

**Школьное научное общество
школы №1131**

***Новые признаки равенства
треугольников***



Автор: Жабин Виктор, Бобков Сергей.
Научный руководитель: Кузнецова Т. Н.
2004 г.
г. Москва

Содержание:

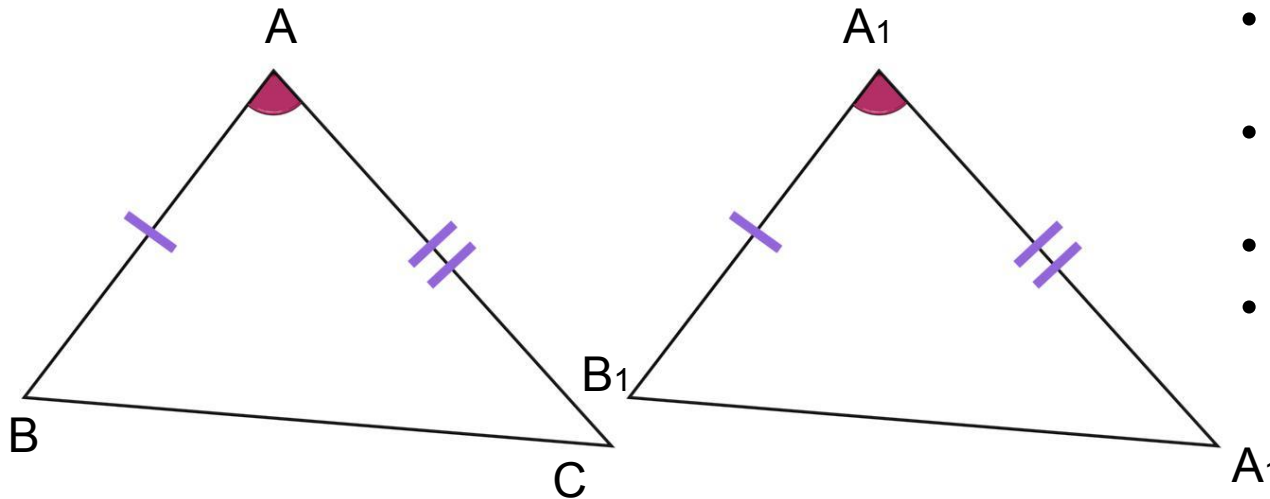
1.Введение	стр. 2-3
2.Теория (классические признаки равенства треугольников)	стр. 4-7
3.Признаки равенства треугольников связанные с высотой	стр. 8-14
4.Признаки равенства треугольников связанные с биссектрисой	стр. 15-17
5.Признаки равенства треугольников связанные с медианой	стр. 18-21
4.Литература	стр. 22-23
5.Рецензия	стр. 24

ВВЕДЕНИЕ

- В курсе геометрии 7 класса изучаются 3 признака равенства треугольников, которые позволяют решать определённый тип задач. Мы решили расширить теоретическую базу по признакам равенства треугольников, добавив к сторонам и углам, используемым в классических признаках равенства треугольников, другие компоненты: биссектрису, медиану и высоту.
- Таким образом, целями нашей работы является:
- 1. Сформулировать новые признаки равенства треугольников, используя понятия: биссектрисы, медианы и высоты.
- 2. Доказать новые признаки равенства треугольников.
- 3. Продемонстрировать другим учащимся существование в математике «белых пятен» и возможности их доказательства.

ТЕОРИЯ

Теорема: Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

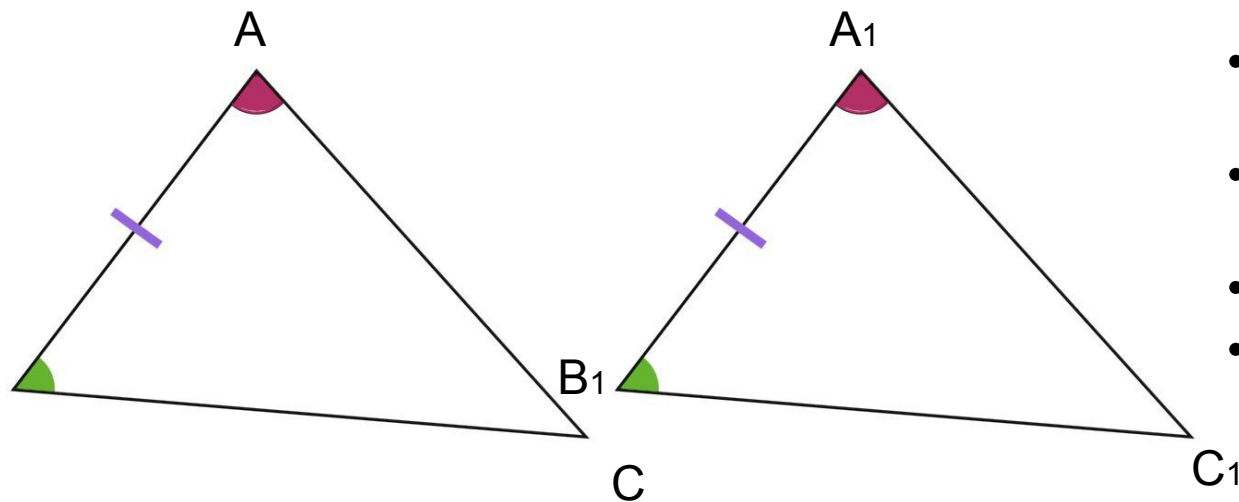


- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle A = \angle A_1$;
- $AC = A_1C_1$;
- $AB = A_1B_1$
- Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) т. к. $\angle A = \angle A_1$, то $\triangle ABC$ можно наложить на $\triangle A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместится с вершиной A_1 , а AB и AC наложатся соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1 . Поскольку $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, то AB совместится с A_1B_1 , а AC — с A_1C_1 ; совместятся точки B и B_1 , C и $C_1 \Rightarrow BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Теорема: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



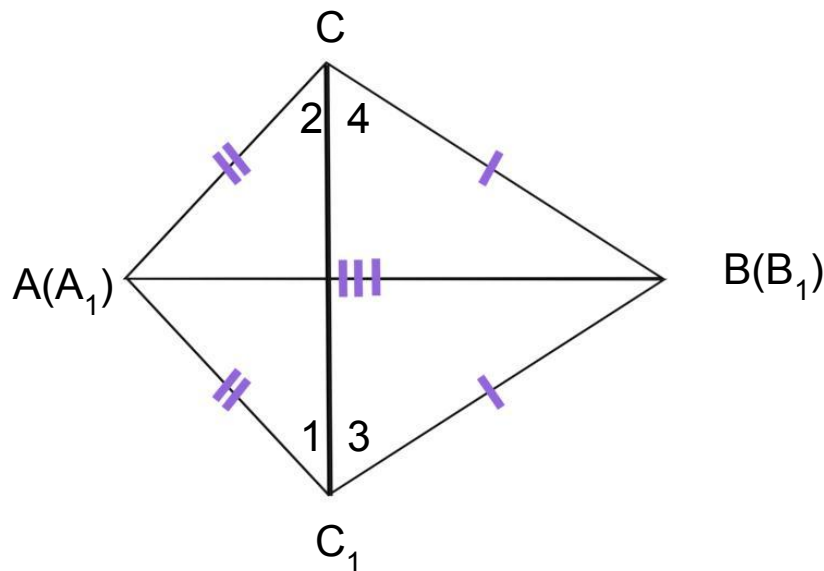
- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle B = \angle B_1$;
 $\angle A = \angle A_1$;
- $AB = A_1B_1$
- Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) наложим $\triangle ABC$ на $\triangle A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместилась с вершиной A_1 , AB с A_1B_1 , а вершины C и C_1 оказались по одну сторону от A_1B_1
- 2) так как $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, то сторона AC наложится на луч $A_1C_1 \Rightarrow$ вершина C – общая точка сторон AC и BC – окажется лежащей на луче A_1C_1 и луче $B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

ч. т. д.

Теорема: Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $CB = C_1B_1$;
 $AC = A_1C_1$; $AB = A_1B_1$
- Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

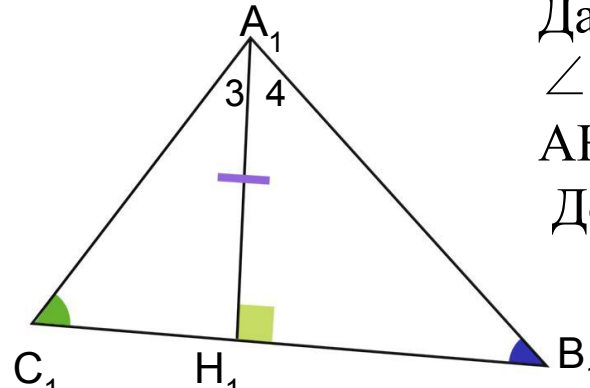
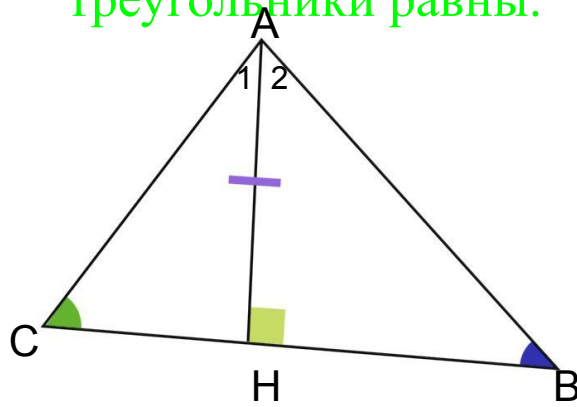
- 1) Приложим $\triangle ABC$ к $\triangle A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1 , а вершина B – с B_1 , а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1
- 2) Так как $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle A_1C_1C$ и $\triangle B_1C_1C$ р/б $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (по признаку р/б $\triangle$) $\Rightarrow \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$

3) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} A_1C_1 = AC \text{ (по усл.)} \\ C_1B_1 = CB \text{ (по усл.)} \\ \angle C = \angle C_1 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С ВЫСОТОЙ

Теорема: Если два угла и высота, проведённая из вершины третьего угла, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведённой из вершины третьего угла, другого треугольника, то такие треугольники равны.

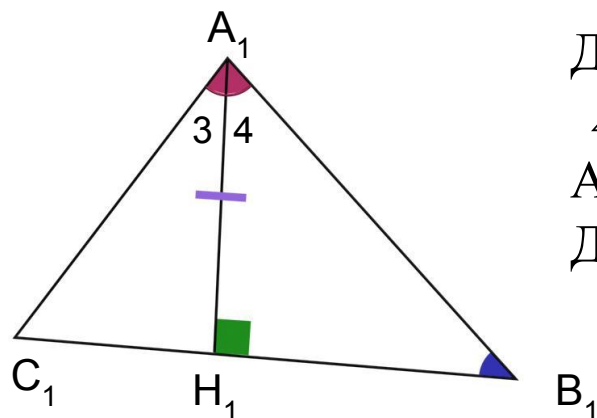
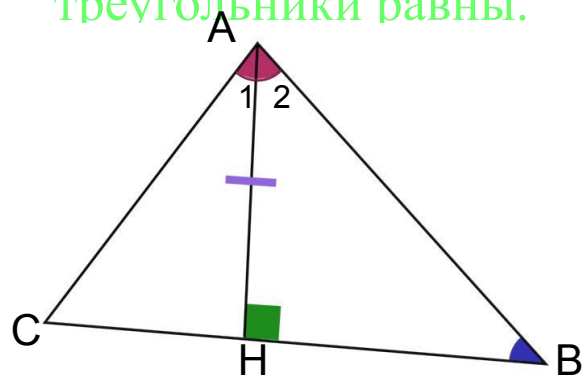


Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $\angle B = \angle B_1$; $\angle C = \angle C_1$;
 $AH = A_1H_1$ (высота)
 Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:
- $\angle B = \angle B_1$ (по усл.)
- $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$ (по усл.)
- $AH = A_1H_1$ (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$ (кпу) $\Rightarrow AB = A_1B_1$; $\angle 1 = \angle 3$
- 2) Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:
- $AH = A_1H_1$ (по усл.)
- $\angle C = \angle C_1$ (по усл.)
- $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$ (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1$ (кпу) $\Rightarrow AC = A_1C_1$; $\angle 2 = \angle 4$
- 3) $\angle 1 = \angle 3$ (п.1)
- $\angle 2 = \angle 4$ (п.2)
- $\Rightarrow \angle A = \angle A_1$
- 4) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:
- $AB = A_1B_1$ (п.1)
- $AC = A_1C_1$ (п.2)
- $\angle A = \angle A_1$ (п.3)
- $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)

Теорема: Если два угла и высота, проведённая из вершины одного из них, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведённой из вершины одного из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.

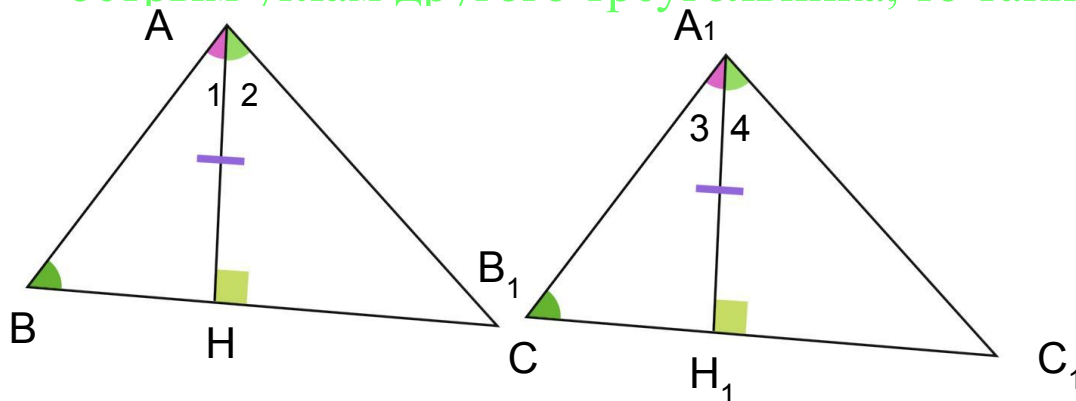


Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $\angle B = \angle B_1$; $\angle A = \angle A_1$;
 $AH = A_1H_1$ (высота)
 Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

- 1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:
 - $\angle B = \angle B_1$ (по усл.)
 - $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$ (по усл.)
 - $AH = A_1H_1$ (по усл.)
 - $\Rightarrow \angle 2 = \angle 4$
 - $\angle A = \angle A_1$ (по усл.)
 - $\angle 1 = \angle 3$ (п.1)
- $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1$ (кпу) $\Rightarrow AB = A_1B_1$; $\angle 1 = \angle 3$
- Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:
 - $AH = A_1H_1$ (по усл.)
 - $\angle 2 = \angle 4$ (по п.2)
 - $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$ (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1$ (кпу) $\Rightarrow AC = A_1C_1$
- Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:
 - $AB = A_1B_1$ (п.1)
 - $AC = A_1C_1$ (п.2)
 - $\angle A = \angle A_1$ (по усл.)
- $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)

Теорема: Если высота и два прилежащих к ней острых угла одного треугольника соответственно равны высоте и двум прилежащим к ней острым углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle 1 = \angle 3$; $\angle 2 = \angle 4$;
- $AH = A_1H_1$ (высота)
- Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AB = A_1B_1$$

2) Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:

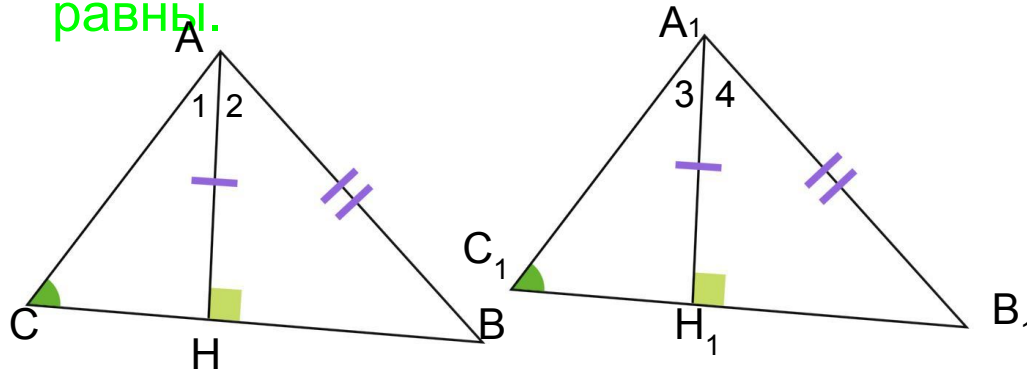
$$\left. \begin{array}{l} AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC = A_1C_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

4) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (п.1)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \\ \angle A = \angle A_1 \text{ (п.3)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если сторона, противолежащий угол и высота, проведённая не из вершины данного угла, одного треугольника соответственно равны стороне, противолежащему углу и высоте, проведённой не из вершины данного угла, то такие треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $\angle 1 = \angle 3$; $\angle 2 = \angle 4$;
- $AH = A_1H_1$ (высота)
- Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$$

2) Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:

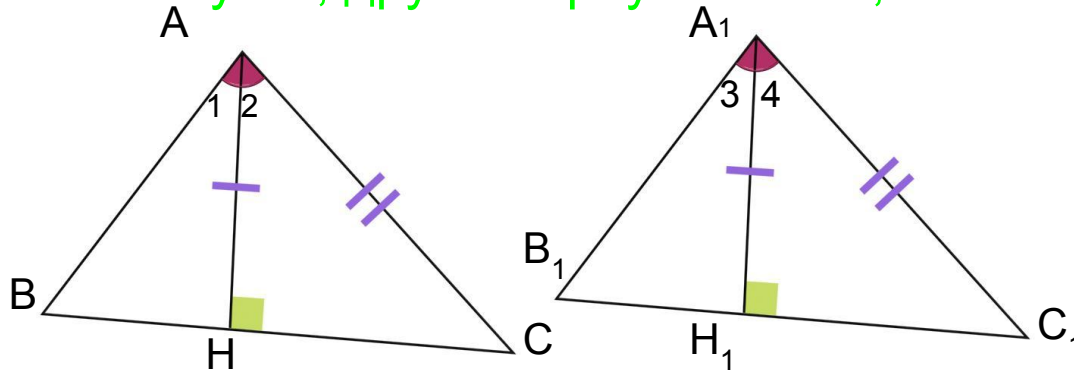
$$\left. \begin{array}{l} AH = A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle C = \angle C_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC = \triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC = A_1C_1; \angle 2 = \angle 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (п.1)} \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = \angle A_1$$

4) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \\ \angle A = \angle A_1 \text{ (п.3)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если сторона, прилежащий угол и высота, проведённая из вершины этого угла, одного треугольника соответственно равны стороне, прилежащему углу и высоте, проведённой из вершины этого угла, другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $AB=A_1B_1$; $\angle A=\angle A_1$;
- $AH=A_1H_1$ (высота)
- Доказать: $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH=\triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow \angle 1=\angle 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 1=\angle 3 \text{ (п.1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 2=\angle 4$$

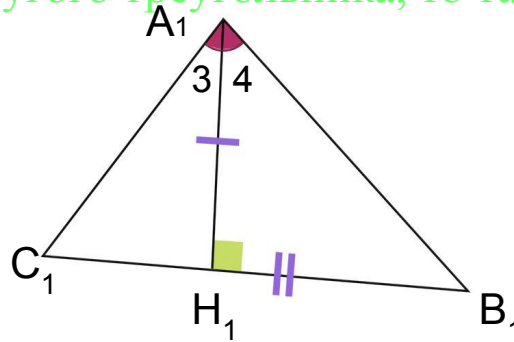
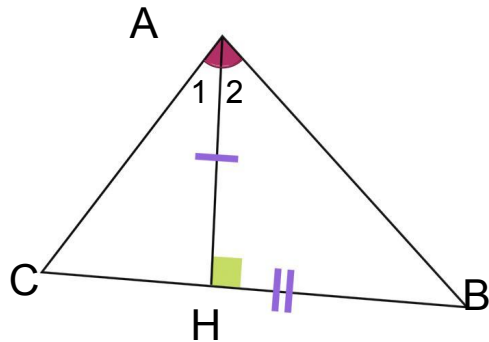
3) Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2=\angle 4 \text{ (п.2)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC=\triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC=A_1C_1$$

4) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (по усл.)} \\ AC=A_1C_1 \text{ (п.3)} \\ \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

Теорема: Если угол, высота, проведённая из вершины этого угла, и проекция прилежащей к этому углу стороны одного треугольника соответственно равны углу, высоте, проведённой из вершины этого угла, и проекции прилежащей к этому углу стороны другого треугольника, то такие треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
- $BH=B_1H_1$; $\angle A=\angle A_1$;
- $AH=A_1H_1$ (высота)
- Доказать: $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABH$ и $\triangle A_1B_1H_1$:

$$\left. \begin{array}{l} BH=B_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \\ AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH=\triangle A_1B_1H_1 \text{ (гик)} \Rightarrow AB=A_1B_1; \angle 1=\angle 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 1=\angle 3 \text{ (п.1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 2=\angle 4$$

3) Рассмотрим $\triangle AHC$ и $\triangle A_1H_1C_1$:

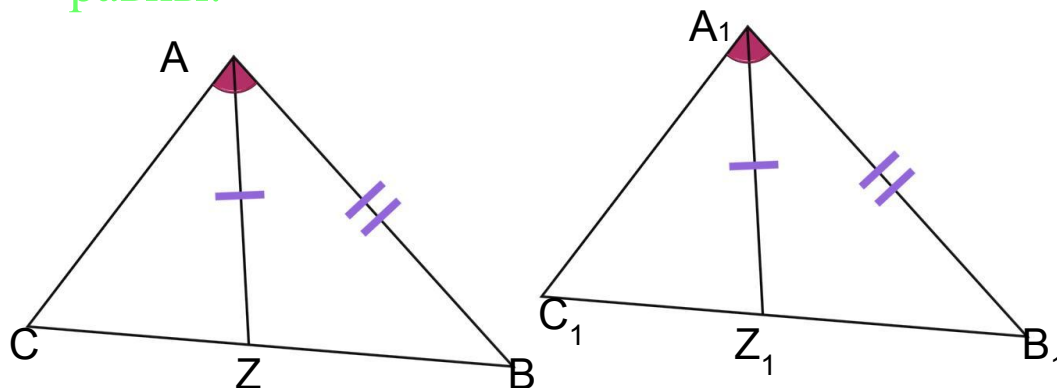
$$\left. \begin{array}{l} AH=A_1H_1 \text{ (по усл.)} \\ \angle 2=\angle 4 \text{ (п.2)} \\ \angle H=\angle H_1=90^\circ \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC=\triangle A_1H_1C_1 \text{ (кпу)} \Rightarrow AC=A_1C_1$$

4) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \text{ (п.1)} \\ AC=A_1C_1 \text{ (п.3)} \\ \angle A=\angle A_1 \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С БИССЕКТРИСОЙ

Если в одном треугольнике угол, прилежащая сторона и выходящая из него биссектриса соответственно равны углу, прилежащей стороне и выходящей из него биссектрисе в другом треугольнике, то треугольники равны.



- Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $\angle A = \angle A_1$
- $AZ = A_1Z_1$ - биссектрисы
 $AB = A_1B_1$
- Доказать:
- $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle AZB$ и $\triangle A_1Z_1B_1$:

$AB = A_1B_1$ (по условию)
 $AZ = A_1Z_1$ (по условию)
 $\angle BAZ = \angle B_1A_1Z_1$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle AZB = \triangle A_1Z_1B_1$ (по двум сторонам
 углу между ними) $\Rightarrow \angle CZA = \angle C_1Z_1A_1$

2. Рассмотрим $\triangle AZC$ и $\triangle A_1Z_1C_1$:

$\angle CAZ = \angle C_1A_1Z_1$ (по условию)
 $AZ = A_1Z_1$ (по условию)
 $\angle CZA = \angle C_1Z_1A_1$ (п.1)

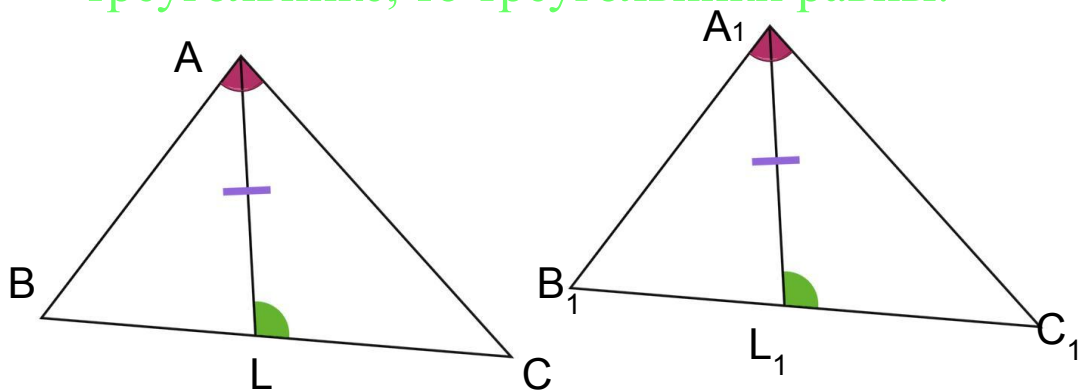
$\Rightarrow \triangle AZC = \triangle A_1Z_1C_1$ (по стороне и двум
 прилежащим углам)

3. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$ (по условию)
 $AB = A_1B_1$ (по условию)
 $AC = A_1C_1$ (п.2)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)

Если в одном треугольнике угол, выходящая из него биссектриса и угол между биссектрисой и стороной соответственно равны углу, выходящей из него биссектрисе углу между биссектрисой и стороной в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle ALC$ и $\triangle A_1L_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} AL = A_1L_1 \text{ (по условию)} \\ \angle LAC = \angle L_1A_1C_1 \text{ (по условию)} \\ \angle ALC = \angle A_1L_1C_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow \angle ALB = \angle A_1L_1B_1$$

2. Рассмотрим $\triangle ALB$ и $\triangle A_1L_1B_1$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle ALB = \angle A_1L_1B_1 \\ \angle BAL = \angle B_1A_1L_1 \text{ (по условию)} \\ AL = A_1L_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$$

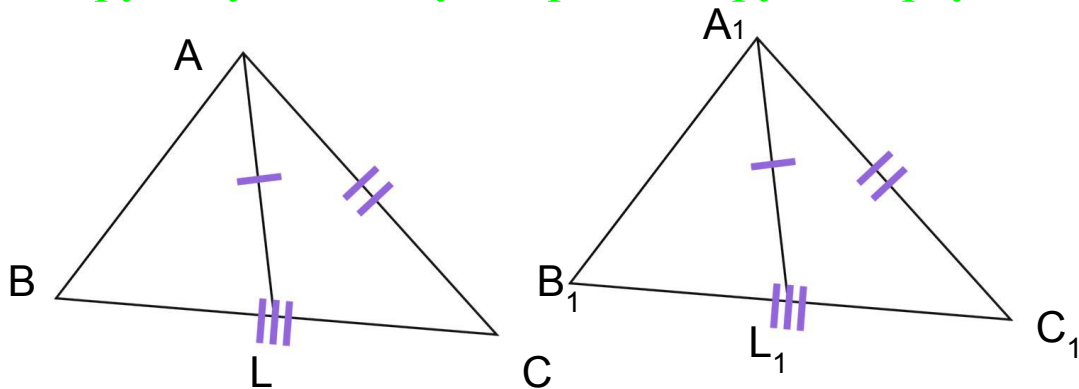
3. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle A_1 \text{ (по условию)} \\ AB = A_1B_1 \text{ (по условию)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

- Дано:
 $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $AL = A_1L_1$ – биссектрисы
- $\angle A = \angle A_1$
 $\angle ALC = \angle A_1L_1C_1$
- Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ СВЯЗАННЫЕ С МЕДИАНОЙ

Если в одном треугольнике: сторона, выходящая из одного из её концов медиана и прилежащая к другому её концу сторона соответственно равны стороне, выходящей из одного из её концов медиане и прилежащая к другому её концу стороне в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle ALC$ и $\triangle A_1L_1C_1$:

$AL = A_1L_1$ (по условию)

$\angle CLA = \angle C_1L_1A_1$ (по условию)

$LC = L_1C_1$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow \angle ALB = \angle A_1L_1B_1$

2. Рассмотрим $\triangle ALB$ и $\triangle A_1L_1B_1$

$\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$

$BL = B_1L_1$ (по условию)

$AL = A_1L_1$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$

3. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$

$BC = B_1C_1$ (по условию)

$AC = A_1C_1$ (п.1)

$AB = A_1B_1$ (п.2)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)

• Дано:

$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$

$AL = A_1L_1$ – Медианы

• $\angle BLA = \angle B_1L_1A_1$

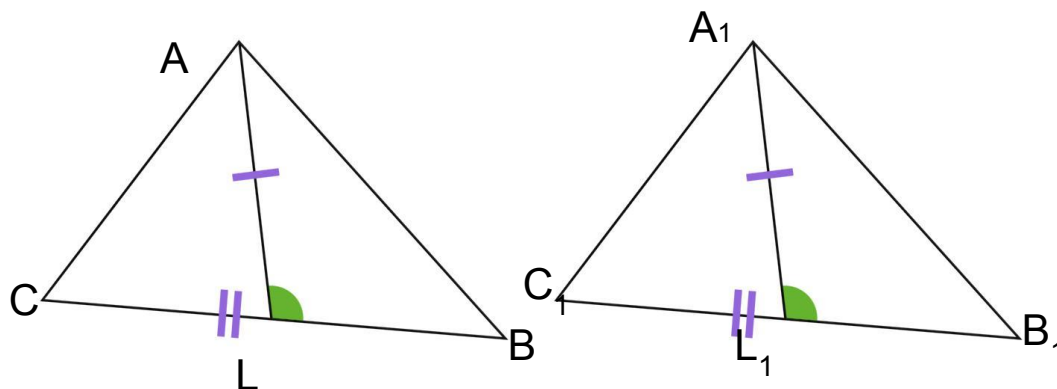
$AL = A_1L_1$

$BC = B_1C_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Если в одном треугольнике медиана, сторона угол между медианой и стороной соответственно равны медиане, стороне углу между медианой и стороной в другом треугольнике, то треугольники равны.



Доказательство:

1. Рассмотрим $\triangle ALC$ и $\triangle A_1L_1C_1$:

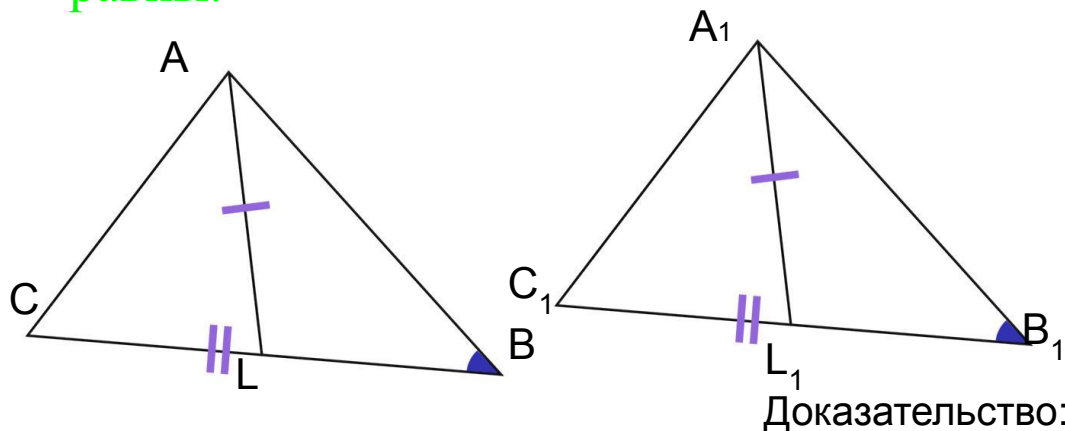
$$\left. \begin{array}{l} AL = A_1L_1 \text{ (по условию)} \\ \angle CLA = \angle C_1L_1A_1 \text{ (по условию)} \\ LC = L_1C_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1 \Rightarrow \angle ALB = \angle A_1L_1B_1$$
2. Рассмотрим $\triangle ALB$ и $\triangle A_1L_1B_1$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ALB = \angle A_1L_1B_1 \\ BL = B_1L_1 \text{ (по условию)} \\ AL = A_1L_1 \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1$$
3. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$

$$\left. \begin{array}{l} BC = B_1C_1 \text{ (по условию)} \\ AC = A_1C_1 \text{ (п.1)} \\ AB = A_1B_1 \text{ (п.2)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \text{ (по двум сторонам и углу между ними)}$$

- Дано:
 $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $AL = A_1L_1$ – Медианы
- $\angle BLA = \angle B_1L_1A_1$
 $AL = A_1L_1$
 $BC = B_1C_1$
 Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Если в одном треугольнике угол прилежащая сторона и проведённая к ней медиана соответственно равны углу, прилежащей стороне и проведённой к ней медиане в другом треугольнике, то треугольники равны.



- Дано:
 $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $AL = A_1L_1$ – Медианы
- $\angle ABL = \angle A_1B_1L_1$
 $BC = B_1C_1$
 Доказать:
 $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

1. Рассмотрим $\triangle ALB$ и $\triangle A_1L_1B_1$
 $\angle ALB = \angle A_1L_1B_1$ (по условию)
 $BL = B_1L_1$ (по условию)
 $AL = A_1L_1$ (по условию)
 $\Rightarrow \triangle ALB = \triangle A_1L_1B_1 \Rightarrow \angle ALC = \angle A_1L_1C_1$
2. Рассмотрим $\triangle ALC$ и $\triangle A_1L_1C_1$:
 $AL = A_1L_1$ (по условию)
 $\angle CLA = \angle C_1L_1A_1$
 $LC = L_1C_1$ (по условию)
 $\Rightarrow \triangle ALC = \triangle A_1L_1C_1$
3. Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
 $BC = B_1C_1$ (по условию)
 $AC = A_1C_1$ (п.2)
 $AB = A_1B_1$ (п.1)
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними)

ЛИТЕРАТУРА

1. Геометрия 7-9 кл. Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов.

РЕЦЕНЗИЯ