ОБЪЁМ ПИРАМИДЫ

Работу выполнили: Шабалина Мария и Ганджалян Жанна

Преподаватель геометрии: Хайбрахманова Г.Ф.

Цель работы:

- ВСПОМНИТЬ, ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА
- НАУЧИТЬСЯ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ ФОРМУЛОЙ НАХОЖДЕНИЯ ОБЪЁМА ПИРАМИДЫ

План:

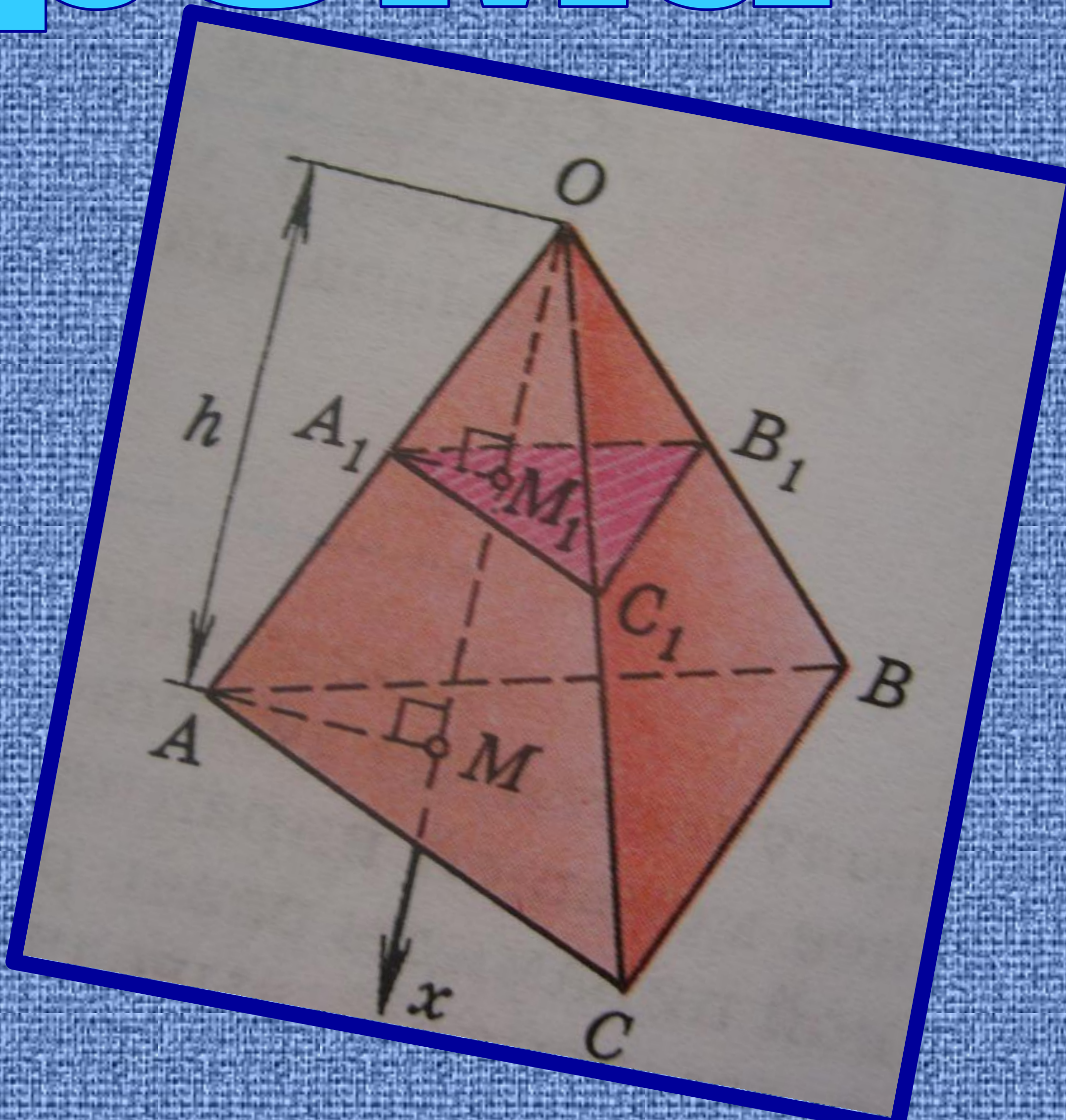
1) ЧТО ТАКОЕ ПИРАМИДА
2) ТЕОРЕМА
3) ДОКАЗАТЕЛЬСТВО
4) СЛЕДСТВИЕ
5) ЗАМЕЧАНИЕ
6) ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
7) ВЫВОД

ПИРАМИДА

- Пирамида – это многогранник, одной из граней которой служит многоугольник, а остальные грани – треугольники с общей вершиной. В зависимости от числа боковых граней делятся на треугольные, четырехугольные и т.д. Перпендикуляр, опущенный из вершины на плоскость ее основания называется высотой.

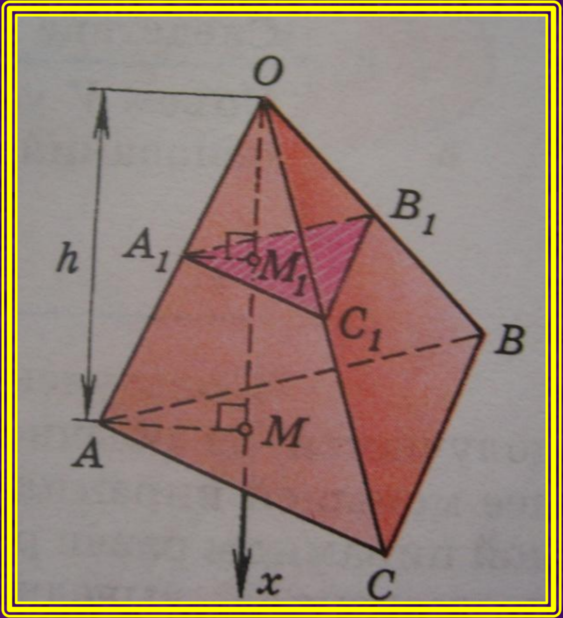
Теорема

- ***Объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту***



Доказательство

- Рассмотрим треугольную пирамиду OABC с объёмом V,площадью основания S и высотой h. Проведем ось Ox, где OM – высота пирамиды и рассмотрим сечение A1 B1 C1 пирамиды плоскостью, перпендикулярной к оси Ox и, значит, параллельной плоскости основания. Обозначим через x абсциссу точки M1 пересечения этой плоскости с осью Ox, а через S(x) – площадь сечения.   Выразим S(x) через S,h и x. треугольники A1 B1 C1 и ABC подобны.



- A_1B_1 параллельна AB, поэтому треугольники OA_1B_1 И OAB подобны. Следовательно, $A_1B_1/AB=OA_1/OA$. Прямоугольные треугольники OA_1M_1 и OAM также подобны (они имеют общий острый угол с вершиной O). Поэтому $OA_1/OA=OM_1/OM=x/h$. Таким образом, $A_1B_1/AB=x/h$. Аналогично доказывается, что $B_1C_1/BC=x/h$ и $C_1A_1/CA=x/h$. Итак, треугольники ABC и ABC подобны с коэффициентом подобия x/h. Следовательно, $S(x)/S=x_2/h$, или

$$S(x)=\frac{S}{h^2}x^2$$

- **Применяя теперь основную формулу для вычисления объемов тел при a=0, b=h, получаем**

$$V=\int_0^h S(x)\,dx=\int_0^h \frac{S}{h^2}x^2dx=\frac{S}{h^2}\int_0^h x^2dx=\frac{S}{h^2}\frac{x^3}{3}\Big|_0^h=\frac{1}{3}S\cdot h.$$

- Докажем теперь терему для произвольной пирамиды с высотой h и площадью основания S. Такую пирамиду можно разбить на треугольные пирамиды с общей высотой h. Выразим объем каждой треугольной пирамиды по доказанной нами формуле и сложим эти объемы. Вынося за скобки общий множитель 1/3h, получим в скобках сумму площадей оснований треугольных пирамид, т.е. площадь S основания исходной пирамиды. Таким образом, объем исходной пирамиды равен 1/3Sh. Теорема доказана.

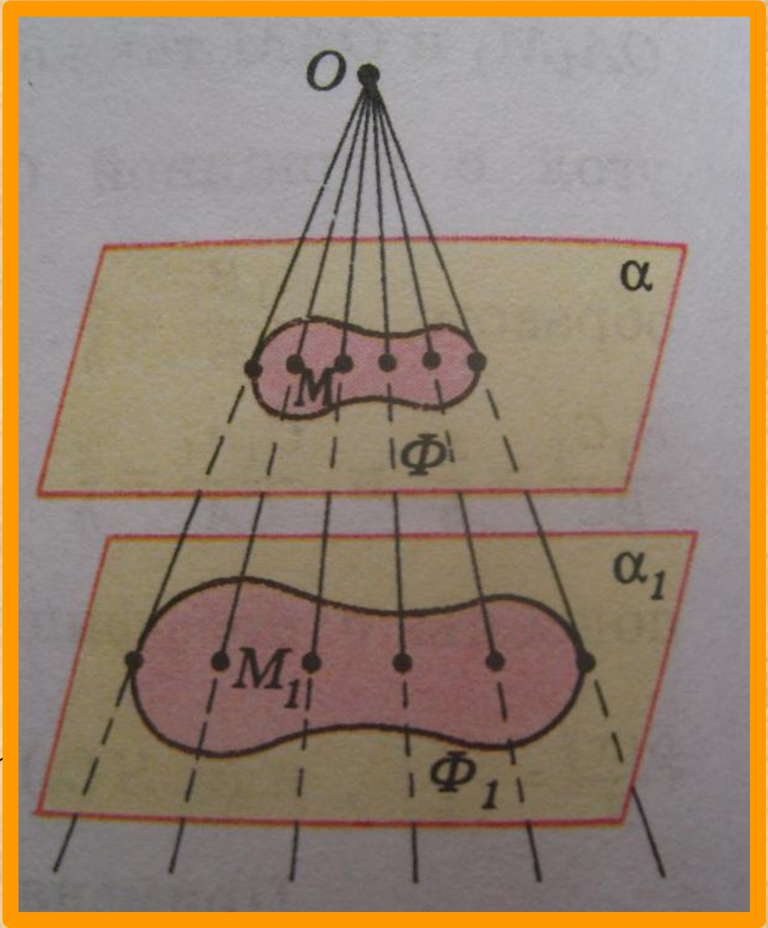
Следствие

- Объем V усеченной пирамиды, высота которой равна h, а площади оснований равны S и S_1, вычисляется по формуле

$$V=\frac{1}{3}h(S+S_1+\sqrt{S\cdot S_1}).$$

Замечание

В ходе доказательства теоремы об объеме пирамиды мы установили, что в сечении треугольной пирамиды плоскостью, параллельной плоскости основания, получается треугольник, подобный основанию. Оказывается, имеет место и более общее свойство. Рассмотрим какую-нибудь фигуру Ф, лежащую в плоскости а, и точку О, не лежащую в этой в этой плоскости. Проведем через каждую точку М фигуры Ф прямую ОМ и рассмотрим множество $Ф_1$ точек пересечения этих прямых с плоскостью $а_1$, параллельной плоскости а. можно доказать, что фигура $Ф_1$ подобна фигуре Ф. это свойство широко используется на практике. Например, на нем основано устройство кинопроектора, фотоаппарата, телескопа и других оптических приборов.



ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

№1 Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.

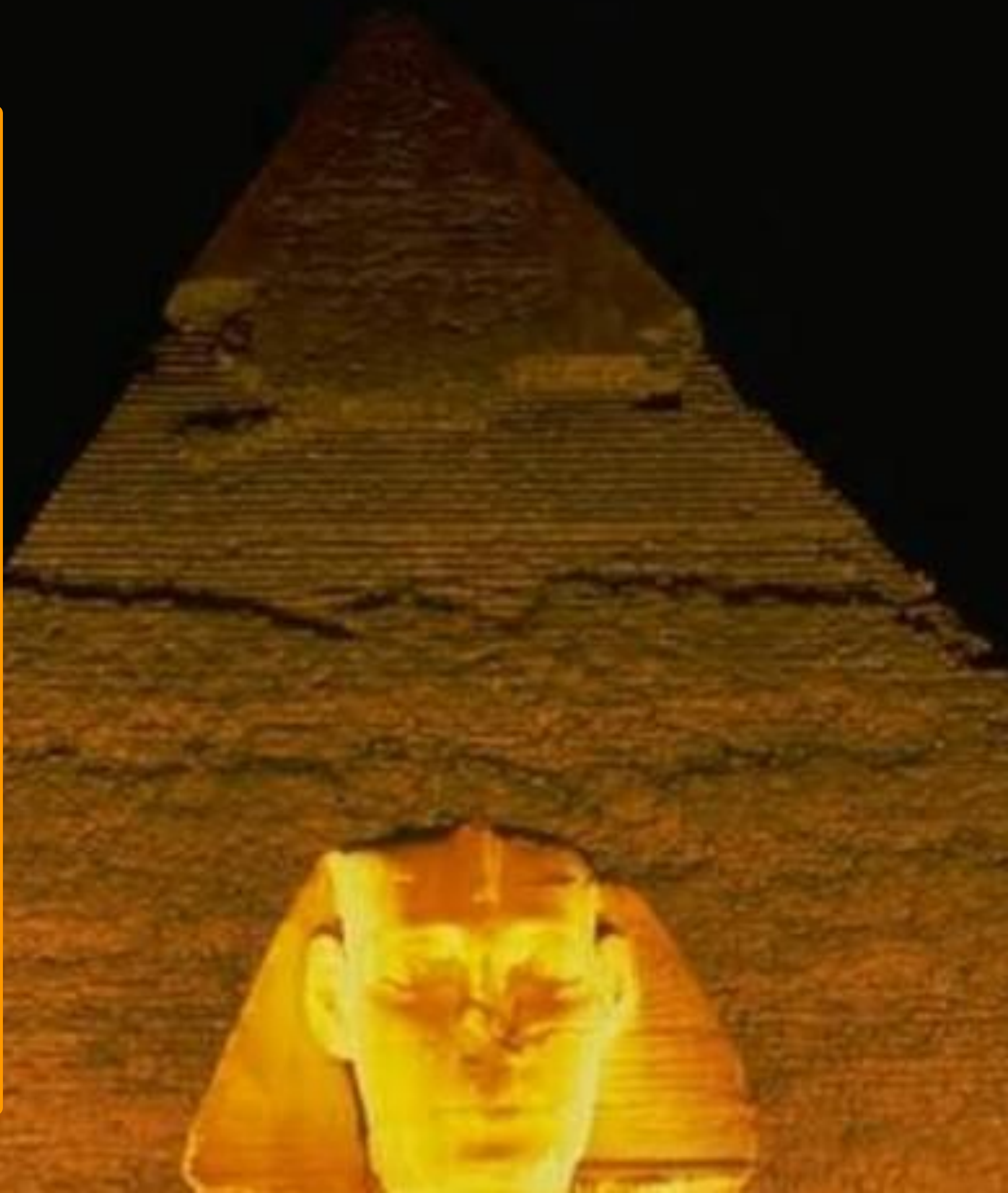
№2 В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен а, а сторона основания х. найдите объем пирамиды.

№3 Найдите объем пирамиды с высотой h, если h=2 м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м.

Вывод

- Мы вспомнили, что такое пирамида, научились пользоваться формулой нахождения объема пирамиды.

- СПАСИБО ЗА ПРОСМОТР!!!



The Всё!!!