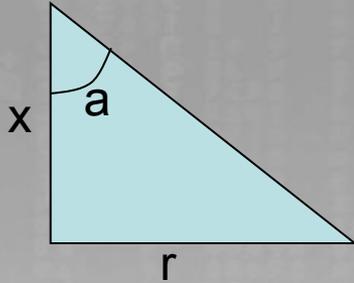
Результаты опроса (диаграмма)



Гипотеза

Таким образом по результатам опроса
выдвигается гипотеза:
**фонари надо установить на высоте от
10 до 15 метров.**

Проверка гипотезы.



Из курса физики известно, что освещенность плоскости обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна косинусу угла падения α :

$$\int f(x) = \frac{(k \cos \alpha)}{(x^2 + r^2)} ; \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$f(x) = \frac{kx}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Исследуем функцию f на наибольшее значение

Решение задачи внутри математической модели

1. Находим производную данной функции:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{k(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x \cdot kx}{(x^2 + r^2)^3} = f(x) = \frac{k(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x \cdot kx}{(x^2 + r^2)^3} = \\ &= \frac{k(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - 3kx^2(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2 + r^2)^3} = \frac{k(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - 3kx^2(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2 + r^2)^3} \end{aligned}$$

2. Разделим числитель и знаменатель дроби на $x^2 + r^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{k(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{3kx^2}{(x^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}}{(x^2 + r^2)^2} = \frac{k(x^2 + r^2) - 2kx^2}{(x^2 + r^2)^2} = \\ &= \frac{k(x^2 + r^2) - 3kx^2}{(x^2 + r^2)^{2,5}} = \frac{k(x^2 + r^2 - 3x^2)}{(x^2 + r^2)^{2,5}} = \frac{k(r^2 - 2x^2)}{(x^2 + r^2)^{2,5}} \end{aligned}$$

3. Найдем критические точки функции

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad r = 2x^2; \quad x = \frac{r}{\sqrt{2}} \approx 0.7r$$

Вывод

- Фонари на улице, если расстояние между ними 30м ($r = 15$), целесообразно установить на высоте

$$15 * 0.7 = 10,5$$

(м)

Гипотеза подтвердилась.

Использованные источники

- Учебник алгебры и начала анализа для 10-11 классов п/р А.Н. Колмогорова Москва, «Просвещение», 2000г.
- В.А. Далингер «Методика реализации внутрепредметных связей при обучении математике» Москва, «Просвещение» 1991г.
- П. Токарева «Изучение производной в 10 классе» Газета «Математика» №2 2000г.
- Учебник алгебры и начала анализа для 10-11 классов п/р «Алимова» Москва «Просвещение» 1993г.
- Н. Муратова «Применение производной» газета «Математика» №24, 2005г.