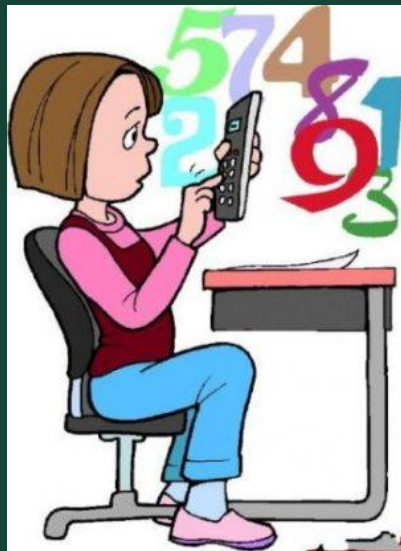


Необычн

ое

обычном



***“Если вы хотите научиться плавать,
то входите в воду,
а если хотите научиться решать
задачи,
то решайте их”.***



Д.Пойа

Цель:

**Освоить способы
решения некоторых
уравнений и неравенств,
содержащих знак модуля**

Задачи:

1. Изучение теоретического материала.
2. Рассмотрение различных подходов к решению уравнений и неравенств с модулем.
3. Алгоритмирование процесса решения уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком модуля.

Объект

исследования:

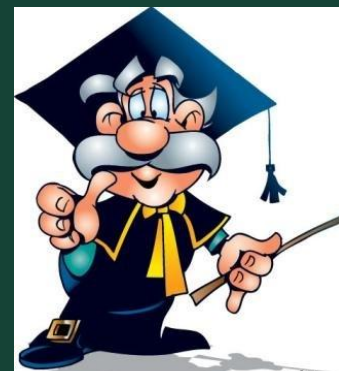
уравнения и неравенства,

содержащие знак

абсолютной величины



Предмет исследования: *способы решения уравнений и неравенств*



Методы исследования:

- 1) Работа с литературными источниками.
- 2) Математическое моделирование постановки задачи.
- 3) Эксперимент: исследование различных подходов и методов решения уравнений и неравенств.

$$|f(x)| \leq |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$$

(1)

$$|f(x)| \geq |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x) \\ f(x) \leq -g(x) \end{cases}$$

(2)



$$|x^2 + 4x - 5| + |x^2 - 3x - 4| = 2x^2 + x - 9$$

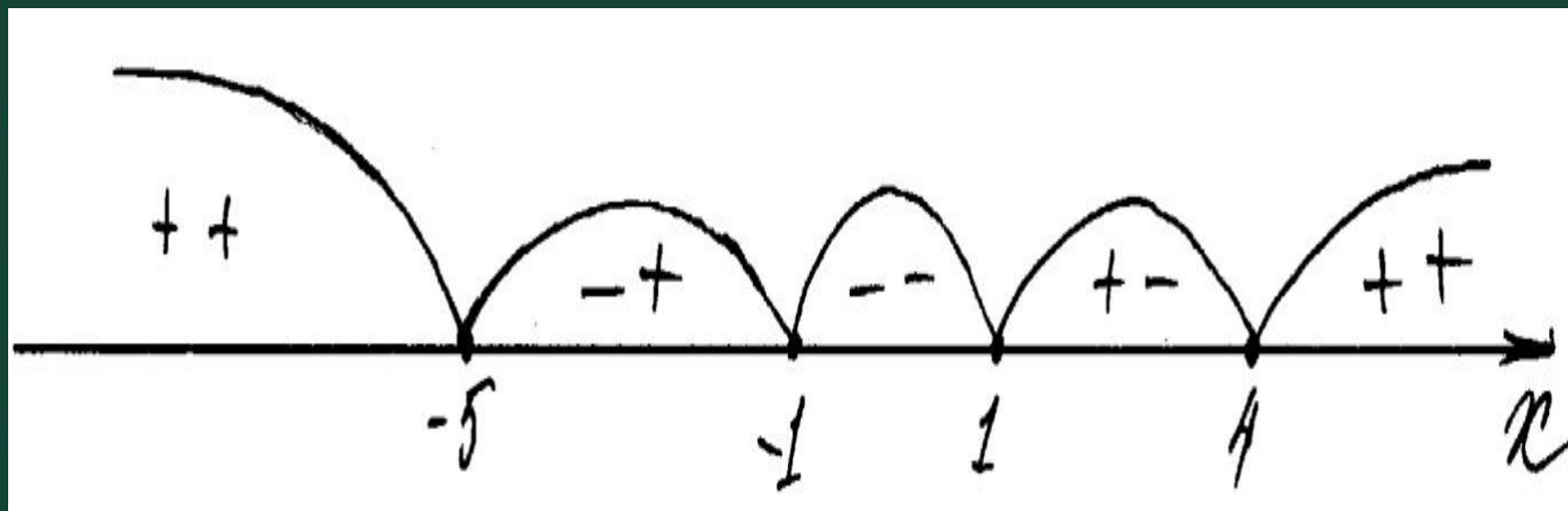


1 способ

(правило раскрытия
модуля):

Подмодульные нули:

$x=1$; $x=-5$; $x=-1$; $x=4$



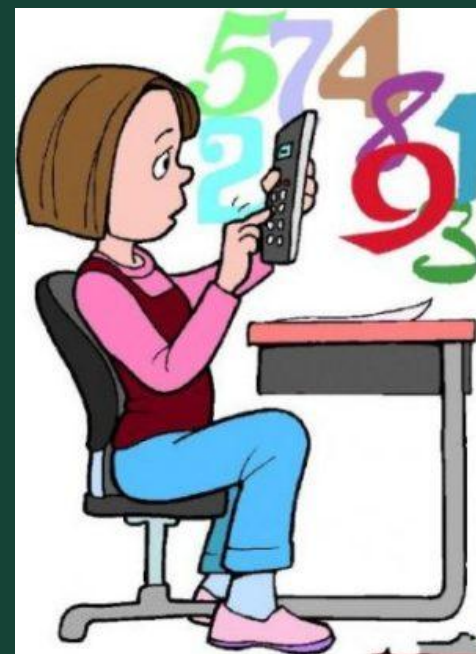
$$1). x \leq -5$$

$$x^2 + 4x - 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 - x + 9 = 0$$

$$0x = 0$$

$$\forall x \in R$$

$$x \in (-\infty; -5]$$



$$2). \quad 5 < x \leq -1$$

$$-x^2 - 4x + 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 - \\ -x + 9 = 0$$

$$-2x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} \notin -5 < x \leq -1, \emptyset$$

$$3). 1 < x \leq 1$$

$$-x^2 - 4x + 5 - x^2 + 3x + 4 -$$

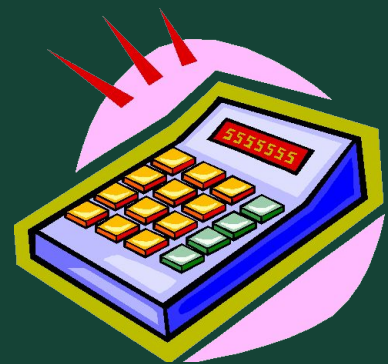
$$2x^2 - x + 9 = 0$$

$$-4x^2 - 2x + 18 = 0$$

$$2x^2 + x - 9 = 0$$

$$D = 73 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{73}}{4} \notin -1 < x \leq 1, \emptyset$$



$$4). 1 < x < 4$$

$$x^2 + 4x - 5 - x^2 + 3x + 4 - 2x^2 - x + 9 = 0$$

$$-2x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \notin 1 < x < 4, \emptyset$$

$$5) x \geq 4$$

$$x^2 + 4x - 5 + x^2 - 3x - 4 - 2x^2 -$$
$$-x + 9 = 0$$

$$0x = 0$$



$$\forall x \in R$$
$$x \in [4; \infty)$$

$$\text{Ответ. } x \in (-\infty; -5] \cup [4; \infty)$$

2 способ:

Применю (5) условие
равносильности:

$$|f(x)| + |g(x)| = f(x) + g(x)$$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

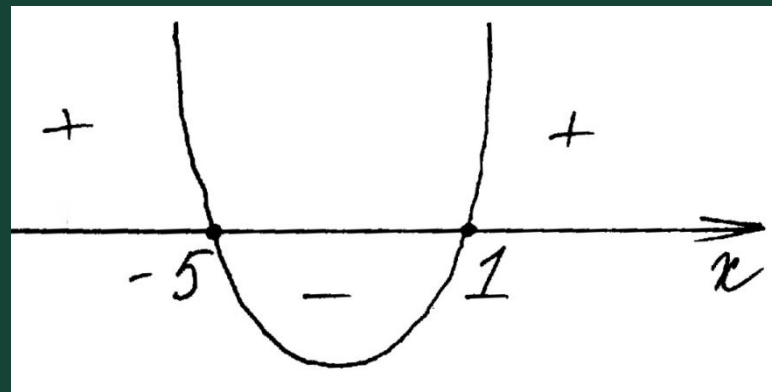


$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 \geq 0 (*) \\ x^2 - 3x - 4 \geq 0 (**) \end{cases}$$

$$(*) \quad x^2 + 4x - 5 \geq 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$$

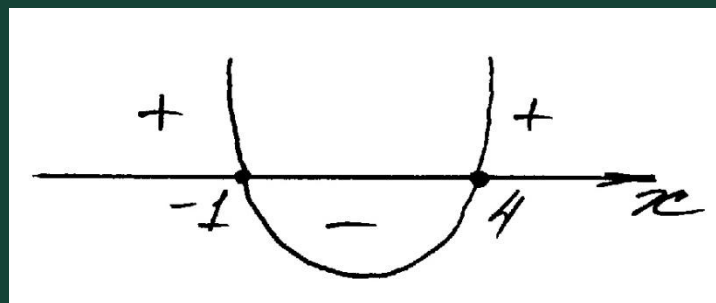


$$x \in (-\infty; -5] \cup [1; \infty)$$

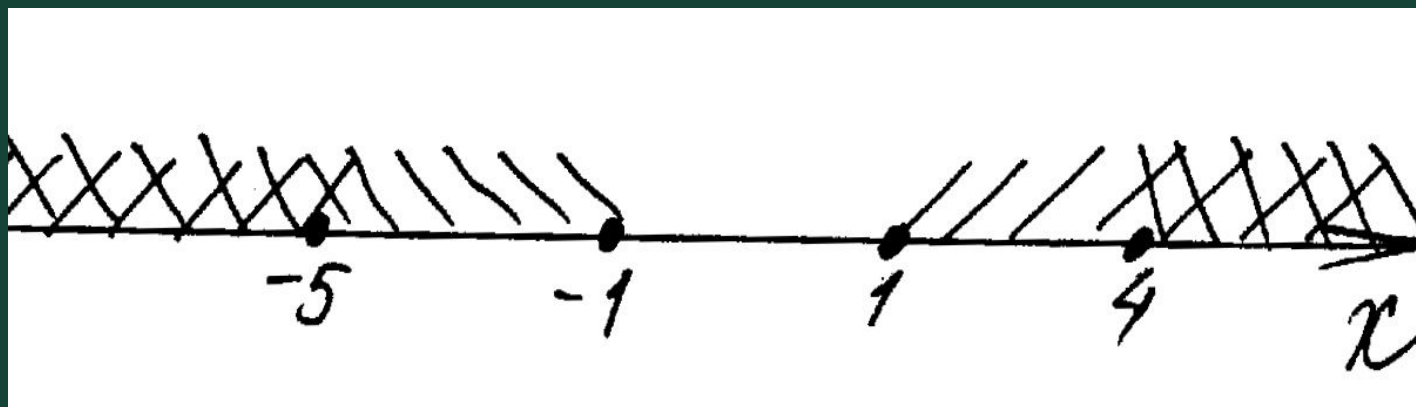
$$(**) x^2 - 3x - 4 \geq 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup [4; \infty)$$



Ответ. $x \in (-\infty; -5] \cup [4; \infty)$

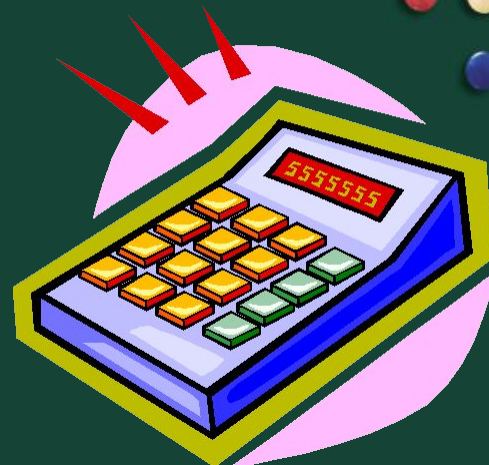
Решить неравенство:

$$|5x - 3| - |7x - 4| \geq 2x - 1$$



1 способ.

Применю (9) условие
равносильности:

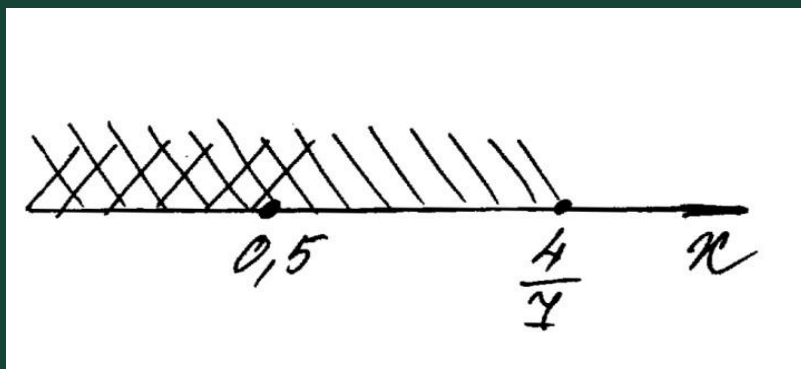


$$|f(x)| - |g(x)| \geq g(x) - f(x)$$

$$\begin{cases} |f(x)| \geq g(x) \\ g(x) \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} 5x - 3 \geq 7x - 4 \\ 7x - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -2x \geq -1 \\ 7x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0,5 \\ x \leq \frac{4}{7} \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$x \leq \frac{4}{7}$$

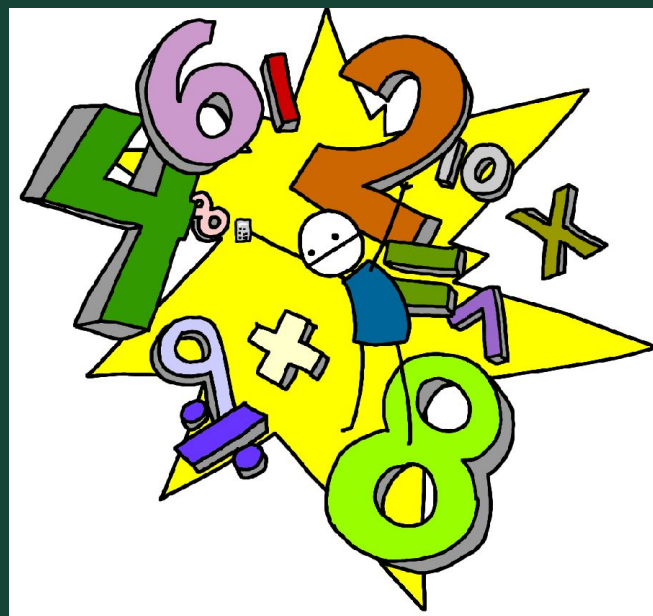
2 способ.

Применю (1) условие
равносильности:



$$|f(x)| \leq |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) \geq -g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3 \geq 2x - 1 + |7x - 4| (*) \\ 5x - 3 \leq -2x + 1 - |7x - 4| (**) \end{cases}$$



$$(*) 5x - 3 \geq 2x - 1 + |7x - 4|$$

$$a) \begin{cases} 7x - 4 \geq 0 \\ 3x - 2 \geq 7x - 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x - 4 < 0 \\ 3x - 2 \geq 4 - 7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{4}{7} \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\begin{cases} x < \frac{4}{7} \\ x \geq \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$(**) |5x - 3| \leq -2x + 1 - |7x - 4|$$

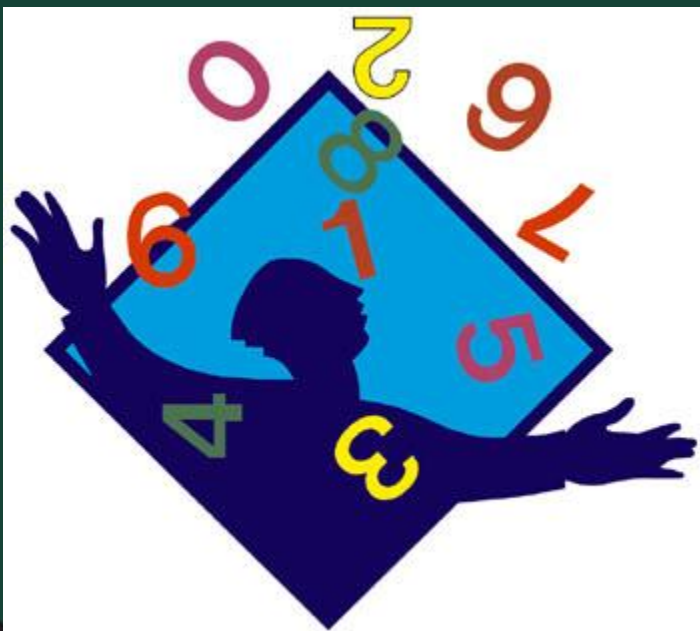
$$a) \begin{cases} x \geq \frac{4}{7} \\ 4 - 7x \geq 7x - 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x - 4 < 0 \\ 4 - 7x \geq 4 - 7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{4}{7} \\ x \geq \frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$x \in (-\infty; \frac{4}{7})$$

Ответ. $x \in (-\infty; \frac{4}{7}]$



Я научилась:

1). Использовать условия
равновесности.

2). Сочетать «алгоритмический» подход с
творческим поиском.



Ценность проекта:

- Собран теоретический материал по теме;
- Все задания решены несколькими способами;
- Изготовлен справочный материал для





Спасибо за внимание!