

Нестандартные приёмы при подготовке к успешной сдаче экзамена по математике ГИА и ЕГЭ

Математика, которая мне нравится!

Обучение – ремесло, использующее бесчисленное множество маленьких трюков.

Д. Пойа

Эффективен не тот,
Кто просто знает, а тот,
У кого сформированы
Навыки приобретения, организации и
Применения знаний.

Формула Пика, или как считать площади многоугольников.

(полезно при решении задач В3 в ЕГЭ)

Материал из Википедии — свободной энциклопедии
*У этого термина существуют и другие значения, см.
Теорема Пика.*

Формула Пика (или **теорема Пика**) — классический результат
комбинаторной геометрии и геометрии чисел.

Площадь многоугольника с целочисленными
вершинами равна

$$B + \Gamma/2 - 1,$$

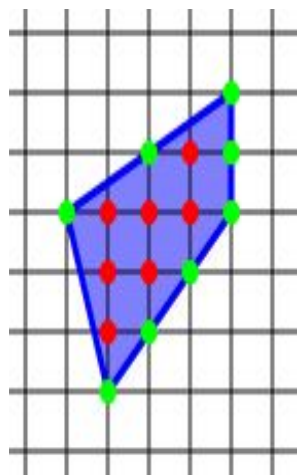
где **B** есть количество целочисленных точек внутри
многоугольника, а **Г** — количество целочисленных
точек на границе многоугольника.

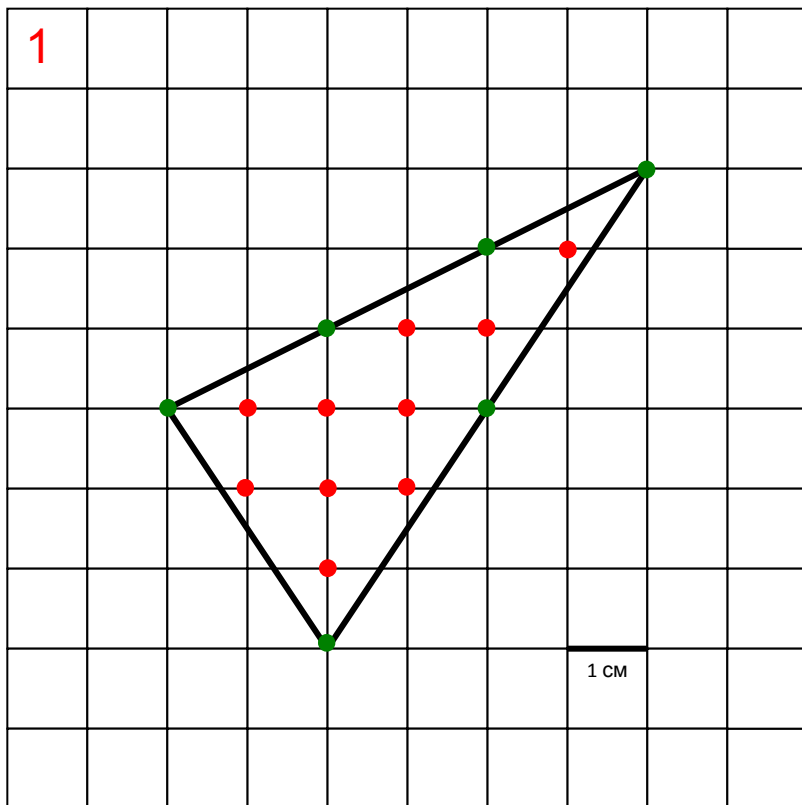
$$B=7, \Gamma=8,$$

$$B + \Gamma/2 - 1 = 10$$

История

Формула Пика была открыта
австрийским математиком
Пиком (англ) в 1899 г.

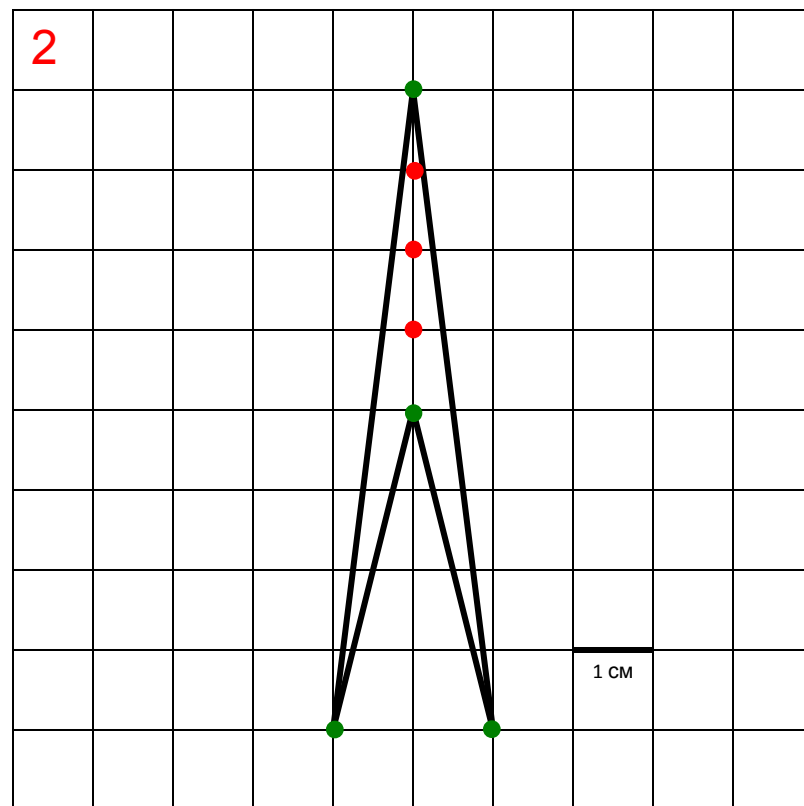




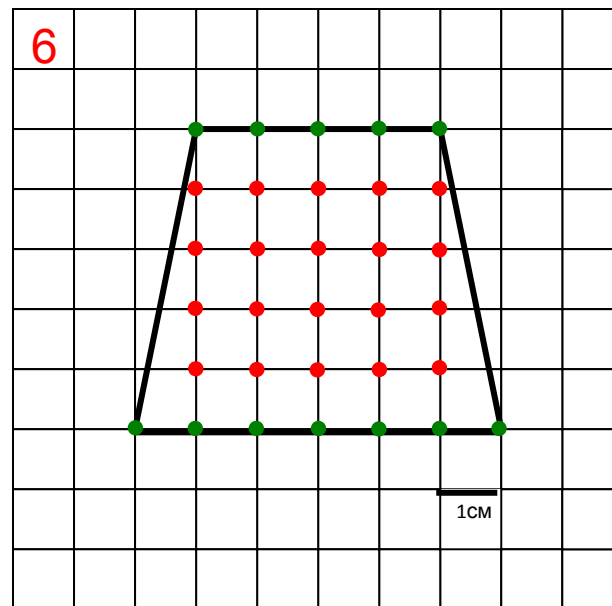
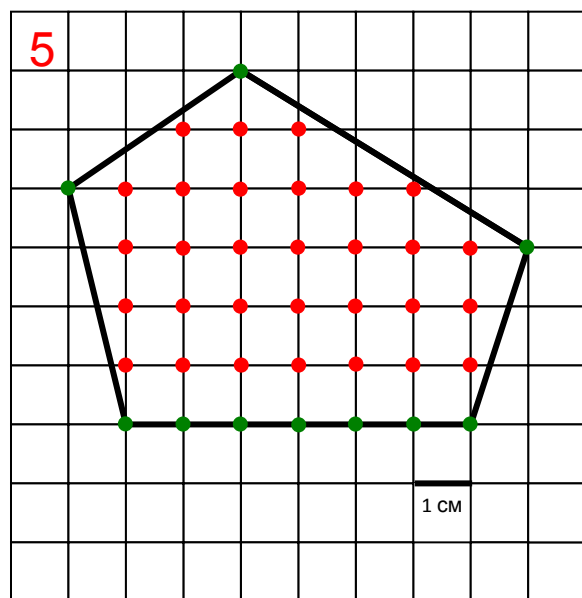
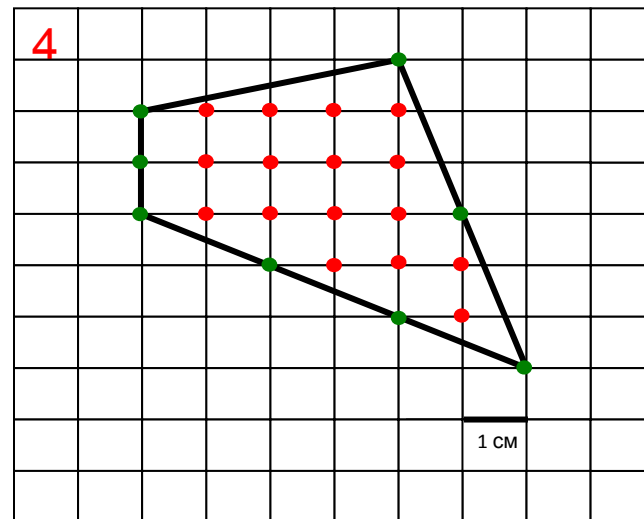
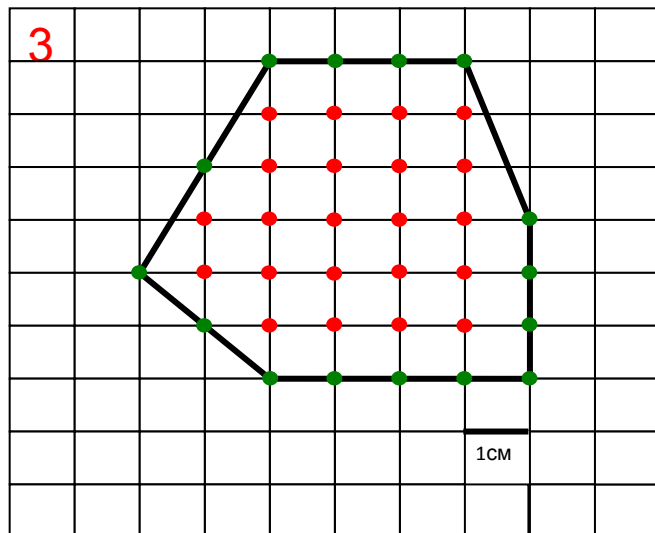
$$S_{\text{многоугольника}} = 10 + 6/2 - 1 = 12$$

В частности, площадь треугольника с вершинами в узлах и не содержащего узлов ни внутри, ни на сторонах (кроме вершин), равна $1/2$

$$S_{\text{многоугольника}} = 3 + 4/2 - 1 = 4$$



Приведем примеры задачи В3 на ЕГЭ по математике и решим их новым методом



Алгебра 7класс, 9класс, 10 класс Тема: Бесконечные десятичные периодические дроби.

Любую обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной дроби (конечной или бесконечной периодической)

Справедливо также **обратное утверждение**: Любую конечную или бесконечную периодическую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби по **следующему правилу**:

1) Чтобы получить числитель дроби, нужно из числа образованного цифрами, стоящими до второго периода, вычесть число, образованное цифрами, стоящими до первого периода.

2) Знаменатель дроби состоит из цифр 9 и 0. Цифра 9 повторяется столько раз сколько было цифр в периоде, а цифра 0 столько раз, сколько цифр содержится между запятой и первым периодом

Пример №1: Представить дробь $0,5(12)$ в виде обыкновенной.

Решение: До второго периода стоит число 512, до первого периода - число 5. Поэтому числитель дроби равен $512 - 5 = 507$

В периоде дроби стоят 2 цифры. Между запятой и первым периодом содержится одна цифра. Поэтому знаменатель дроби равен 990

$$\frac{512 - 5}{990} = \frac{507}{990} = \frac{169}{330}$$

Аналогично можно представить и другие десятичные дроби в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел.

Пример №2: $1, (15) = 1 + (0,15) = 1 + \frac{15 - 0}{99} = 1\frac{5}{33}$

Пример №3: $2,13(22) = 2 + 0,13(22) = 2 + \frac{1322 - 13}{9900} = 2\frac{1309}{9900}$

Алгоритм решения квадратного уравнения общего вида :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

через решение приведённого квадратного уравнения:

$$x^2 + px + q = 0$$

Решите уравнение : $ax^2 + bx + c = 0$

1) Решаем уравнение: $x^2 + bx + ac = 0$

2) По обратной теореме Виета: $x_1 + x_2 = -b$;

$x_1 \cdot x_2 = ac$, находим его корни

3) Затем находим корни исходного квадратного уравнения:

$$1) x = \frac{x_1}{a} \quad 2) x = \frac{x_2}{a}$$

Решение квадратного уравнения общего вида по обратной теореме Виета

$$4x^2 - 5x + 1 = 0$$

Пример №1. Решите квадратное уравнение:

1) Решим

уравнение:

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

то есть решим приведённое квадратное уравнение, заменив свободное слагаемое умножив на старший коэффициент **a**, то есть $4 \cdot 1 = 4$, получим: $x = 4$ и $x = 1$

2) Получившиеся значения корней по обратной т.Виета, разделим каждый на старший коэффициент, то есть на число 4, таким образом корни исходного квадратного уравнения $x = 1$ и $x = \frac{1}{4}$ да :

Ответ: $\frac{1}{4}$; 1

Пример №2. Решите квадратное уравнение:

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

1) $x^2 + 5x + 4 = 0$

2) по обратной теореме Виета подбираем корни $x_1 = -1, x_2 = -4$

3) $-1:2 = -\frac{1}{2}$; $-4:4 = -1$

Ответ: $-\frac{1}{2}$; -1

Проверь себя сам!

Решите квадратные уравнения:

1) $5x^2 - 9x - 2 = 0$

2) $2x^2 - 11x + 5 = 0$

3) $5x^2 + 11x + 2 = 0$

4) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

5) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

6) $64x^2 - 63x - 1 = 0$

7) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

8) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

9) $2x^2 - 9x + 9 = 0$

10) $9x^2 - 10x + 1 = 0$

№п/ п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	$-\frac{1}{5}; 1$	$\frac{1}{5}; 5$	$-\frac{1}{5}; -2$	$\frac{1}{3}; 2$	$-\frac{1}{2}; 2$	$-\frac{1}{64}; 1$	$-\frac{1}{2}; -3$	$\frac{1}{3}; -2$	$1\frac{1}{2}; 3$	$\frac{1}{9}; 1$

Извлечение квадратного корня из больших чисел

Правило:

- 1) Чтобы, извлечь квадратный корень из данного целого числа, разбивают его, справа налево, на грани, по 2 цифры в каждой, кроме последней, в которой может быть и одна цифра.
- 2) Чтобы найти первую цифру корня, извлекают квадратный корень из первой грани.
- 3) Чтобы найти вторую цифру, из первой грани вычитают квадрат первой цифры корня, к остатку сносят вторую грань и число десятков получившегося числа делят на удвоенную первую цифру корня; полученное целое число подвергают испытанию.
- 4) Испытание производится так: за вертикальной чертой (налево от остатка) пишут удвоенное ранее найденное число корня и к нему, с правой стороны, приписывают испытываемую цифру, получившееся, после этой приписки число умножают на испытываемую цифру. Если после умножения получится число, большее остатка, то испытываемая цифра не годится и надо испытать следующую меньшую цифру.
- 5) Следующие, цифры корня находятся по тому же приему.

Если после снесения грани число десятков получившегося числа окажется меньше делителя, т. е. меньше удвоенной найденной части корня, то в корне ставят 0, сносят следующую грань и продолжают действие дальше.

Число цифр корня. Из рассмотрения процесса нахождения корня следует, что в корне столько цифр, сколько в подкоренном числе заключается граней по 2 цифры каждая (в левой грани может быть и одна цифра).

Пример: ЕГЭ 2012г, ТР№2, вариант №2, задача В13:

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 34км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 51км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение:

1) пусть $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ – скорость первого автомобиля,

$t = \frac{1}{x}$ (ч) – время движения первого автомобиля

2) $\frac{1}{68}$ (ч) – время второго автомобиля на первой половине пути

3) $\frac{1}{2(x+51)}$ (ч) – время второго автомобиля на второй половине пути

4) составим и решим уравнение: $\frac{1}{x} = \frac{1}{68} + \frac{1}{2(x+51)}$

$$x^2 + 17x - 3468 = 0$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 + 13872}}{2}$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{14161}}{2}$$

$$x = 51; 51 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ – скорость первого автомобиля}$$

Ответ = 51

$$\text{Извлечём } \sqrt{1'41'61} = 119$$

$$\begin{array}{r} -1 : \\ 21 \overline{) 41 :} \\ \times 1 \downarrow -21 : \\ \hline 229 \quad 206'1 \\ \times 9 \downarrow -2061 \\ \hline 2061 \downarrow 0 \end{array}$$

- 1) Чтобы найти первую цифру корня, извлекаем квадратный корень из первой грани: из 1, то есть $\sqrt{1} = 1$
- 2) Чтобы найти вторую цифру, из первой грани вычитают квадрат первой цифры корня: $1-1=0$, к остатку сносим вторую грань: 41 и число десятков получившегося числа: 4 делим на удвоенную первую цифру корня: $4:2=2$; полученное целое число: 2 подвергаем испытанию.
- 3) Испытание это производится так: за вертикальной чертой (налево от остатка) пишем удвоенное ранее найденное число корня 2 и к нему, с правой стороны, приписываем испытываемую цифру, получившееся, после этой приписки число 22 умножаем на испытываемую цифру 2. Если после умножения получится число, большее остатка, то есть получим 44 больше 41, то испытываемая цифра 2 не годится и надо испытать следующую меньшую цифру 1
- 4) $21 \times 1 = 21$ и вычитаем из 41, $41 - 21 = 20$
- 5) К 20 сносим следующую грань: 61, получим число 2061
- 6) Прикидываем последнюю цифру корня, для этого $206:22$ получим цифру 9 испытаем её: приписываем к 22 справа 9, и $229 \times 9 = 2061$, что показывает $2061 - 2061 = 0$ и 119-корень из числа 14161

ГБОУ № 411 г Петродворец
январь 2012
Учитель математики: Яковлева Р.М.

Используемая литература:

- 1) Интернет ресурсы: Википедия: формула Пика;
- 2) В помощь школьному учителю Н.Ф Гаврилова Поурочные разработки по геометрии 8класс, Москва «ВАКО» 2006 стр.34;
- 3) А.Н. Рурукин, Г.В. Лупенко , И.А.Масленникова Поурочные разработки по алгебре к учебникам Ю.Н. Макарычева и Ш.А. Алимова 7класс, Москва «ВАКО» 2007 стр.22;
- 4) Для подготовки к устному экзамену и ЕГЭ. Математика, Сборник формул. Издательство «Астрель», Москва 2009 стр. 52-54;
- 5) Москва, Стат Град, тренировочные и диагностические работы 9 и 11 классы, декабрь 2011 и январь 2012
- 6) Открытый банк заданий по математике ГИА и ЕГЭ на сайте: mathege.ru и mathgia.ru (ГИА2012)