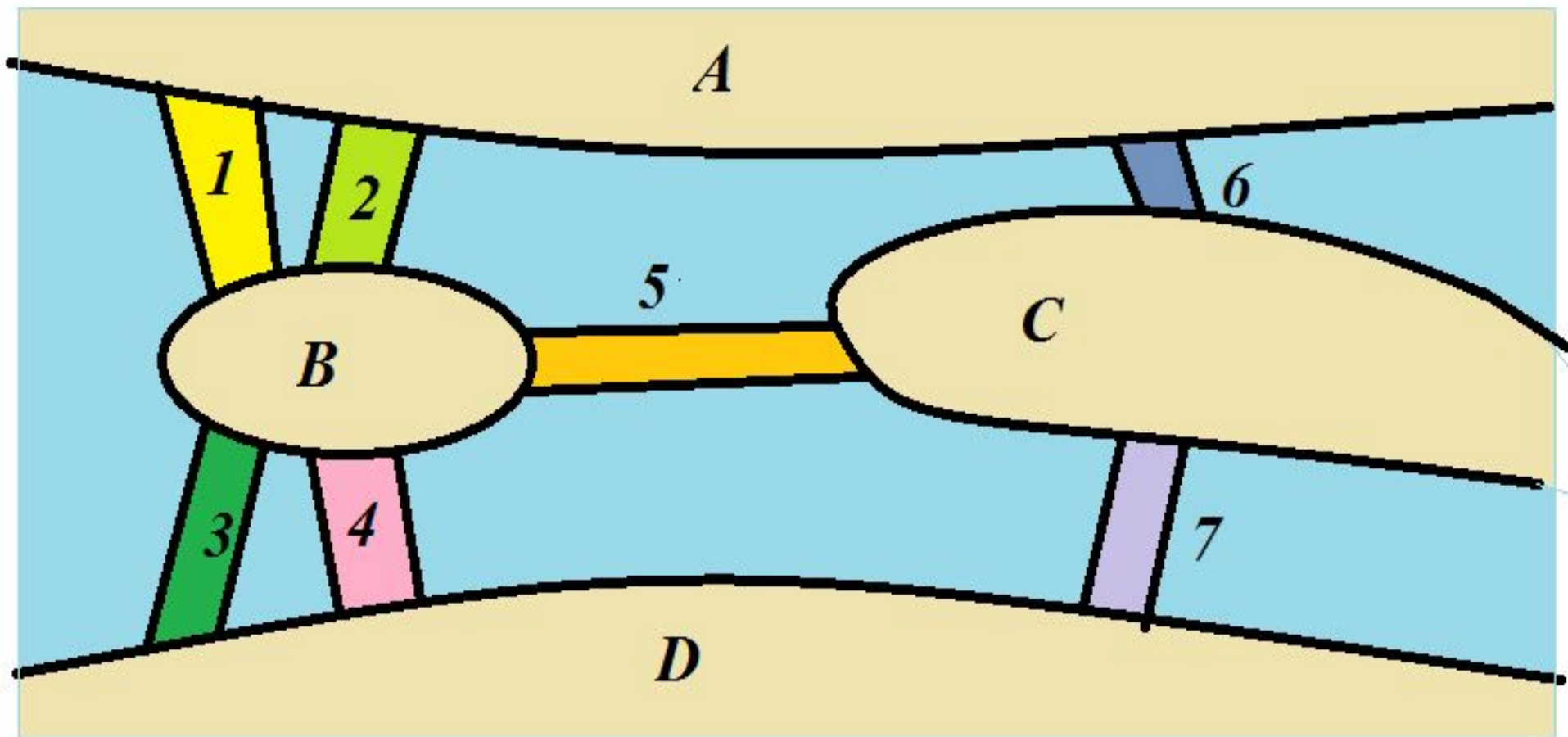


Дискретная математика

**Обходы.
Эйлеров и гаильтонов графы**

Задача о мостах Кёнигсберга

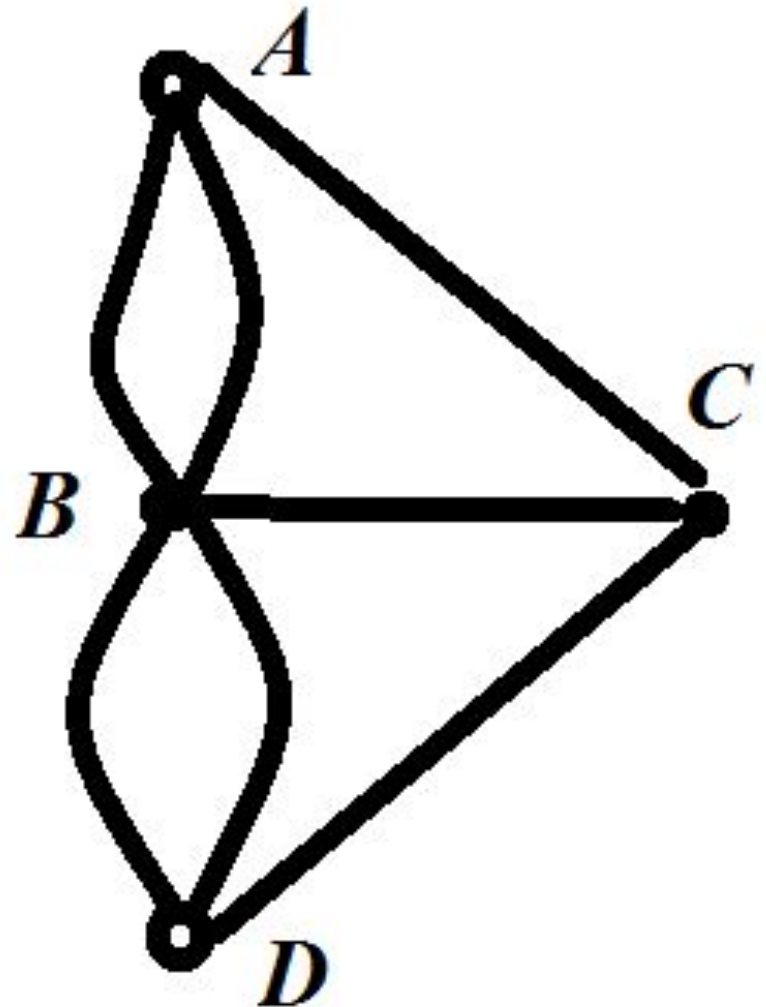
Карта мостов Кёнигсберга во времена
Эйлера



Граф – схема мостов

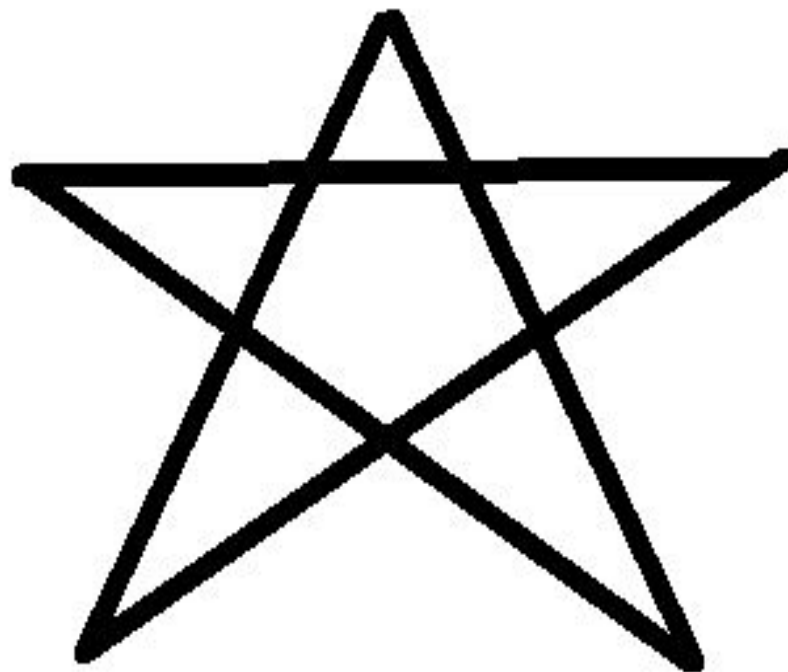
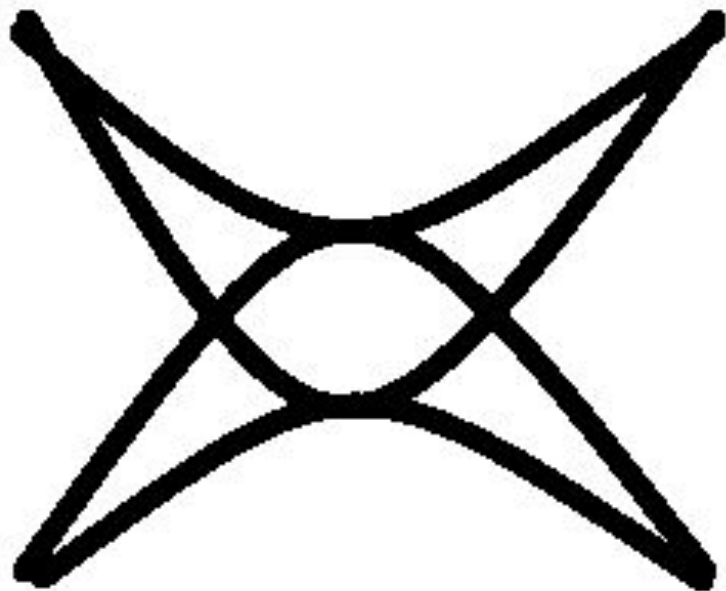
Части города – вершины, мосты – ребра.

Из рисунка видно,
что задача,
Поставленная
Эйлером,
не выполняема.



Известные головоломки

Сабли Магомеда



Пентаграмма

Эйлеров граф

Эйлеровым циклом в n -графе

называется цикл, обходящий все ребра графа (ровно по одному разу).

Эйлеров граф – граф, в котором есть эйлеров цикл

Полуэйлеров граф

Эйлеровой цепью в n -графе

называется цепь, обходящая все ребра графа (ровно по одному разу).

Полуэйлеров граф – граф, в котором есть эйлерова цепь

Теорема Эйлера

(условие эйлеровости графа)

Для того, чтобы произвольный n -граф был эйлеровым, необходимо и достаточно, чтобы

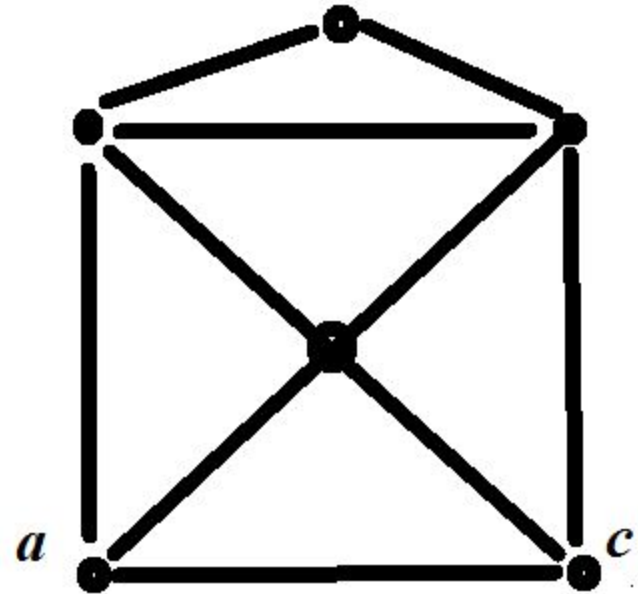
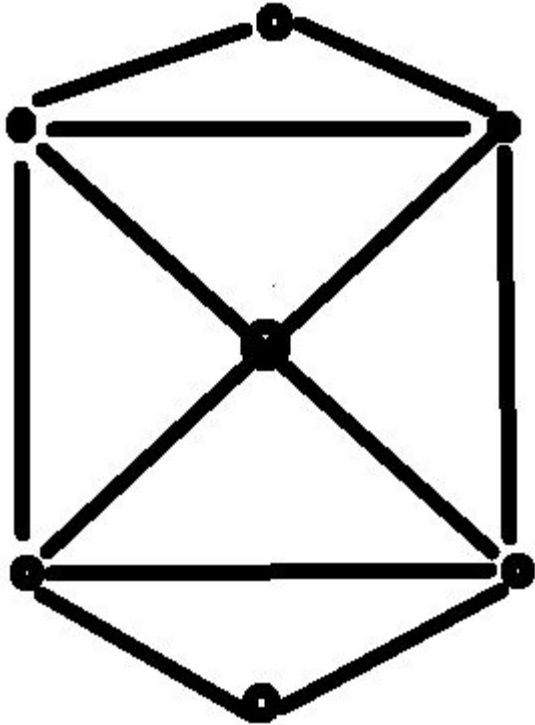
- 1) он был связан и
- 2) локальные степени всех его вершин были четными.

Теорема (условие полуэйлеровости графа)

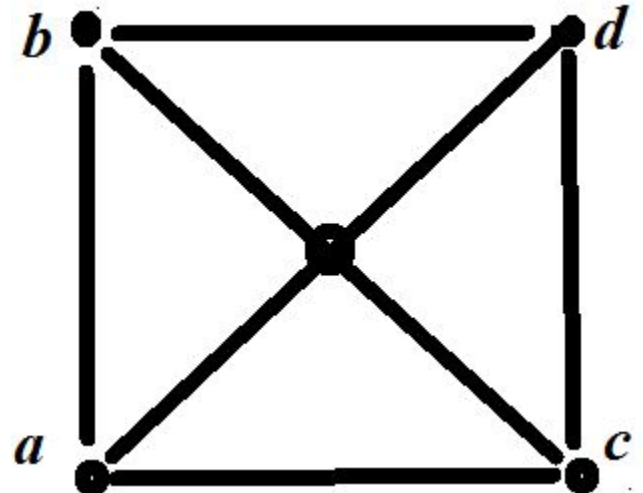
Для того, чтобы произвольный n -граф был полуэйлеровым, необходимо и достаточно, чтобы: 1) он был связан и 2) локальные степени всех его вершин, кроме двух, были четными. Вершины с нечетными степенями являются началом и концом эйлеровой цепи

Эйлеров, полуэйлеров, не эйлеров графы

Эйлеров граф



Полуэйлеров граф



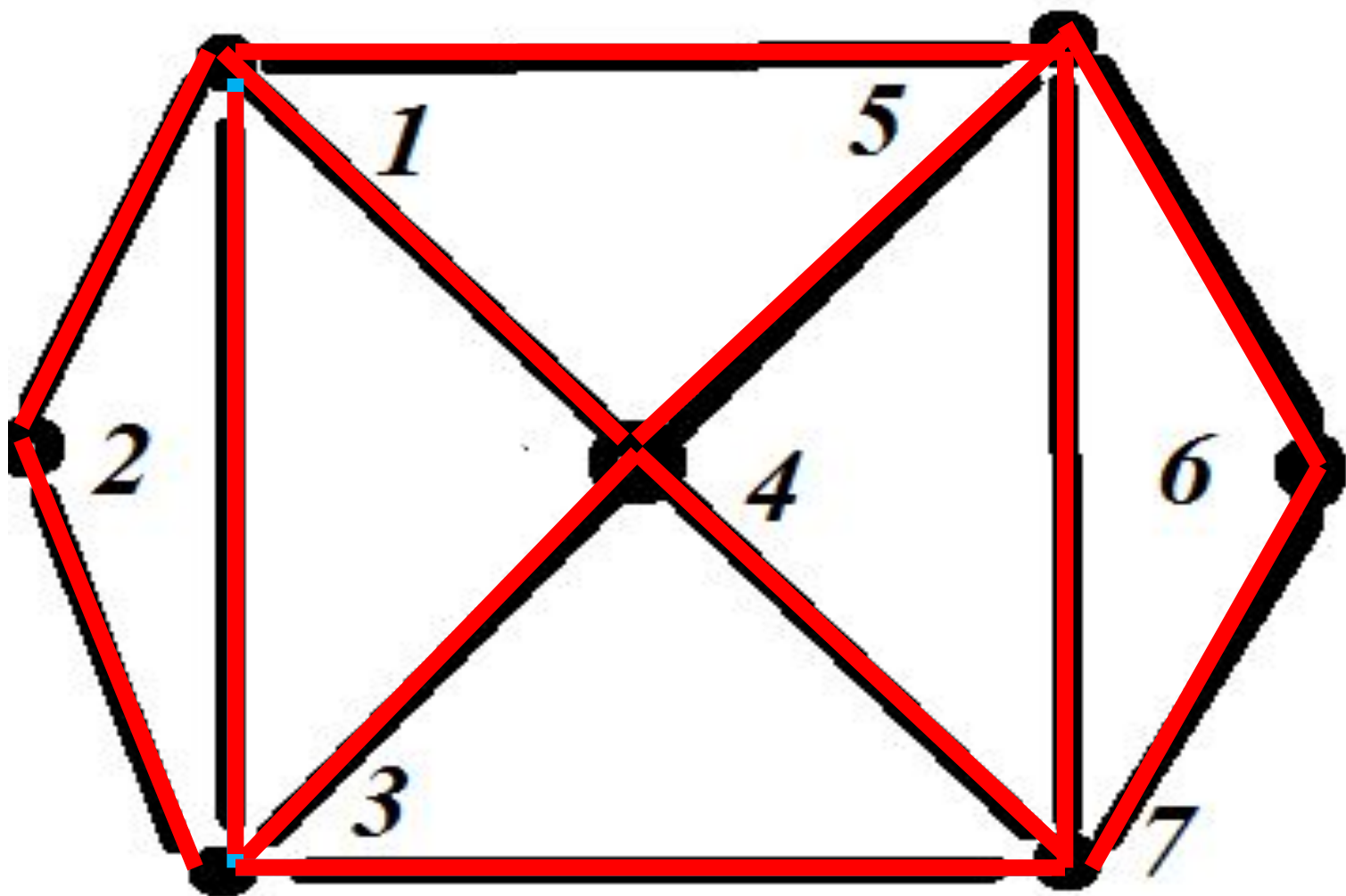
Не эйлеров граф

Алгоритм Флери

При построении эйлерова цикла начинаем с произвольной вершины и движемся в произвольном направлении выполняя два условия:

- 1) стираем пройденные ребра и изолированные вершины, которые при этом появляются;
- 2) идем по мосту, только если нет другой ВОЗМОЖНОСТИ.

Пример построения эйлерова цикла



Гамильтонов граф

Гамильтоновым циклом в n -графе называется простой цикл, обходящий все вершины графа (ровно по одному разу).

Гамильтонов граф – граф, в котором есть гамильтонов цикл.

Полугамильтонов граф

Гамильтоновой цепью в n -графе

называется простая цепь,

обходящий все вершины графа

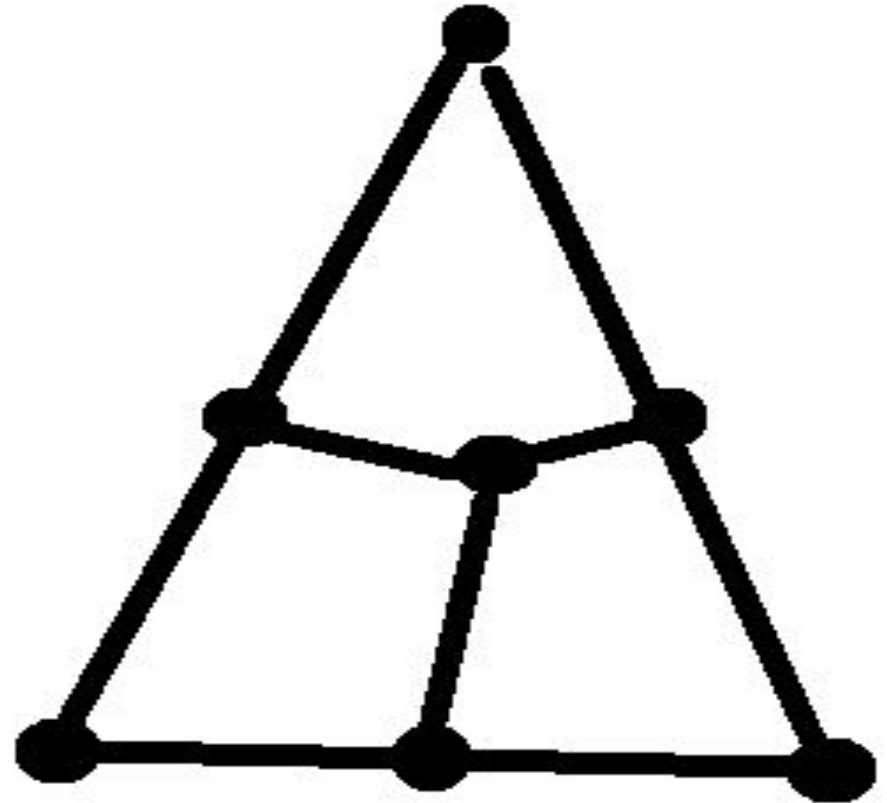
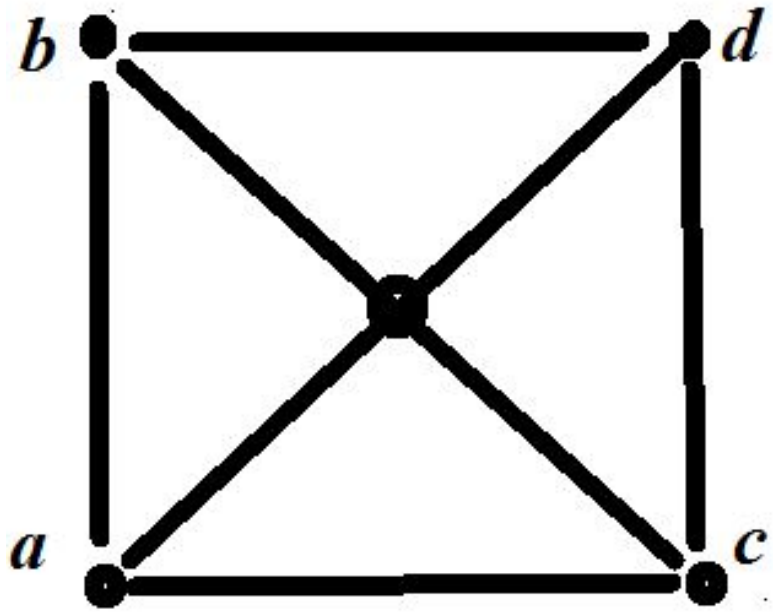
(ровно по одному разу).

Полугамильтонов граф – граф,

в котором есть гамильтонов цикл.

Гамильтонов, полугамильтонов графы

Гамильтонов граф



Полгамильтонов граф