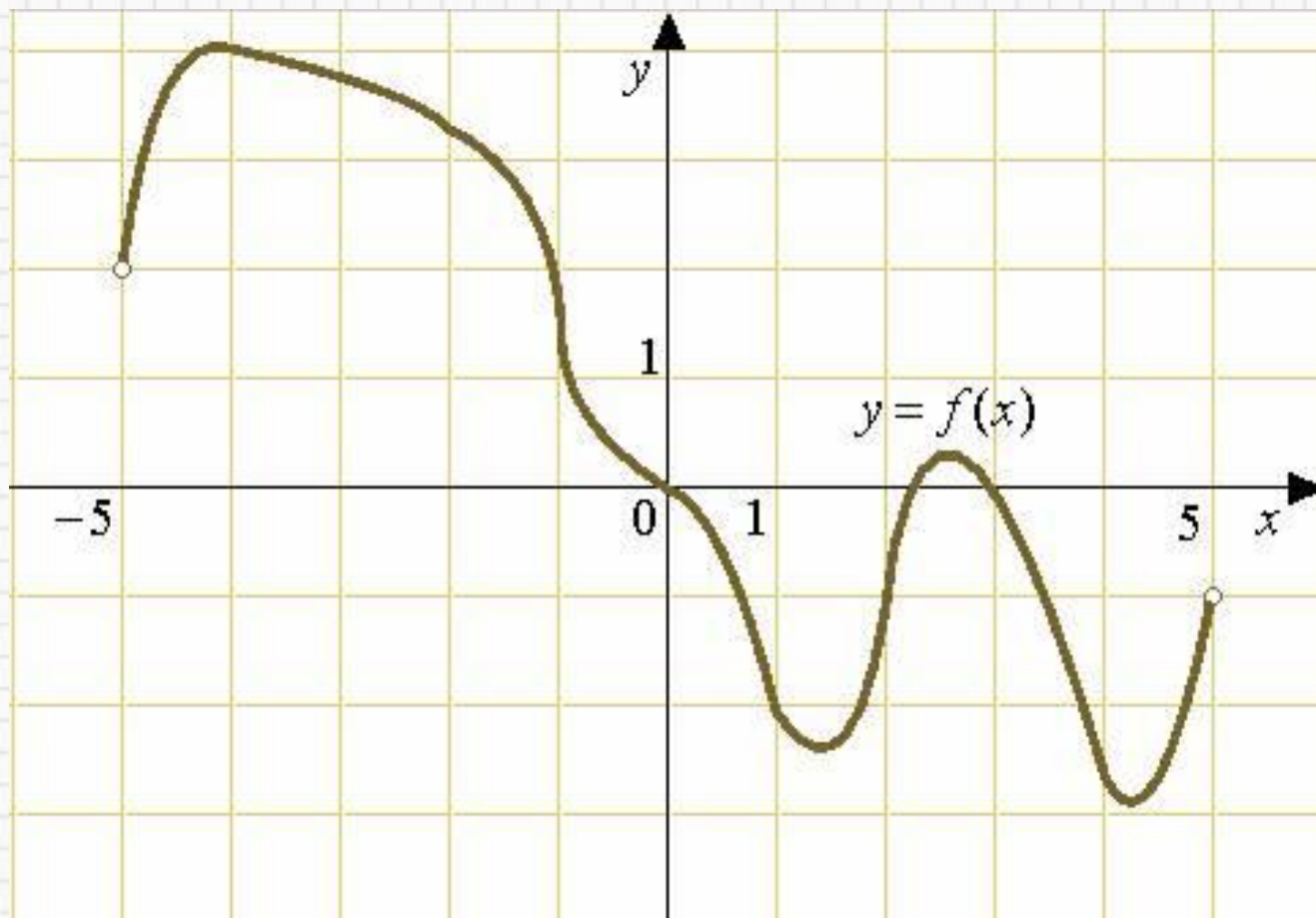


**Область определения и
область изменения
функции.
Ограниченность
функции.**



- Укажите область определения функции



Устно:

- Даны элементарные функции:

$$g(x) = \sqrt[5]{x}, \quad \varphi(x) = \sin x, \quad f(x) = x^2.$$

- Задайте сложную функцию:

$$\varphi(g(x))$$

$$\sin(\sqrt[5]{x})$$

$$f(\varphi(g(x)))$$

$$(\sin \sqrt[5]{x})^2$$



Устно:

- **Вычислите значение сложной функции:**

$$f(x) = \sqrt[4]{\log_3(3 \operatorname{tg} x)} \quad \text{при} \quad x = \frac{\pi}{4}.$$



1

Область определения функции

- Область определения функции обозначают X или $D(f)$.
- Иногда, задавая функцию аналитически не указывают явно ее область определения.
- В таких случаях рассматривают функцию на ее **полной области определения**.



*



Область определения функции

- **Полной областью определения функции**, заданной аналитически называют множество всех действительных значений независимой переменной x , для каждого из которых функция принимает действительные значения.
- Полную область определения называют **областью существования функции**.



Примеры:

- Найдите область определения функции: $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

$$1-x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$(x-1)(x+1) \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$D(f) = [-1; 1]$$



Примеры:

- Найдите область определения функции: $y = \sqrt{\log_2 \sin x}$

$$\log_2 \sin x \geq 0$$

$$\log_2 \sin x \geq \log_2 1$$

$$\sin x \geq 1, \text{ т.к. } -1 \leq \sin x \leq 1,$$

то

$$\sin x = 1$$

$$D(y) = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$$



Область изменения(область значений) функции

- Область изменения функции $f(x)$ называют множество всех чисел $f(x)$, соответствующих каждому x из области определения функции.
- Область изменения функции $f(x)$ обозначают U или $E(f)$.



*



Примеры:

- Найдите область изменения функции:

$$y = \sqrt{1 - x^2} \quad D(f) = [-1; 1]$$

Значит, $-1 \leq x \leq 1$

$$\begin{aligned} 0 &\leq x^2 \leq 1 \\ -1 &\leq -x^2 \leq 0 \end{aligned} \quad E(f) = [0; 1]$$

$$0 \leq 1 - x^2 \leq 1$$

$$0 \leq \sqrt{1 - x^2} \leq 1$$



Примеры:

- Найдите область определения функции: $y = \sqrt{\log_2 \sin x}$

$$D(y) = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$$
$$\sin x = 1$$

$$\log_2 \sin x = 0$$

$$\sqrt{\log_2 \sin x} = 0$$

$$E(y) = \{0\}$$



Ограниченность функции

- Функцию $y = f(x)$, определенную на множестве X , называют **ограниченной снизу** на множестве X , если существует число A , такое, что $A \leq f(x)$ для любого x из множества X



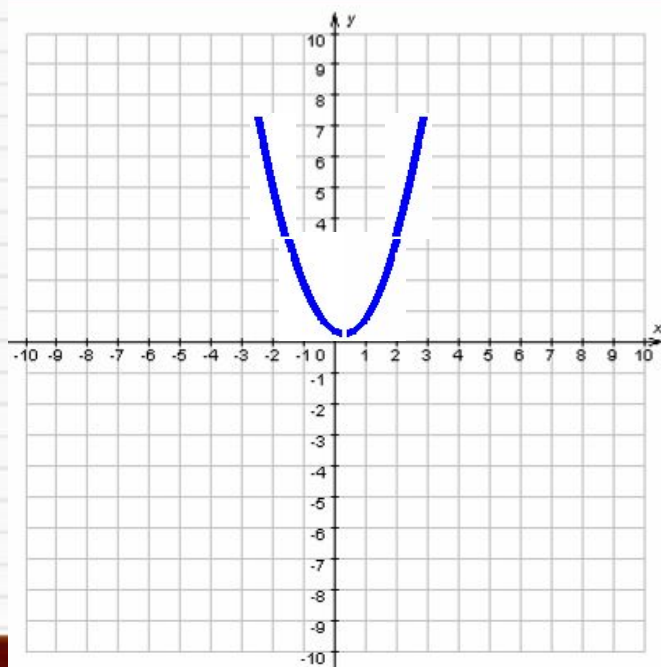
*



Ограниченность функции

Примеры:

- Функция $y = x^2$, определенная на множестве $\mathbb{R}$, **ограничена снизу**, т.к. $x^2 \geq 0$, для любого действительного числа.



*



Ограниченность функции

- Функцию $y = f(x)$, определенную на множестве X , называют **ограниченной сверху** на множестве X , если существует число B , такое, что $f(x) \leq B$ для любого x из множества X



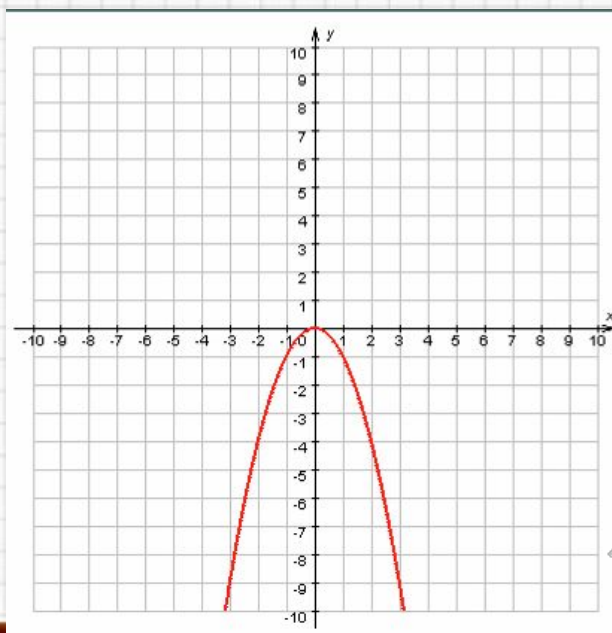
*



Ограниченность функции

Примеры:

- Функция $y = -x^2$, определенная на множестве $\mathbb{R}$, **ограничена сверху**, т.к. $-x^2 \leq 0$, для любого действительного числа.



*



Ограниченность функции

- Функцию $y = f(x)$, определенную на множестве X , **называют ограниченной** на множестве X , если существует число M , такое, что $|f(x)| \leq M$ для любого x из множества X



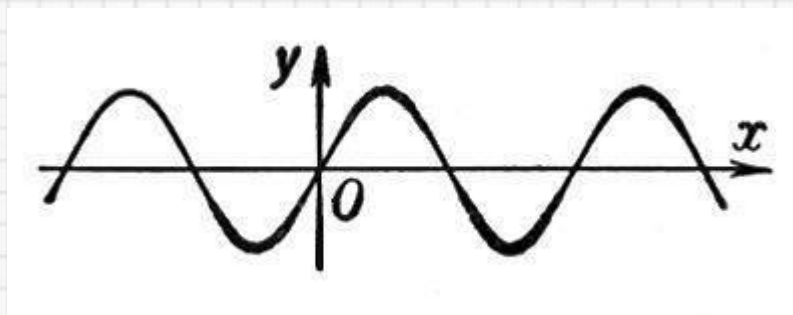
*



Ограниченность функции

Примеры:

- Функция $y = \sin x$, определенная на множестве $\mathbb{R}$, **ограничена** на всей области существования, т.к. $|\sin x| \leq 1$, для любого действительного числа.



*



Наименьшее и наибольшее значение функции

- Про функцию $y = f(x)$ говорят, что она принимает на множестве X , **наименьшее значение** в точке x_0 , если $x_0 \in X$ и $f(x_0) \leq f(x)$ для всех $x \in X$
- Про функцию $y = f(x)$ говорят, что она принимает на множестве X , **наибольшее значение** в точке x_0 , если $x_0 \in X$ и $f(x_0) \geq f(x)$ для всех $x \in X$



Примеры:

- **Функция $y = x^2$, определенная на множестве R , принимает наименьшее значение $y=0$ при $x=0$. наибольшего значения нет, не ограничена сверху.**



*



Примеры:

- Функция $y = 2^x$, определенная на множестве R , не принимает наименьшего значения, ограничена снизу числом 0.



*



Примеры:

- **Функция $y = \log_2 x$,
определенная на множестве
 R_+ , не принимает ни
наименьшего ни наибольшего
значения.**

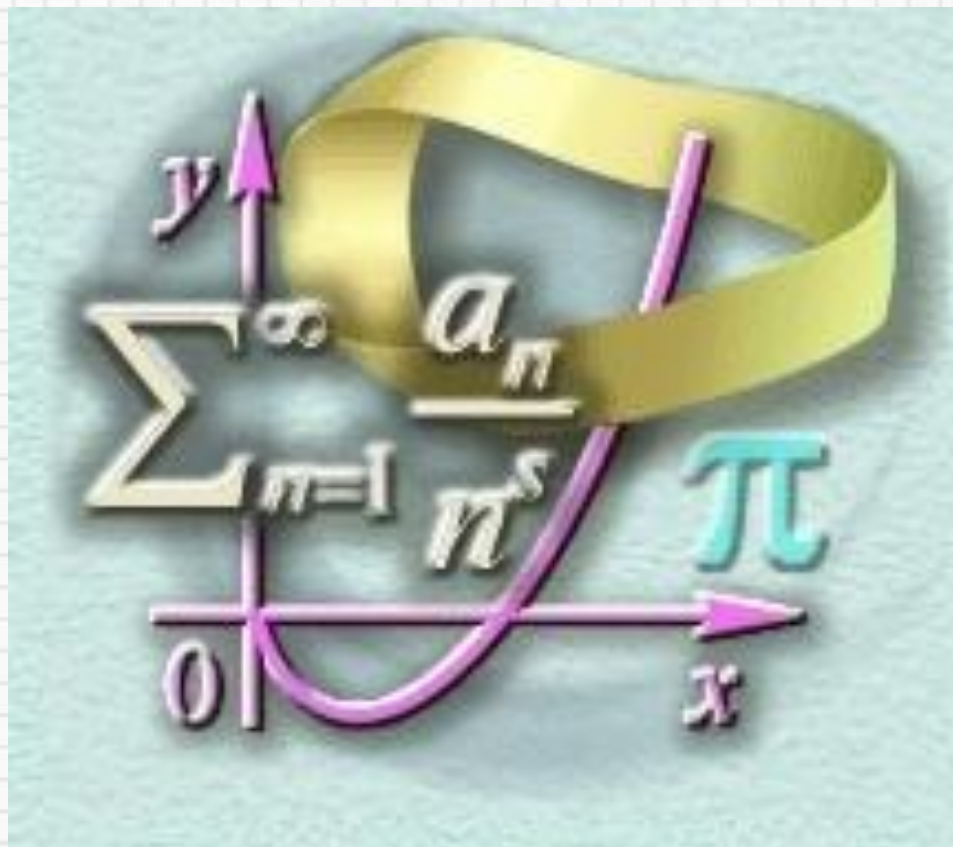


*



Упражнения:

- Стр. 7
- №1.8(г-е)
- №1.9(г-е)
- №1.10(а-г)
- №1.14(а-в)



Домашнее задание:

- Стр. 7
- №1.8(а-в)
№1.10(д-з)
№1.12(в)
- №1.14(г-е)

