

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Лицей №3»

Реферативно-исследовательская работа

Неевклидовы геометрии

Автор: Осетрова Наталия
учащаяся 9 «А» класса

Руководитель: Аэлита Анатольевна
Мазурова,
учитель математики



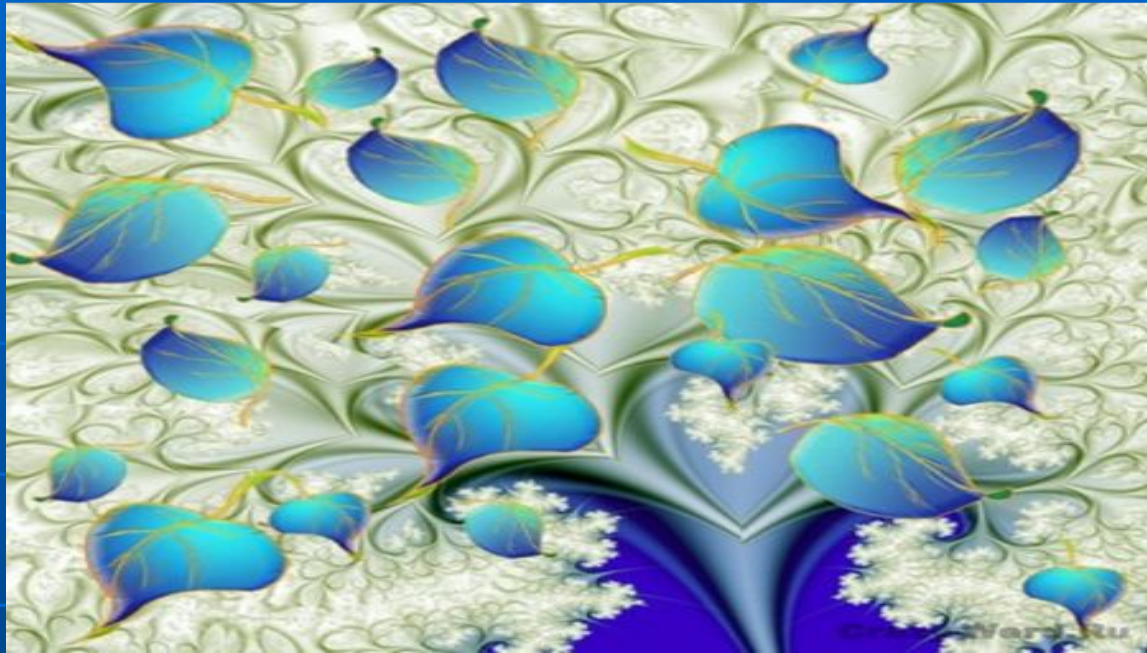
Тетрадь, лист бумаги, парта, школьная доска – это плоскости, но **ограниченные**, а если рассмотреть их с точки зрения Вселенной – ничтожно малые. Горы, русла рек, впадины, возвышенности – на нашей планете **не существует идеально ровных поверхностей**, даже на равнине всегда встретятся кочки, ухабы, ямки!

Я возьму фломастер
и буду вести прямую
вдоль экватора,
обогнув Землю я
вернусь в ту же точку,
и вместо бесконечно
длинной прямой,
получу окружность, а
если учесть, что
Земля постоянно
движется, то вообще
спираль!

**ГЕОМЕТРИ
Я**

Евклидова

**Неевклидо
ва**



Наблюдая за изящными очертаниями гор, причудливой линией морского берега, замысловатой формой облаков, размашистой кроной цветущего дерева, притягивающей красотой пламени костра, я задумалась: **существуют ли в евклидовой геометрии аналогичные фигуры этих объектов?**

Эти вопросы подтолкнули меня к выбору темы моей работы.

ГИПОТЕЗА:

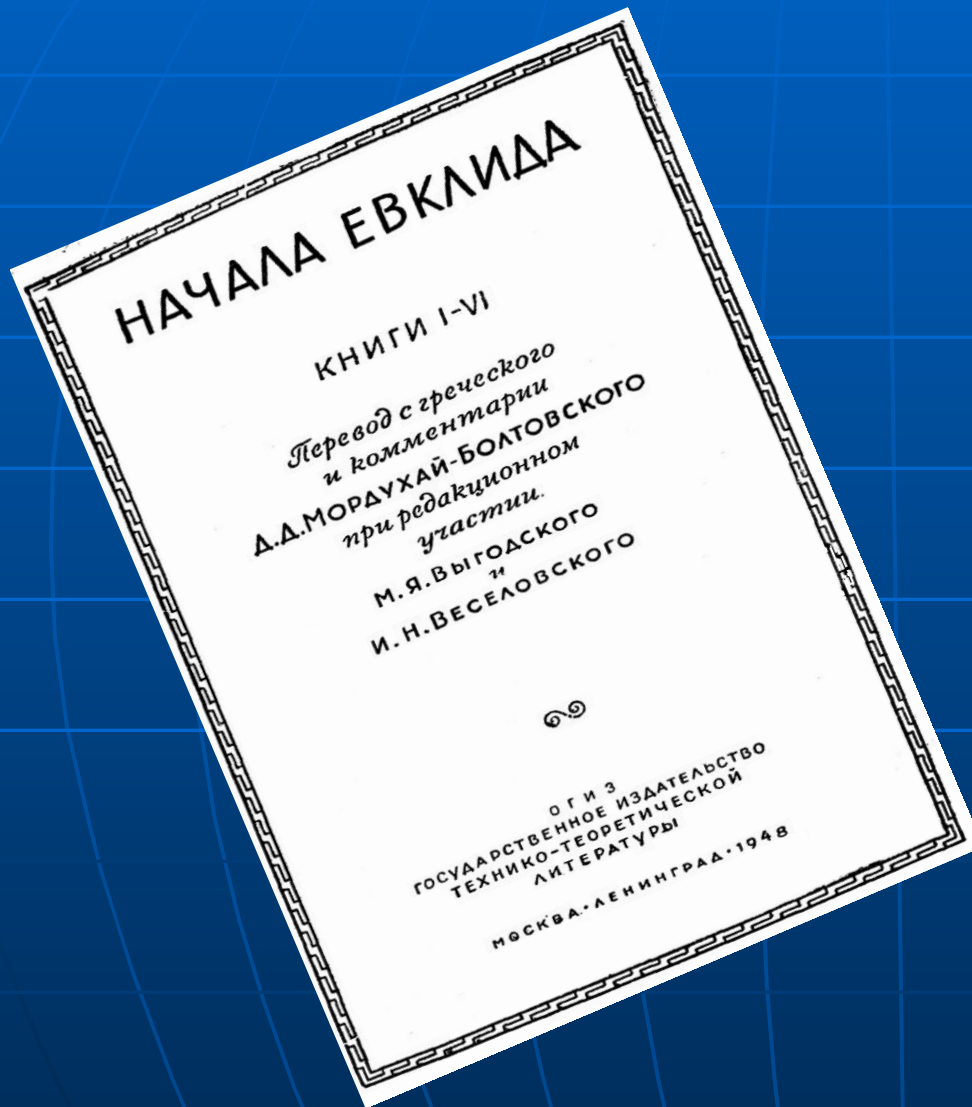
геометрия Евклида не даёт полного описания пространства Вселенной

ЦЕЛЬ ПРОЕКТА:

исследовать необходимость зарождения неевклидовой геометрии и изучить её значение для развития науки и влияние на жизнь человека.



Древнегреческий учёный **Евклид** был последователем философа Платона, и преподавал он четыре науки, которые, по мнению Платона, должны предшествовать занятиям философией: **арифметику, геометрию, теорию гармонии, астрономию.**



Величайшая
заслуга Евклида в
том, что он подвёл
итог построению
геометрии и
придал изложению
столь
совершенную
форму, что **на
2500 лет**
“Начала” стали
энциклопедией
геометрии.



[Faint handwritten notes at the bottom of the page]



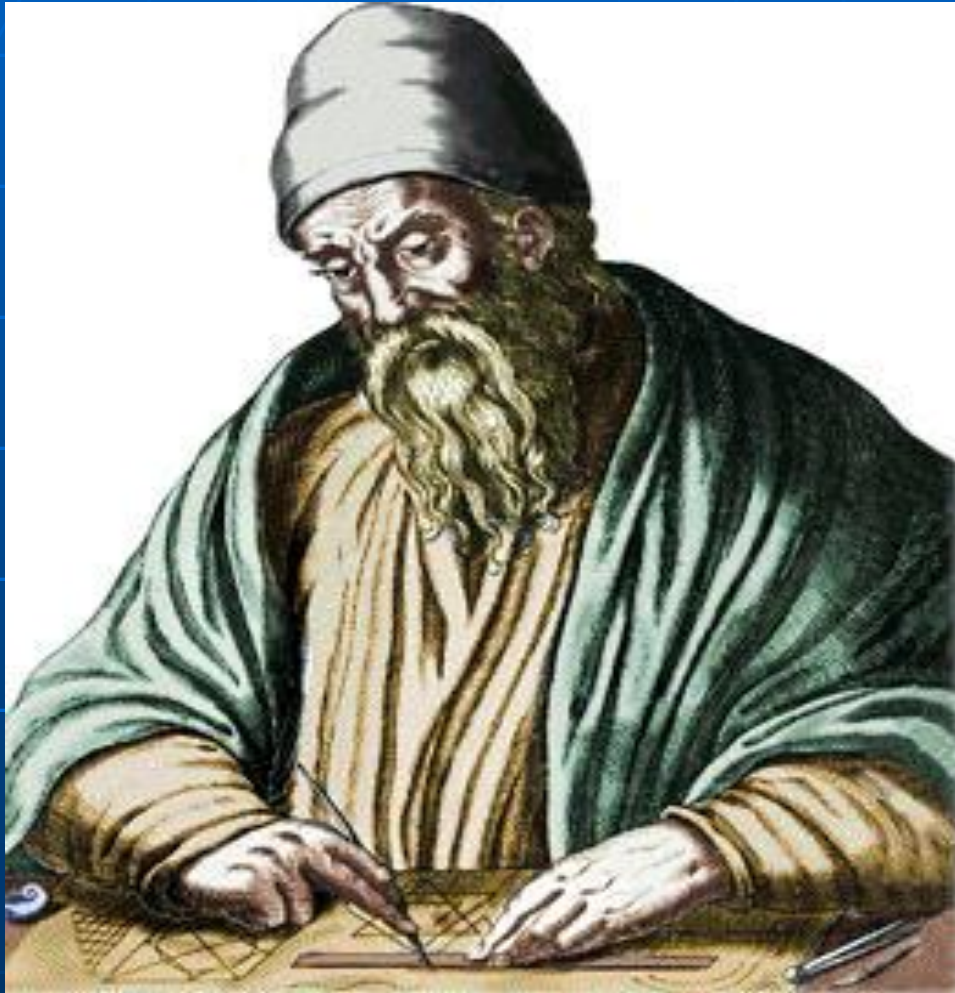
...
...
...

[illegible]

[Faint, illegible handwritten text from a manuscript page.]

1. The first of these is the
 fact that the world is
 not a uniform whole
 but a collection of
 many different parts
 each of which has its
 own special character
 and its own special
 history. This is the
 first of the many
 facts which make
 the world a complex
 and a many-sided
 thing.

وَمِنْهُمْ

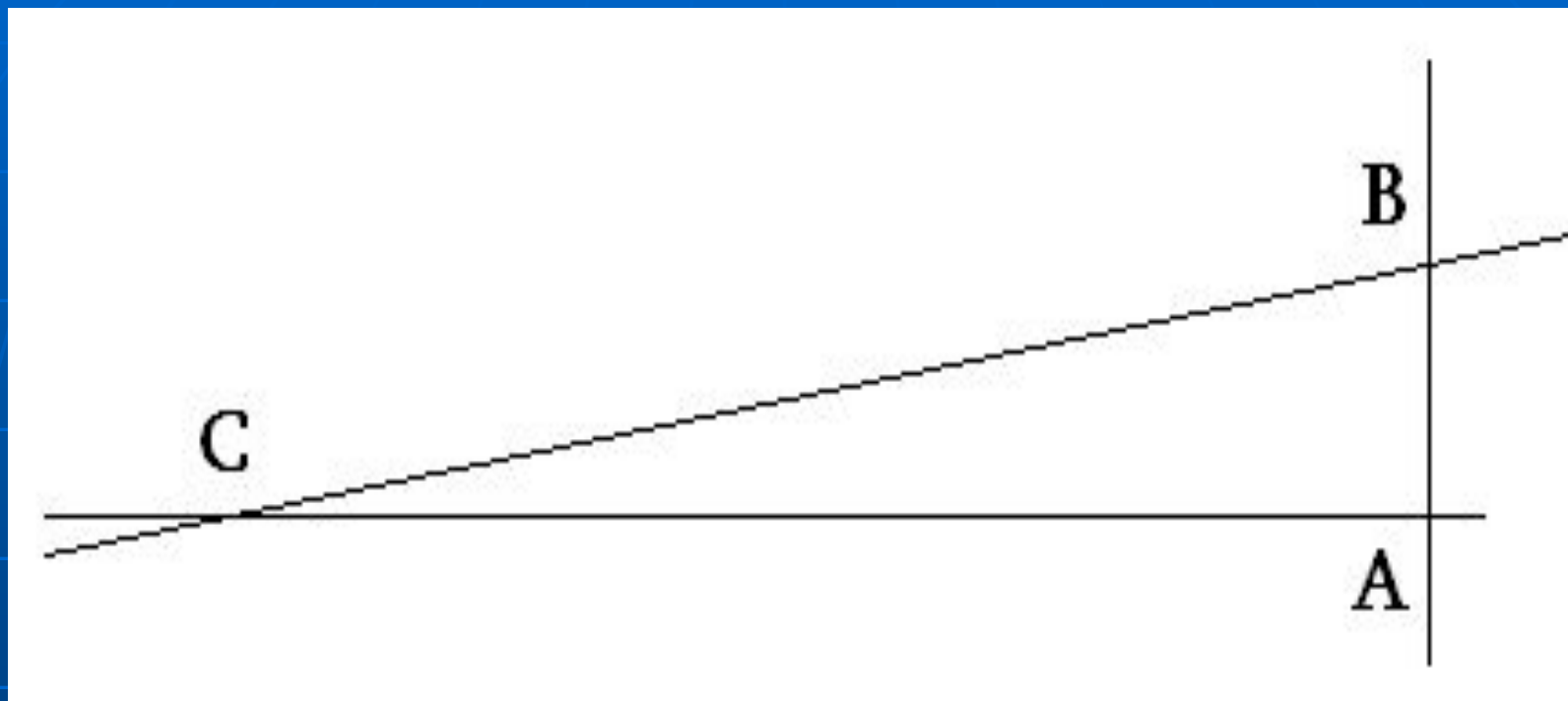


Кроме
“Начал” до
нас дошли
книги
Евклида,
посвящённые
**гармонии и
астрономии**

Евклидова геометрия

В «Началах» Евклид сформулировал **пять постулатов**, на которых и основывается вся геометрия:

- Из каждой точки к каждой точке можно провести прямую, и притом только одну
- Отрезок можно непрерывно продолжить до прямой
- Из любого центра любым радиусом можно описать окружность
- Все прямые углы равны друг другу
- Если прямая пересекает две прямые и образует внутренние односторонние углы в сумме меньше двух прямых, то при неограниченном продолжении этих двух прямых они пересекутся с той стороны, где сумма углов меньше двух прямых



Получился прямоугольный треугольник ABC, у которого угол A прямой, угол при вершине C составляет 1 угловую секунду. Катет AC этого треугольника имеет длину $AB/\operatorname{tg} C$, где $AB=1\text{ м}$. С помощью калькулятора вычисляем, что катет $AC \approx 206 \text{ км}$.

Гаусс, Бойяи, Швейкарт, Тауринус – они все рано или поздно убеждались, что доказать пятый постулат невозможно. **Н.И. Лобачевский** говорил об этой проблеме так: «Напрасные страдания в продолжение двух тысяч лет».

Именно недоказуемость пятого постулата привела к открытию **неевклидовой геометрии**.

И именно **Лобачевский** смог отвергнуть этот постулат, создав новую геометрию

«Он бросил вызов аксиоме» (А. Эйнштейн)

Николай Иванович ЛОБАЧЕВСКИЙ
(1792–1856) – российский математик, создатель неевклидовой геометрии. Ректор Казанского университета (1827–1846). Создал труды по алгебре, математическому анализу, теории вероятностей, механике, физике и астрономии.

1814 – адъюнкт чистой математики
1816 – экстраординарный профессор
1822 – ординарный профессор
1824 – декан физико-математического факультета
1827 – ректор университета

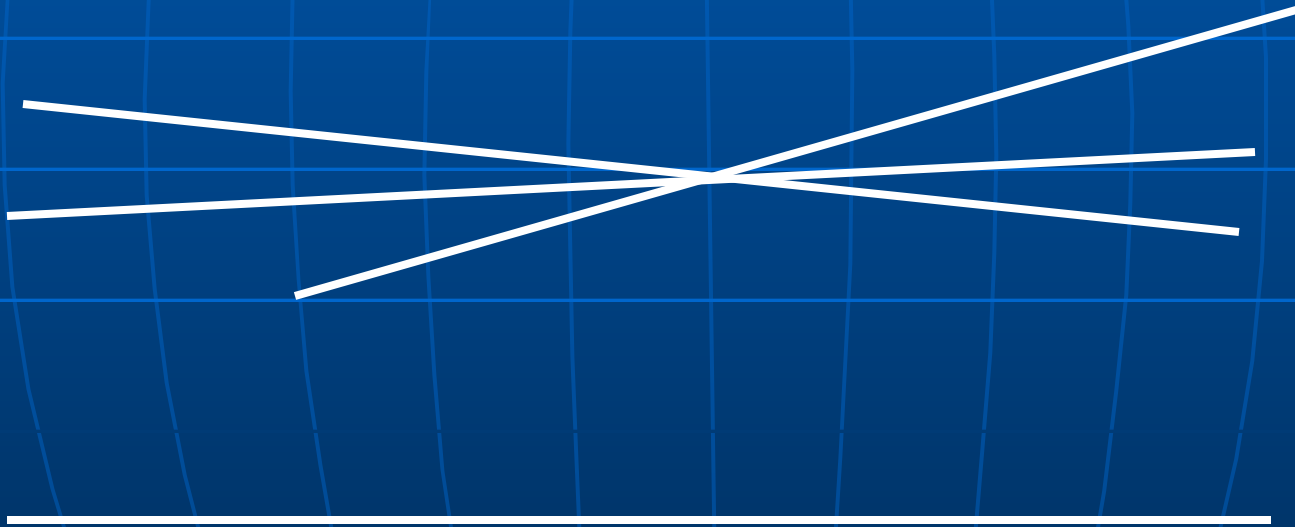


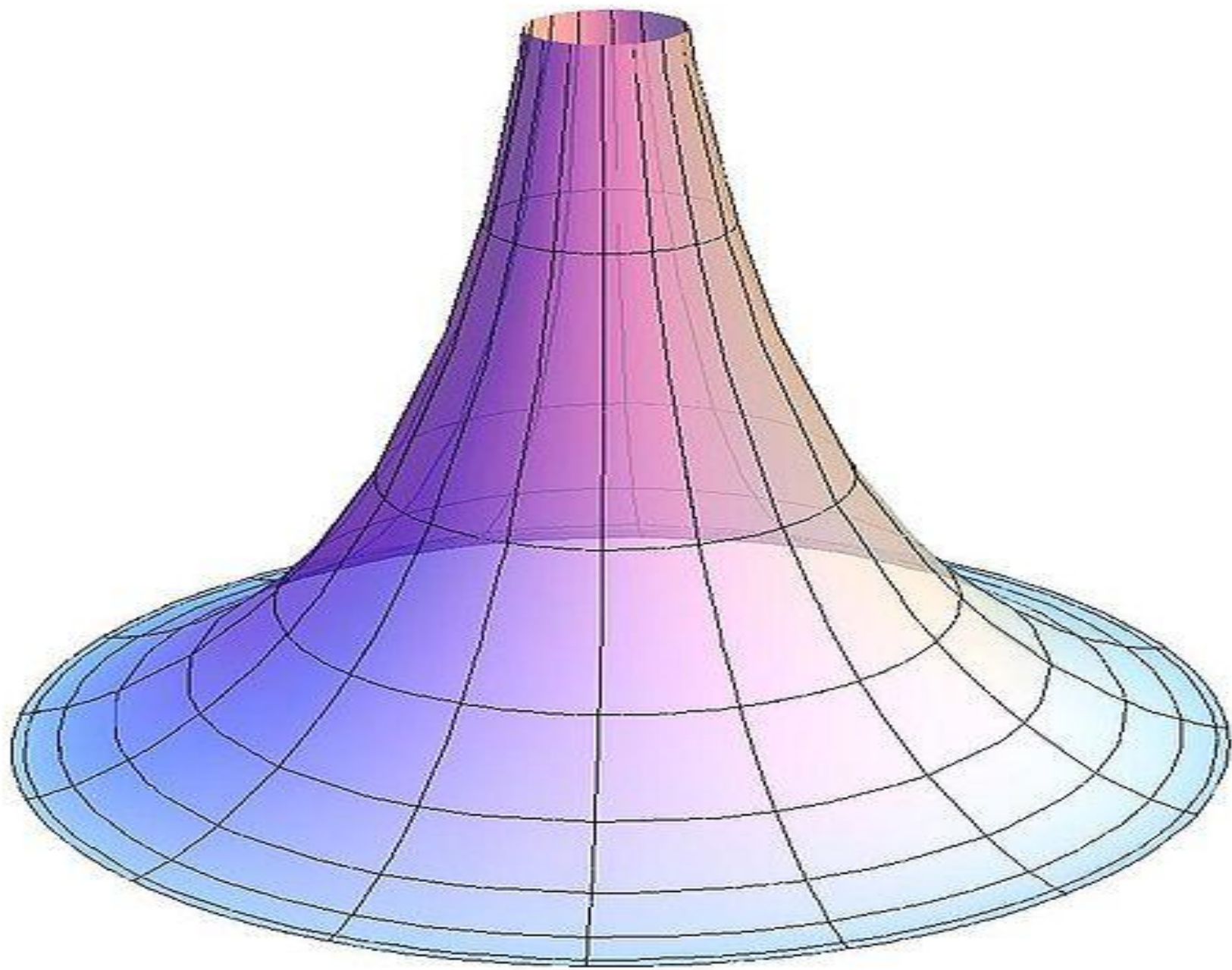


Английский математик Клиффорд назвал Лобачевского «Коперником геометрии». Так же, как Коперник разрушил казавшуюся незыблемой догму о неподвижной Земле, Лобачевский первым подверг сомнению наши обыденные представления о свойствах окружающего нас пространства.

Свойство параллельности:

через одну точку вне прямой можно провести бесконечно много прямых, параллельных данной





Создатель ещё одной геометрии

Георг Фридрих Бернхард РИМАН (1826–866) – немецкий математик, доктор математики (1851), профессор (1857), создатель теории римановых пространств.

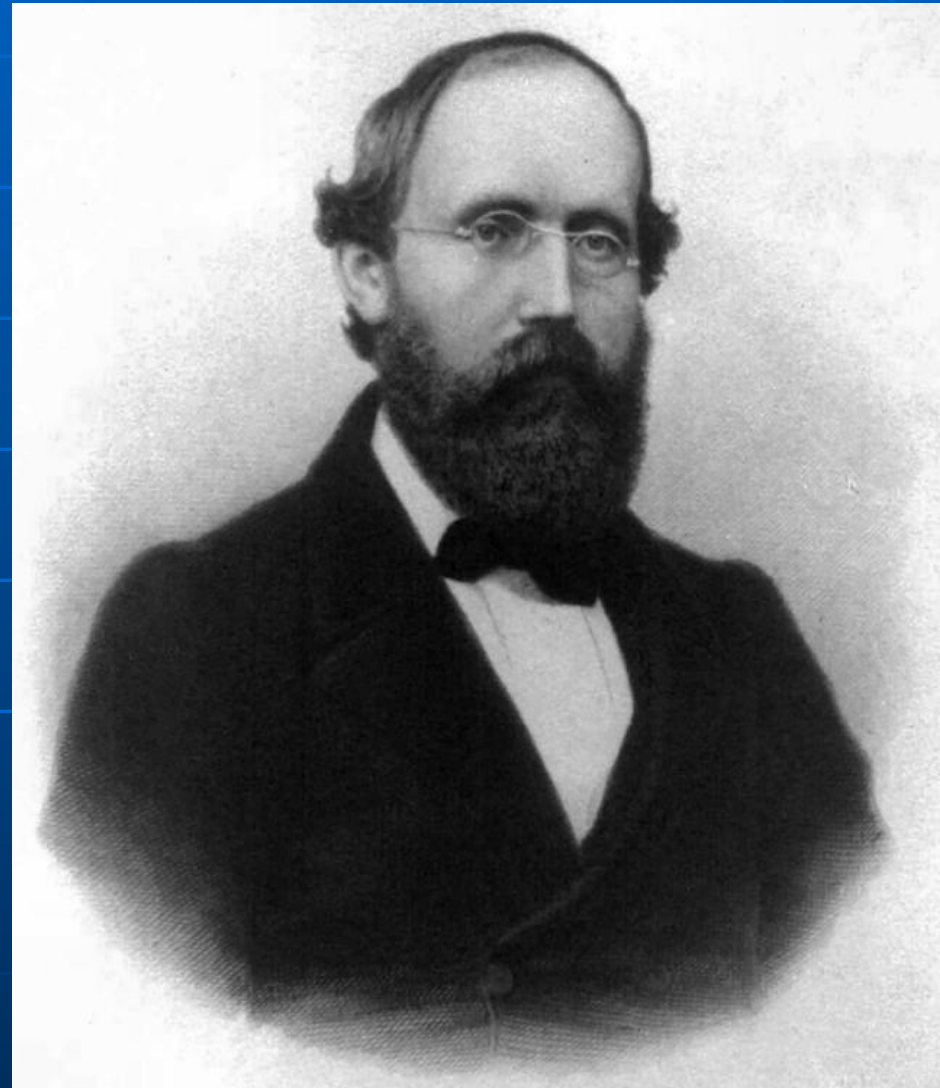
1847 – 1849 – учился в Берлинском университете

1851 – защитил докторскую диссертацию

1854 – зачислен приват-доцентом в Гёттингский университет

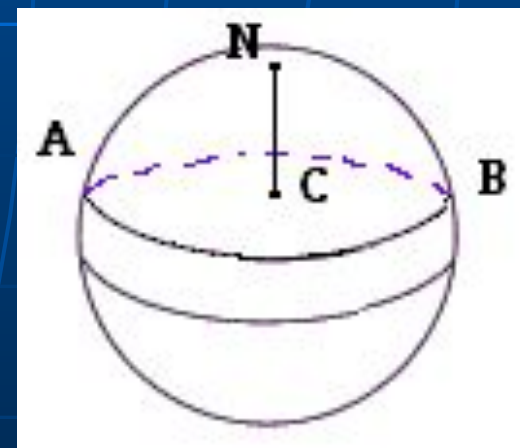
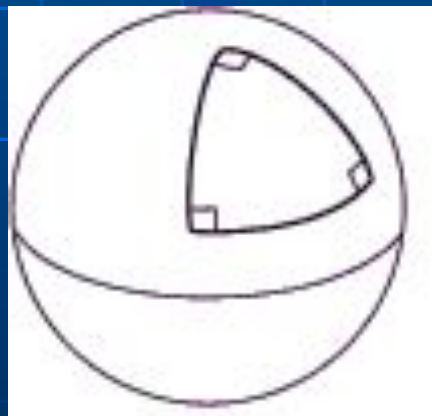
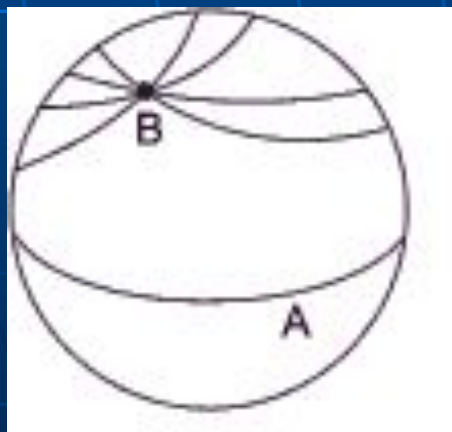
1857 – экстраординарный профессор

1859 – ординарный



Геометрия Римана – это геометрия не пространства, а **поверхности** (сам Риман думал, что его неэвклидова геометрия выполняется на плоскости - так же, как и Лобачевский; но впоследствии оказалось, что она применима только **на сфере, на поверхности шара**).

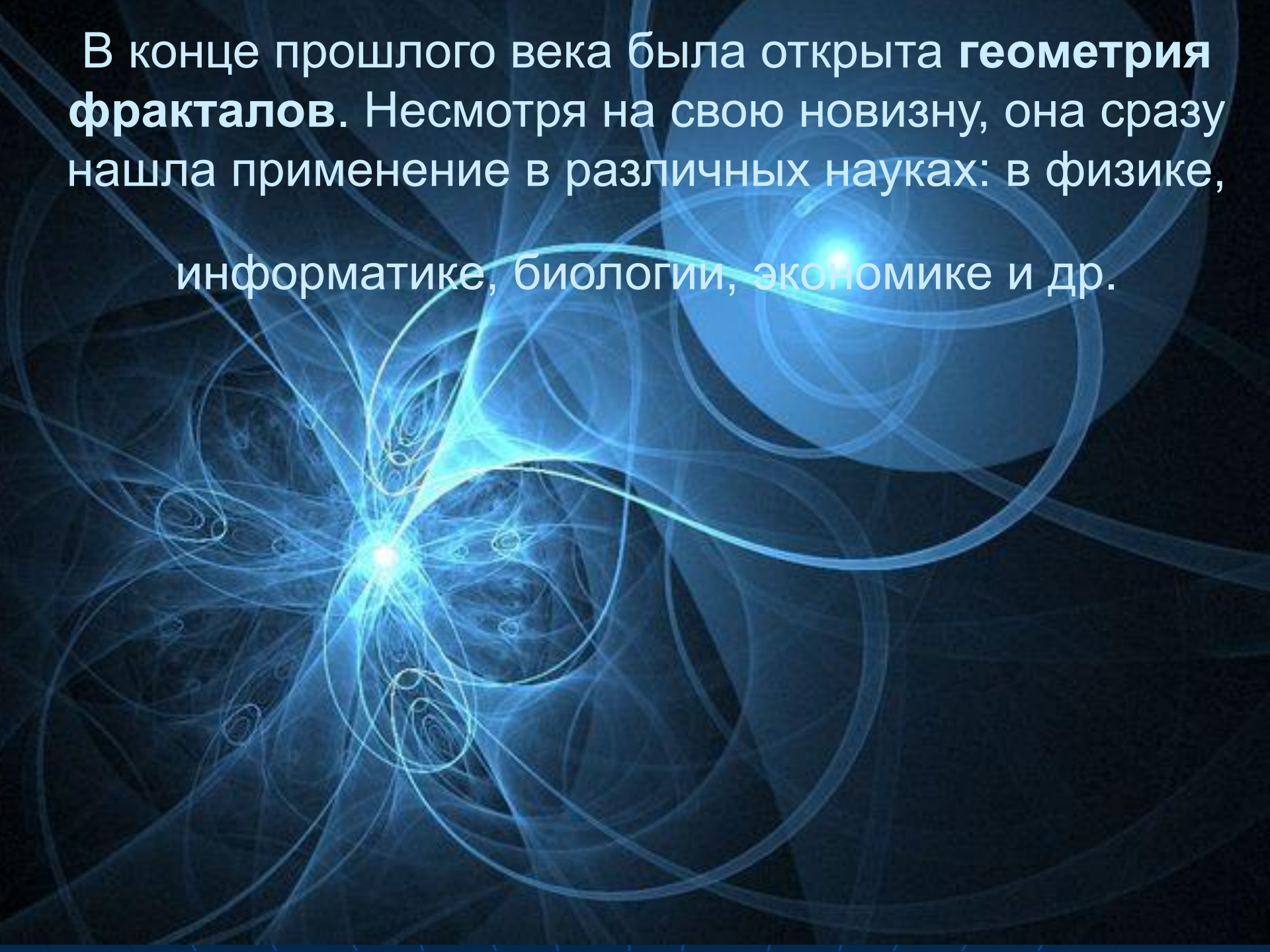
В геометрии Римана принимается аксиома: «Каждая прямая, лежащая в одной плоскости с данной прямой, пересекает эту прямую»

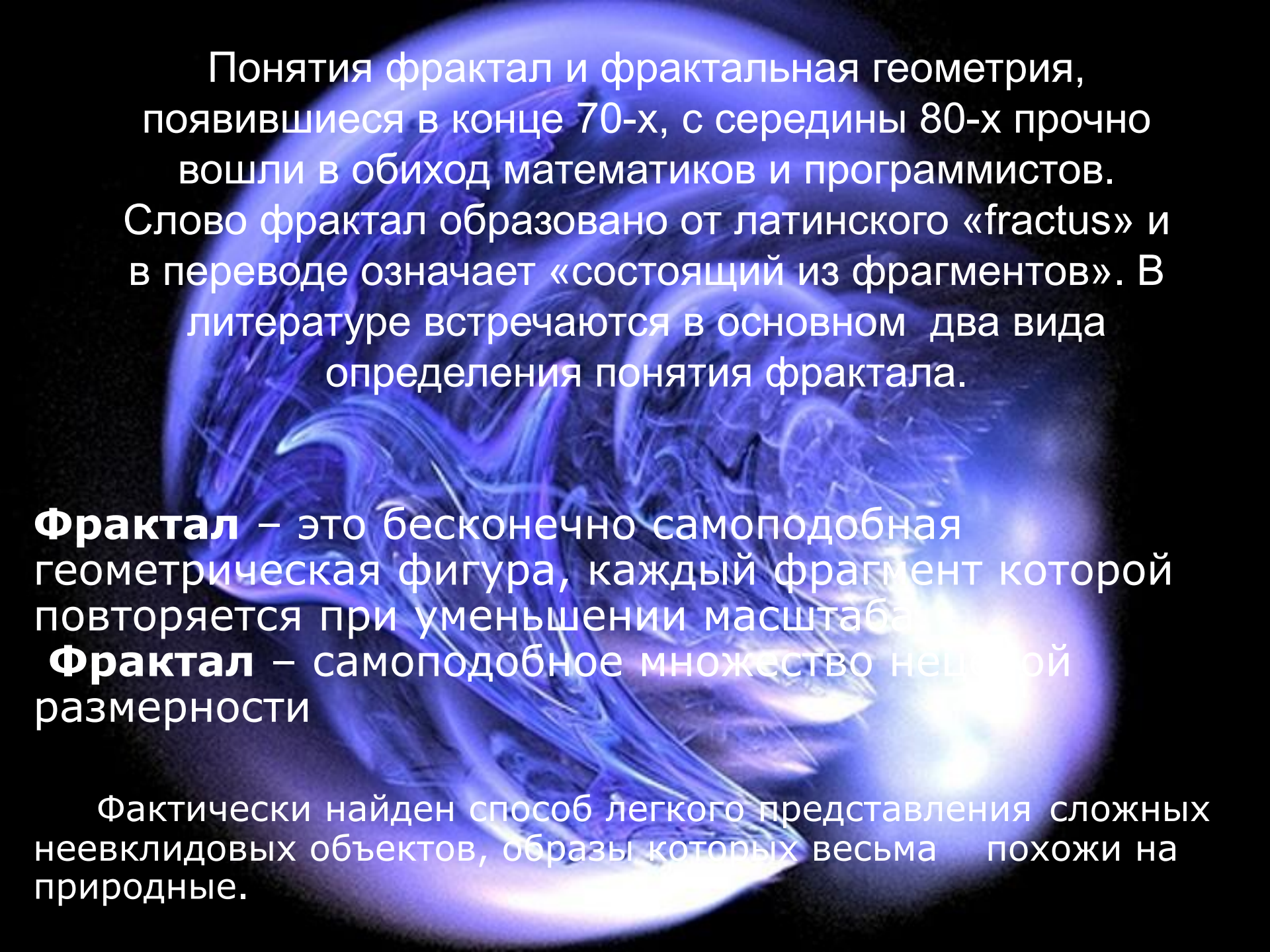


параметры	Геометрия Евклида	Геометрия Лобачевского	Геометрия Римана
Порядок точек на прямой	линейный		циклический
Аксиома параллельности	Через точку вне прямой проходит одна параллельная прямая	Через точку вне прямой проходит сколько угодно параллельных прямых	Параллельных прямых нет – все прямые пересекаются
Аксиомы движения фигур	одинаковы		
Прямая на плоскости	Каждая прямая, лежащая в данной плоскости разделяет её на две части		Прямая не разделяет плоскость на две части, т.е. любые две точки плоскости, не лежащие на данной прямой, можно соединить непрерывной дугой, не пересекая данную прямую

параметры	Геометрия Евклида	Геометрия Лобачевского	Геометрия Римана
Сумма углов треугольника	Равна 180°	Меньше 180°	Больше 180°
Теорема Пифагора	$c^2 = a^2 + b^2$	$\operatorname{ch} c = \operatorname{ch} a \times \operatorname{ch} b$ $\operatorname{ch} x = \cos ix$ где i – мнимая единица	$\cos c/R = \cos a/R \times \cos b/R$, где R – радиус сферы
Длина окружности C радиуса r	$C = 2\pi r$	$C = 2\pi \operatorname{sh} r$ $\operatorname{sh} x = \sin ix$, где i – мнимая единица	$C = 2\pi \sin r$
Окружность, радиус которой стремиться к бесконечности	Окружность бесконечно большого радиуса	Предел окружностей бесконечно увеличивающегося радиуса не есть прямая, а особая кривая, называемая предельной окружностью, или циклом	Радиус окружности может увеличиваться только до R -радиуса сферы, тогда окружность станет прямой
Кривизна пространства	$K=0$	$k < 0$ $K = -1/R^2$	$k > 0$ $K = 1/R^2$
		При $R \rightarrow \infty$ обе дают в пределе $k=0$, геометрию Евклида	

В конце прошлого века была открыта **геометрия фракталов**. Несмотря на свою новизну, она сразу нашла применение в различных науках: в физике, информатике, биологии, экономике и др.





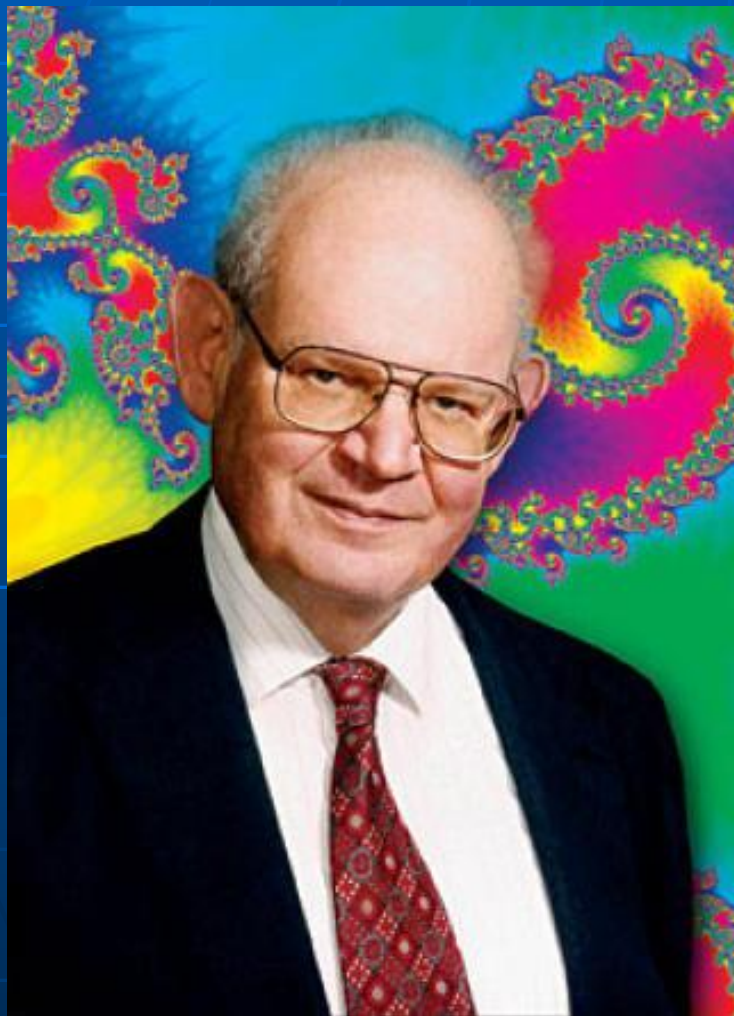
Понятия фрактал и фрактальная геометрия, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово фрактал образовано от латинского «fractus» и в переводе означает «состоящий из фрагментов». В литературе встречаются в основном два вида определения понятия фрактала.

Фрактал – это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый фрагмент которой повторяется при уменьшении масштаба.

Фрактал – самоподобное множество нецелой размерности

Фактически найден способ легкого представления сложных неевклидовых объектов, образы которых весьма похожи на природные.

Бенуа Мандельброт



Бенуа Мандельброт
(1924-2010) – французский математик (родом из Варшавы), основатель и ведущий исследователь в области фрактальной геометрии. Лауреат премии Вольфа по физике (1993).

Определение для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году.

Свойства фракталов:

- имеют **тонкую структуру**, т. е. содержат произвольно малые масштабы
- слишком **нерегулярны**, чтобы быть описанными на традиционном геометрическом языке
- имеют некоторую форму **самоподобия**, допуская приближённую
- имеют **дробную "фрактальную" размерность**

Классификация фракталов

```
graph TD; A[ФРАКТАЛЫ] --> B[Созданные человеком]; A --> C[Объекты природы]; B --> D[геометрические]; B --> E[алгебраические]; C --> F[стохастические]
```

ФРАКТАЛЫ

Созданные
человеком

Объекты
природы

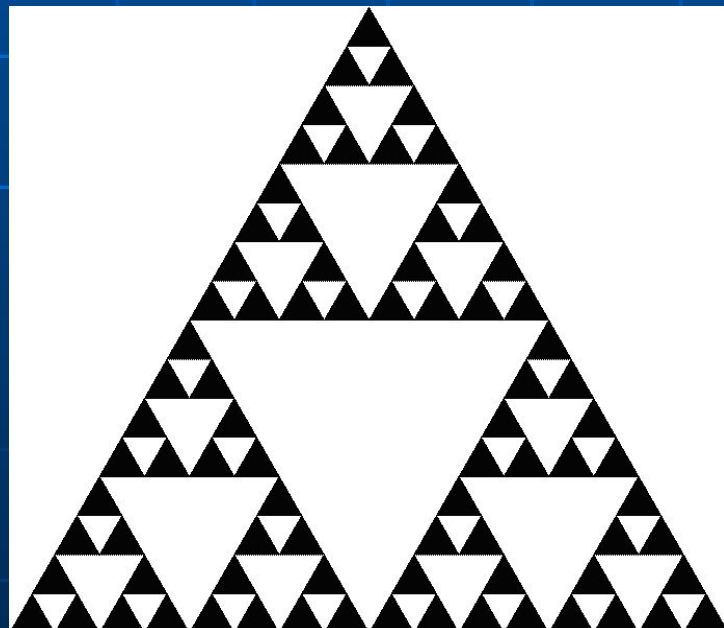
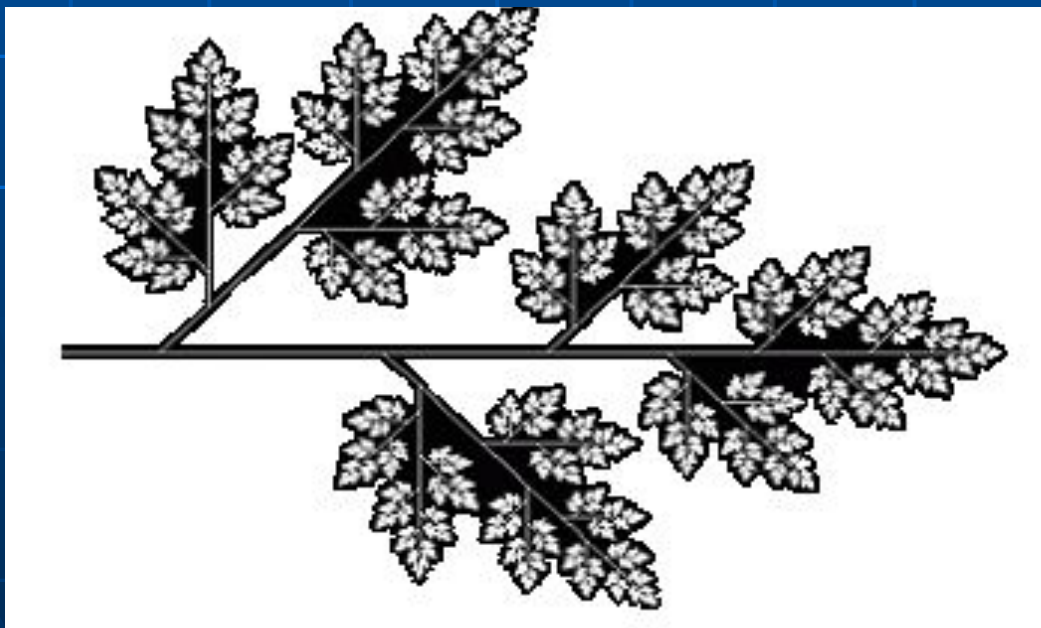
геометрические

алгебраические

стохастические

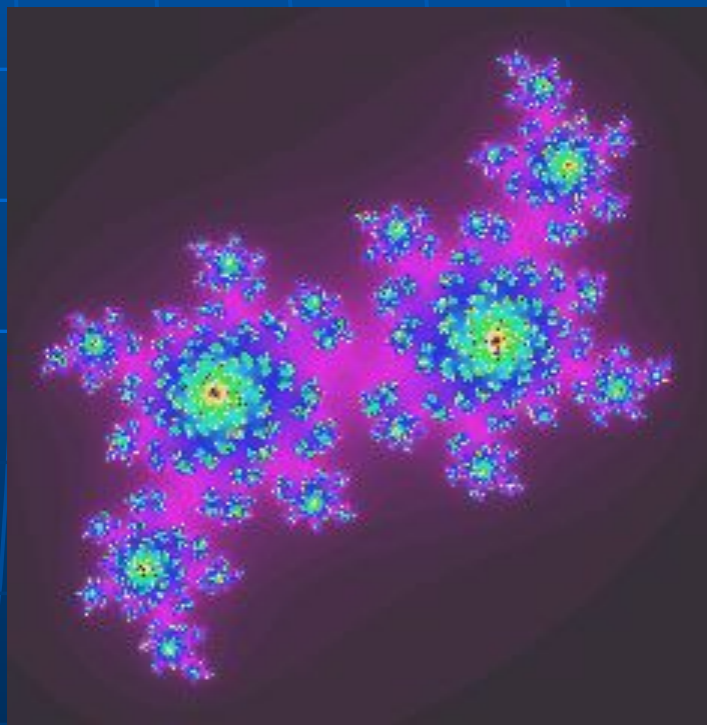
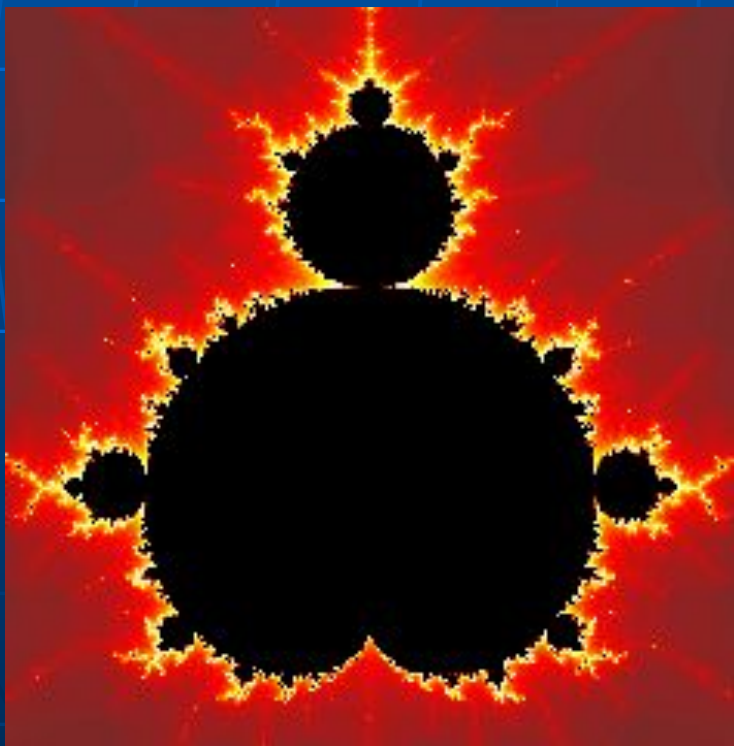
Геометрические фракталы

Фракталы этой группы — самые наглядные, в них сразу **видна самоподобность**. История фракталов началась именно с геометрических фракталов, которые исследовались математиками в XIX веке.



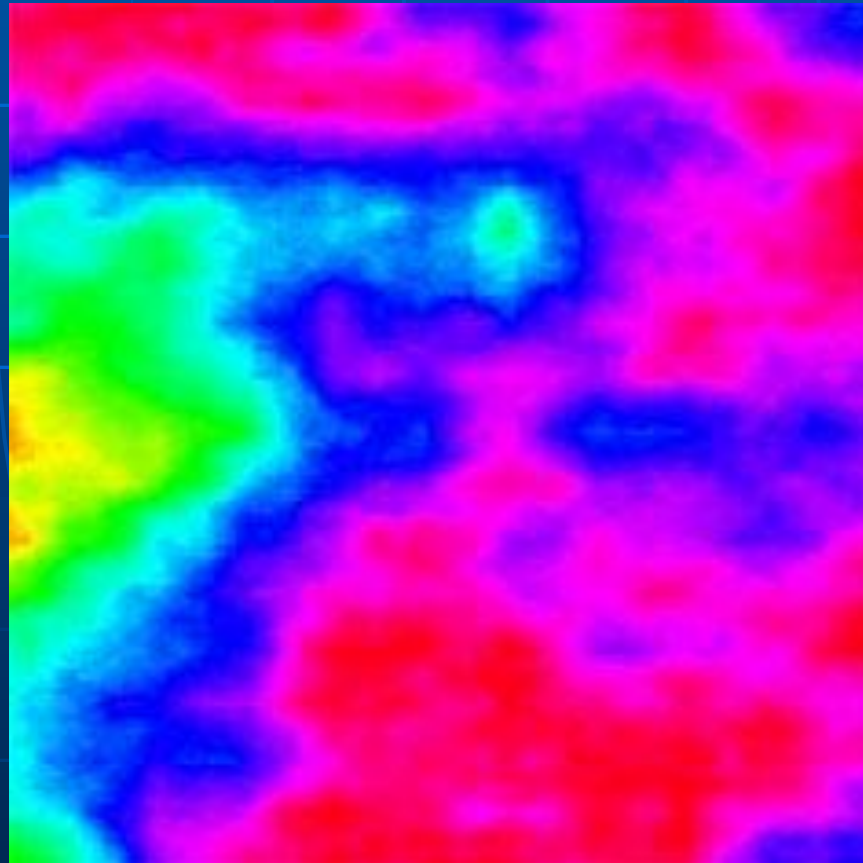
Алгебраические фракталы

Вторая группа фракталов – алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул.



Стохастические фракталы

Фракталы, при построении которых в итеративной системе случайным образом **изменяются какие-либо параметры**, называются стохастическими. Термин «стохастичность» происходит от греческого слова, обозначающего «предположение».

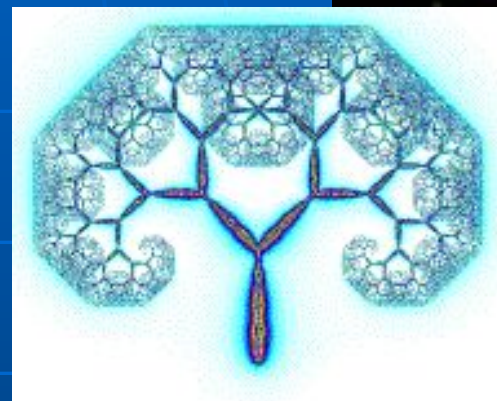


Применение фракталов

Фрактальная геометрия – это изящный и информационно-компактный **способ описания сложного**. Фракталы открывают простоту сложного. Открытие фракталов произвело революцию не только в **геометрии**, но и в **физике, химии, биологии**.

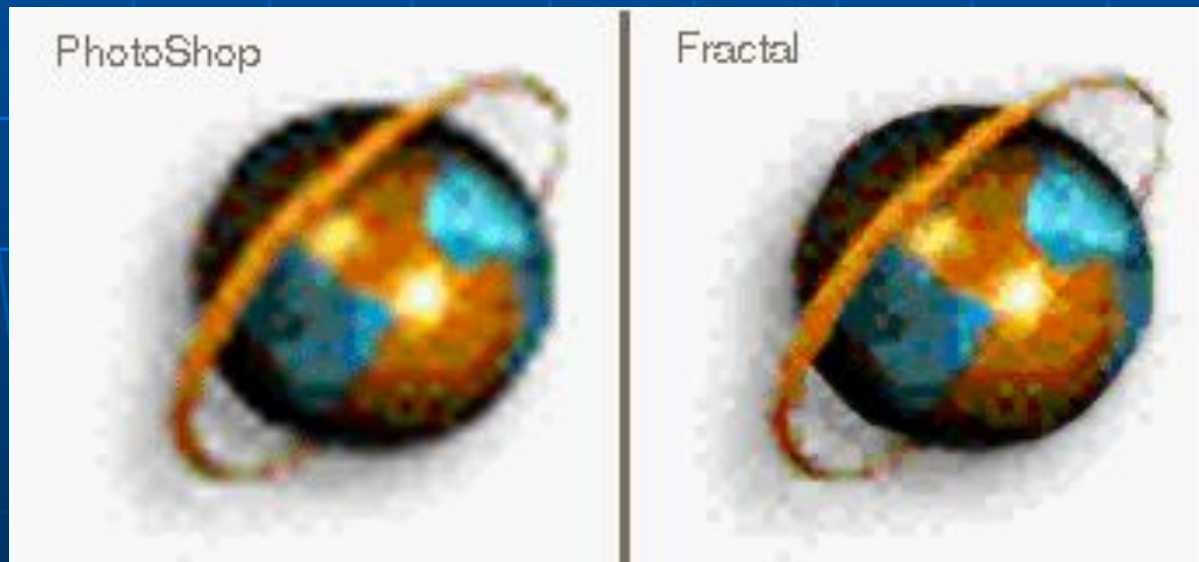
Фрактальные алгоритмы нашли применение и в **информационных технологиях**, например, для синтеза трехмерных компьютерных изображений природных ландшафтов.





Геометрические фракталы применяются для получения изображений деревьев, кустов, береговых линий и т. д. Алгебраические и стохастические — при построении ландшафтов, поверхности морей, карт раскраски, моделей биологических объектов и др

С помощью фракталов стало возможным передавать большие изображения с большей точностью даже при их уменьшении, чего не добиться с помощью фото-шопа.



Доказано, что картины с изображением
фракталов и фрактальные скульптуры
успокаивающе действуют на человека.
Их широко используют в интерьере



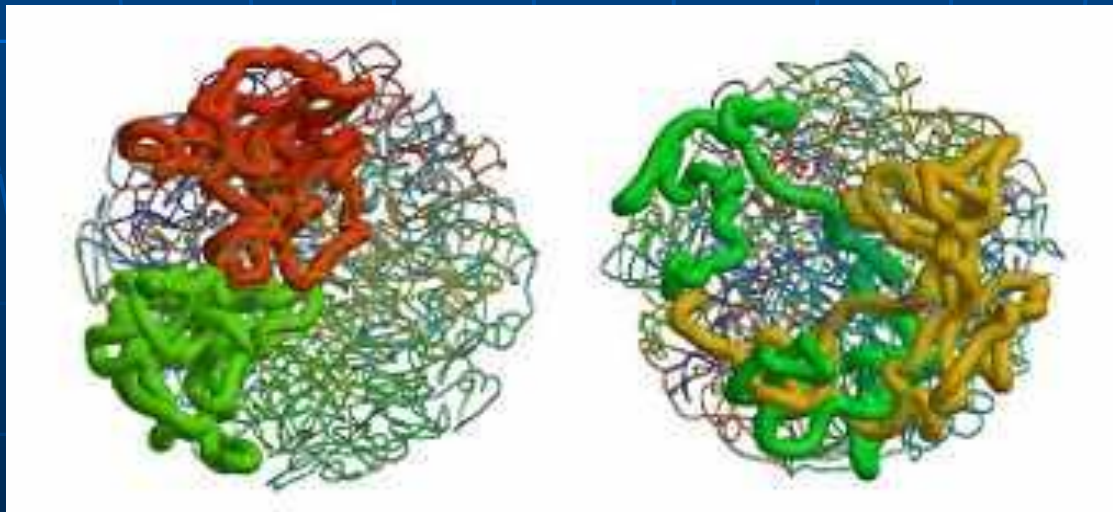
Фракталы стали незаменимыми помощниками астрофизиков, медиков, геологов. Фрактальное моделирование как инструмент для изучения неупорядоченных систем, каковыми являются **нефтегазовые месторождения**, стало технологической потребностью. Фрактальные модели упрощают **анализ движения жидкости или газа**, что важно для промышленных технологий разработки месторождений нефти и газа. Модели, построенные на основе фрактальных изображений, позволяют с большой точностью моделировать **космическое пространство и ткани внутренних органов живых организмов**.

Среди **литературных произведений** находят такие, которые обладают текстуальной, структурной или семантической фрактальной природой. В текстуальных фракталах потенциально бесконечно повторяются элементы текста

- неразветвляющееся бесконечное дерево, тождественные самим себе с любой итерации ("У попа была собака...", "Притча о философе, которому снится, что он бабочка, которой снится, что она философ, которому снится...", "Ложно утверждение, что истинно утверждение, что ложно утверждение...")
- неразветвляющиеся бесконечные тексты с вариациями ("У Пегги был веселый гусь...") и тексты с наращиваниями ("Дом, который построил Джек")

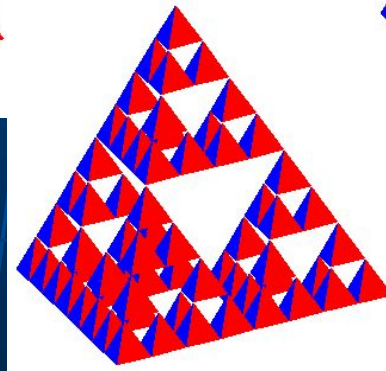
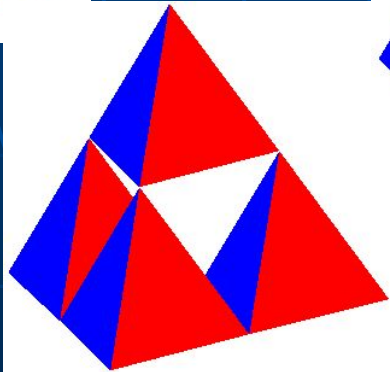
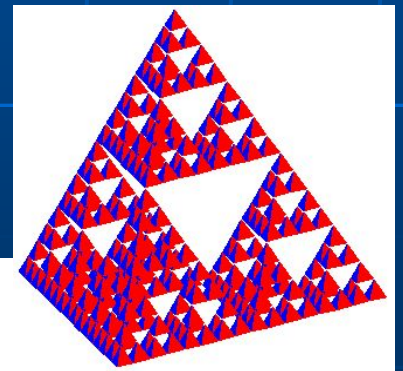
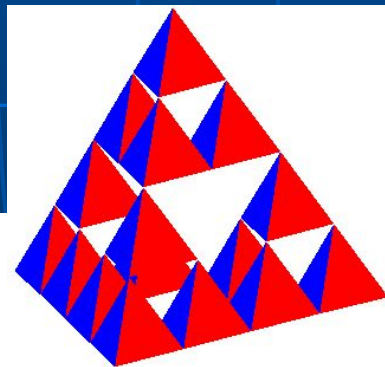
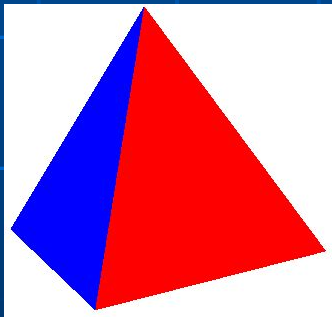
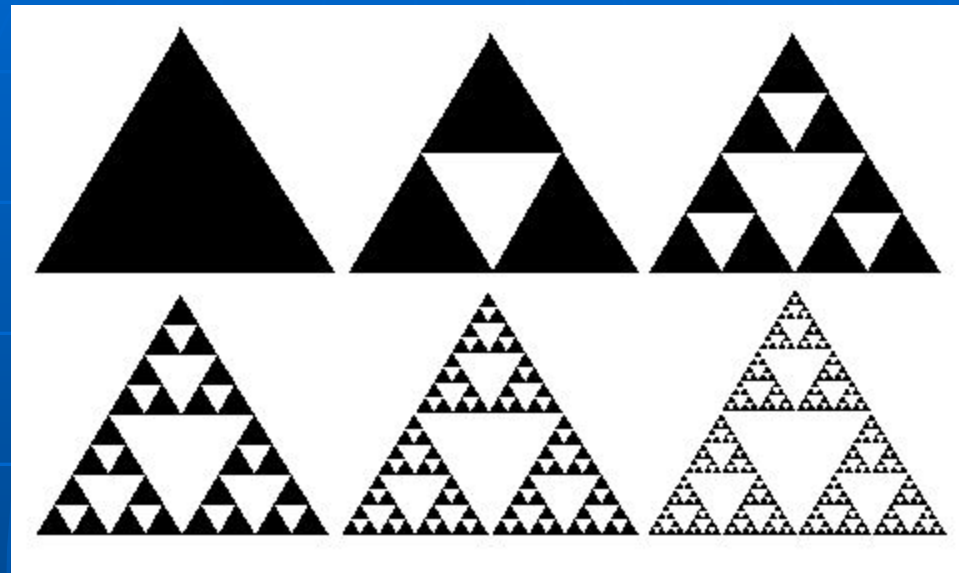
Большой коллектив американских ученых показал, что **ДНК** в клеточном ядре **упакована по фрактальному принципу!** Такой вывод исследователи сделали по итогам работы, сочетавшей экспериментальные методики и компьютерное моделирование.

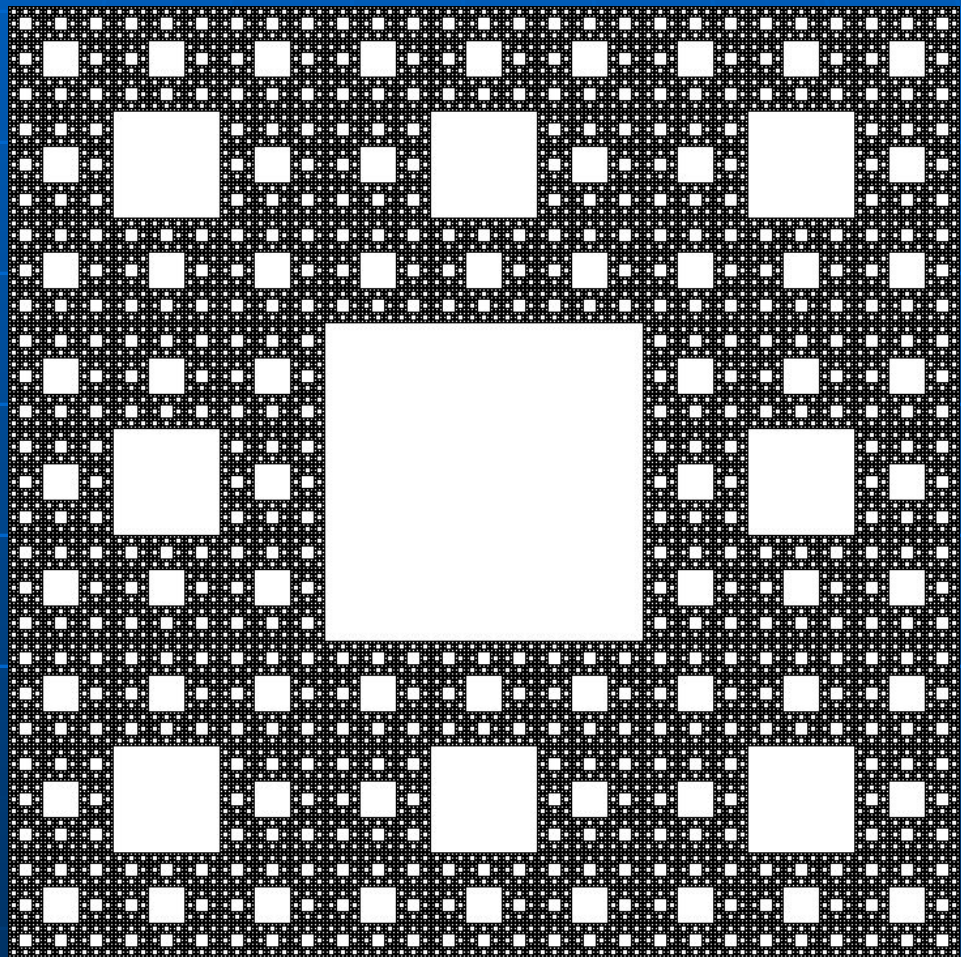
Упаковка ДНК динамично меняется в ходе жизненного цикла клетки, а также, например, при превращении нормальной клетки в раковую. Сейчас учёные работают над применением фрактальной теории в **лечении онкологических заболеваний.**

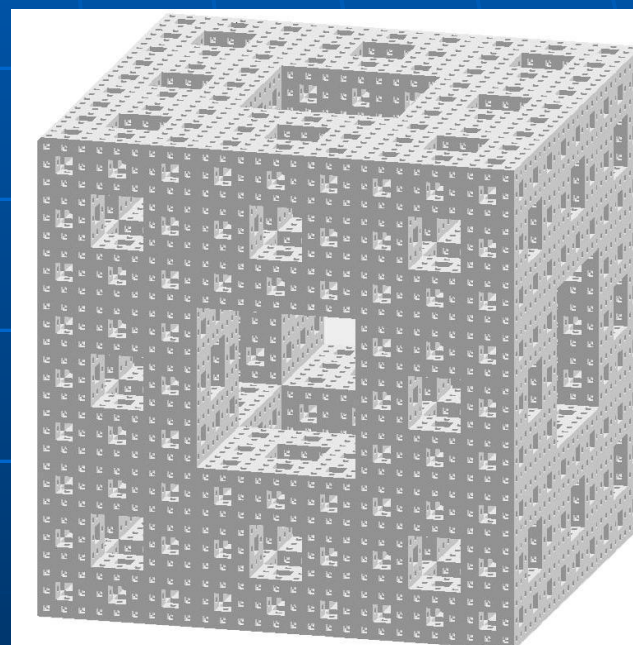
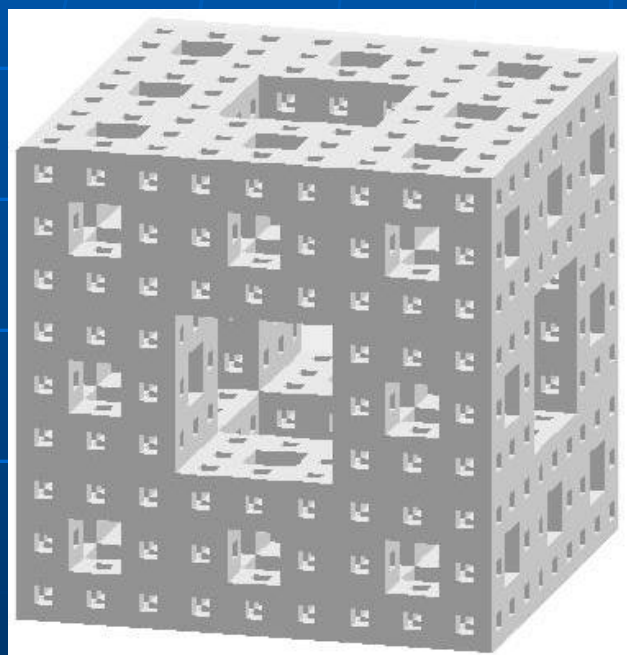


Построение геометрических фракталов

Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" – набор отрезков, на основании которых будет строиться фрактал. Далее к этой "затравке" применяют набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру. Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований – получим геометрический фрактал.

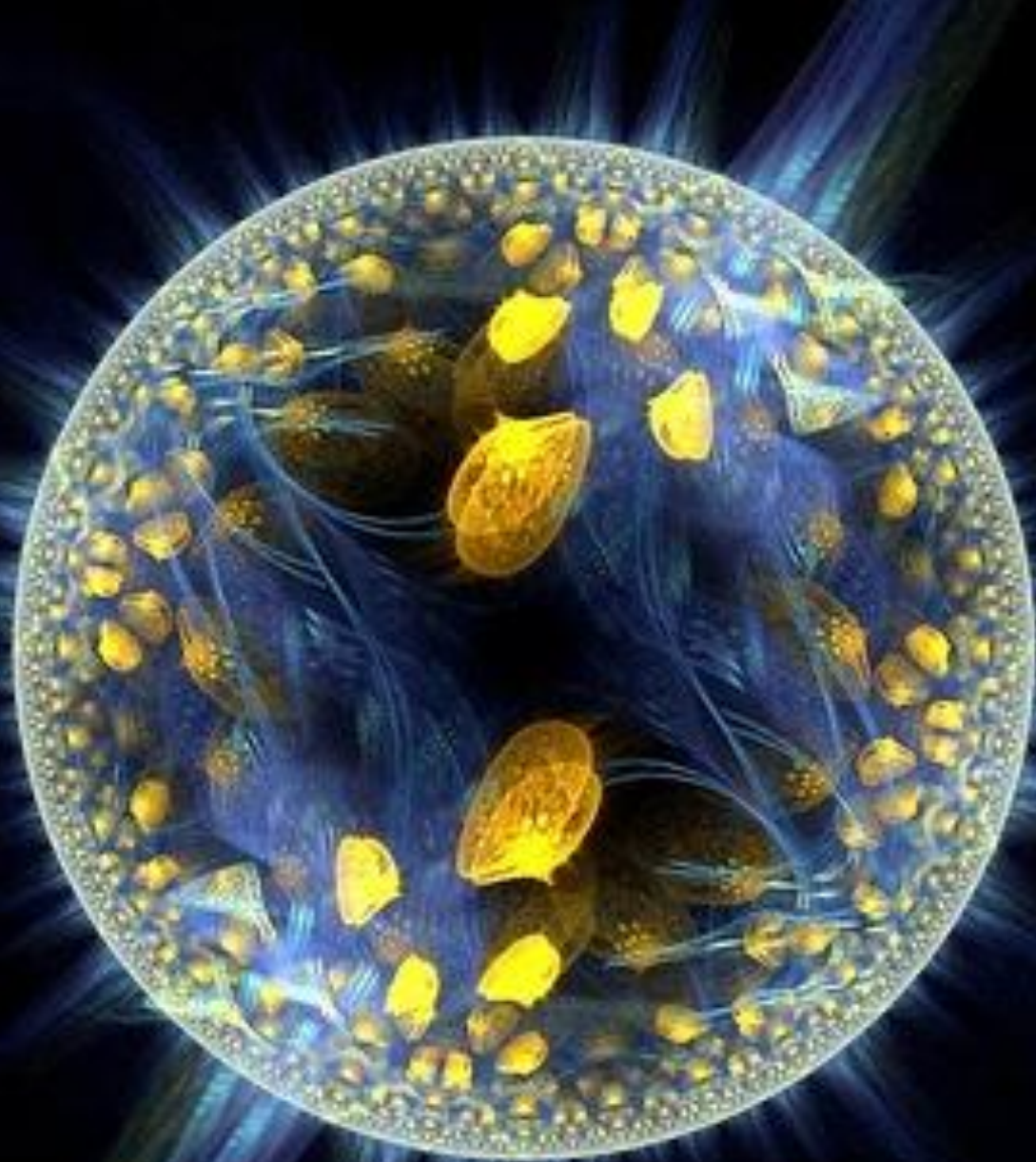


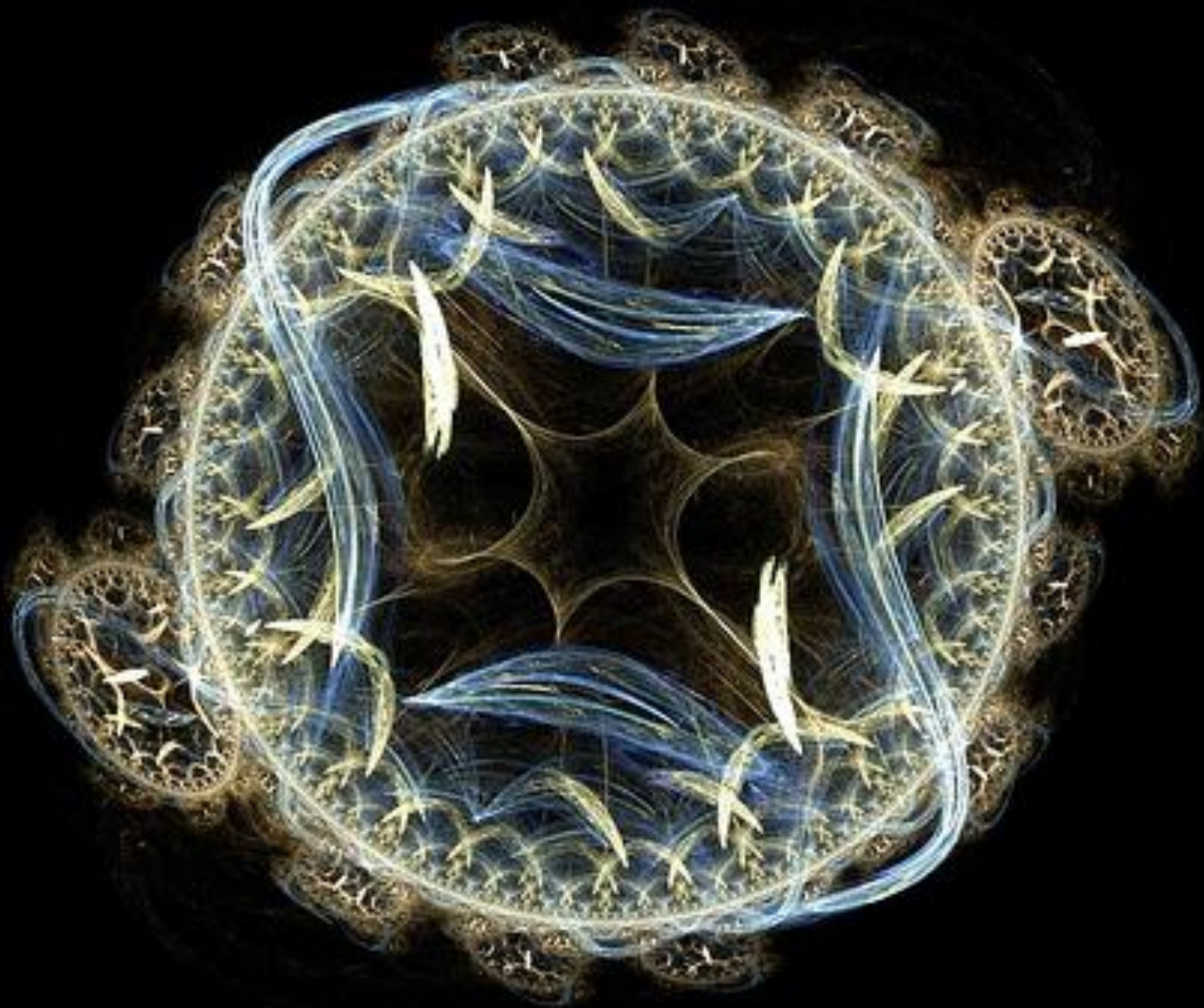




Галерея фракталов



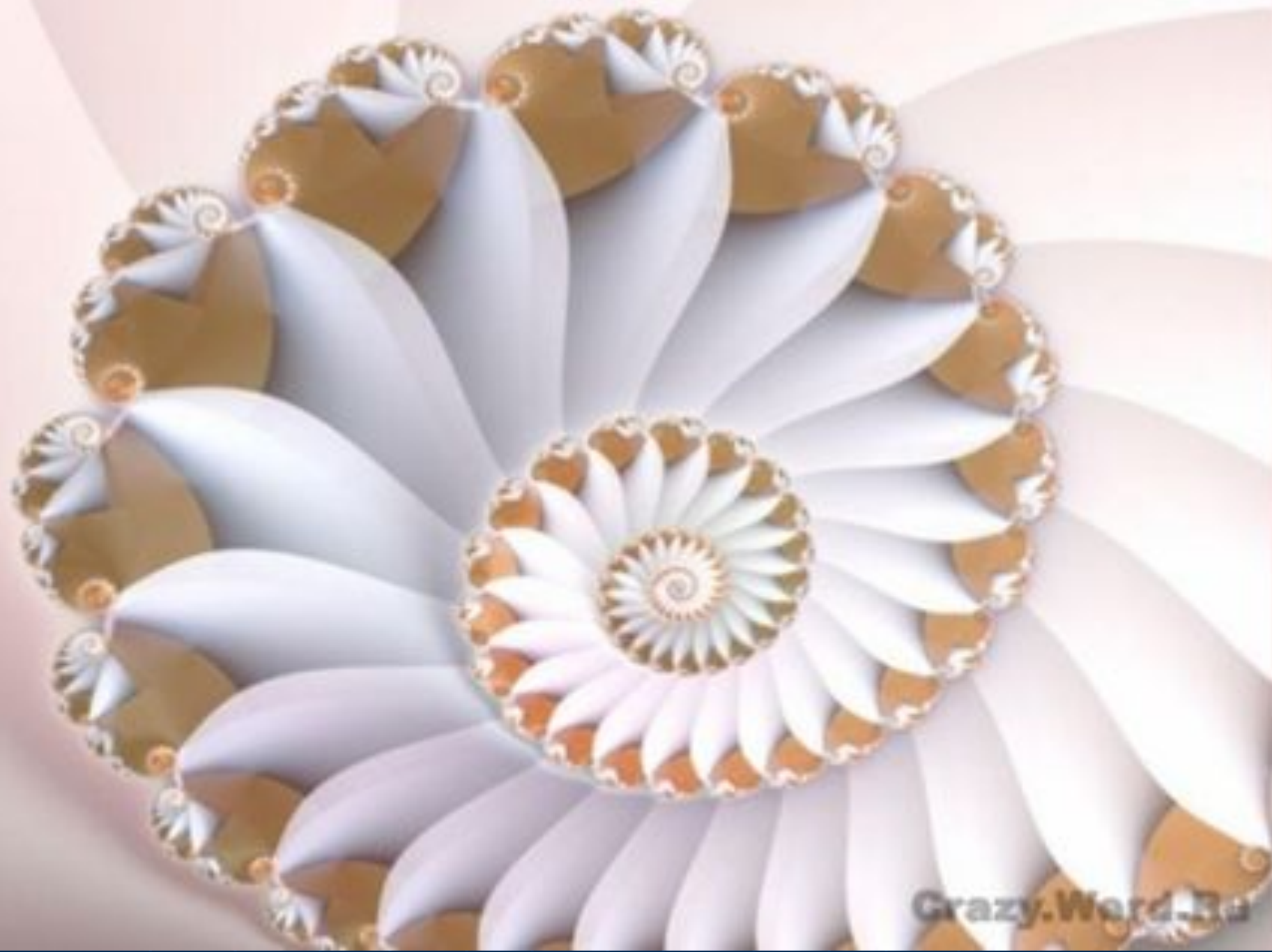




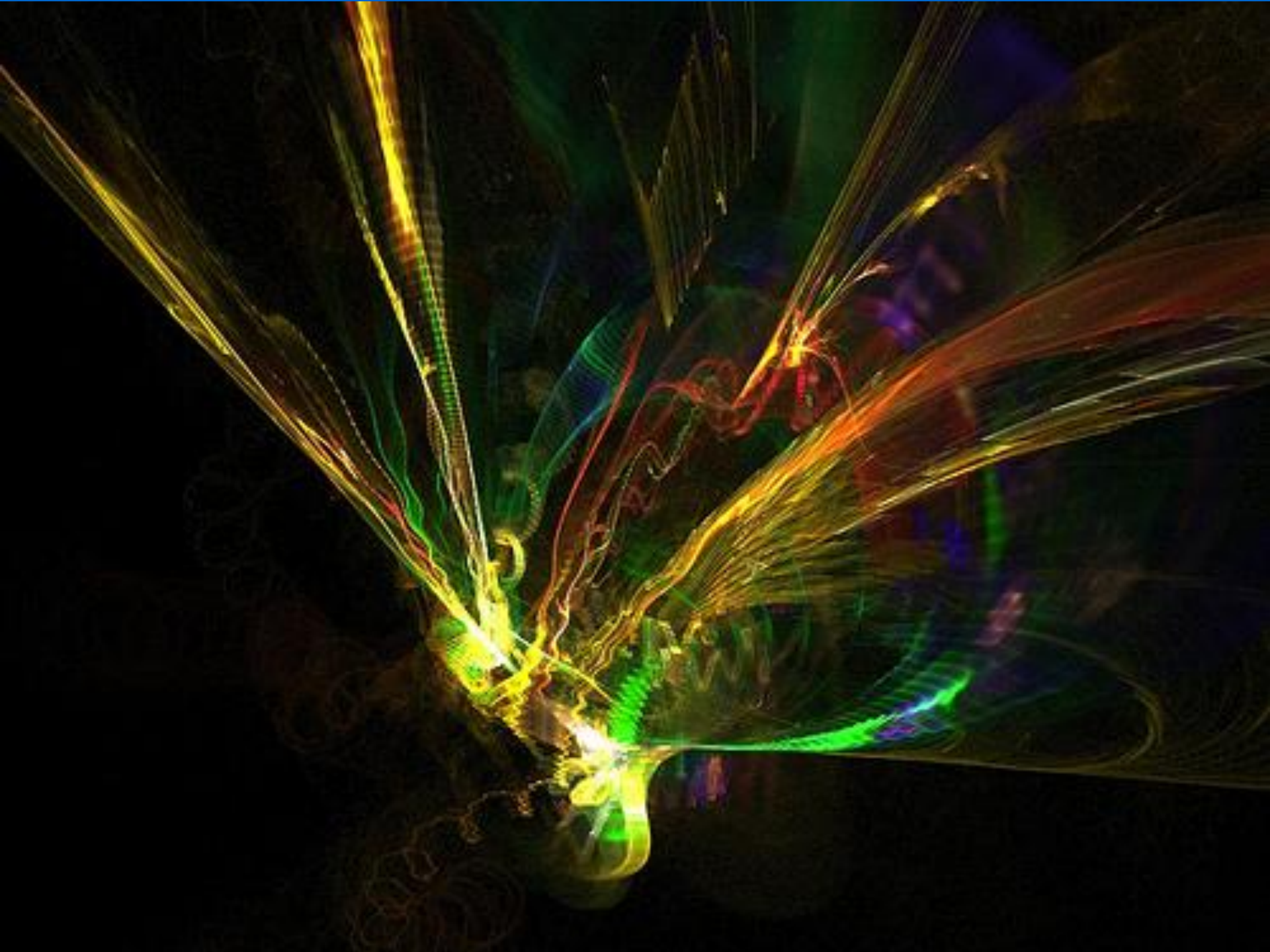


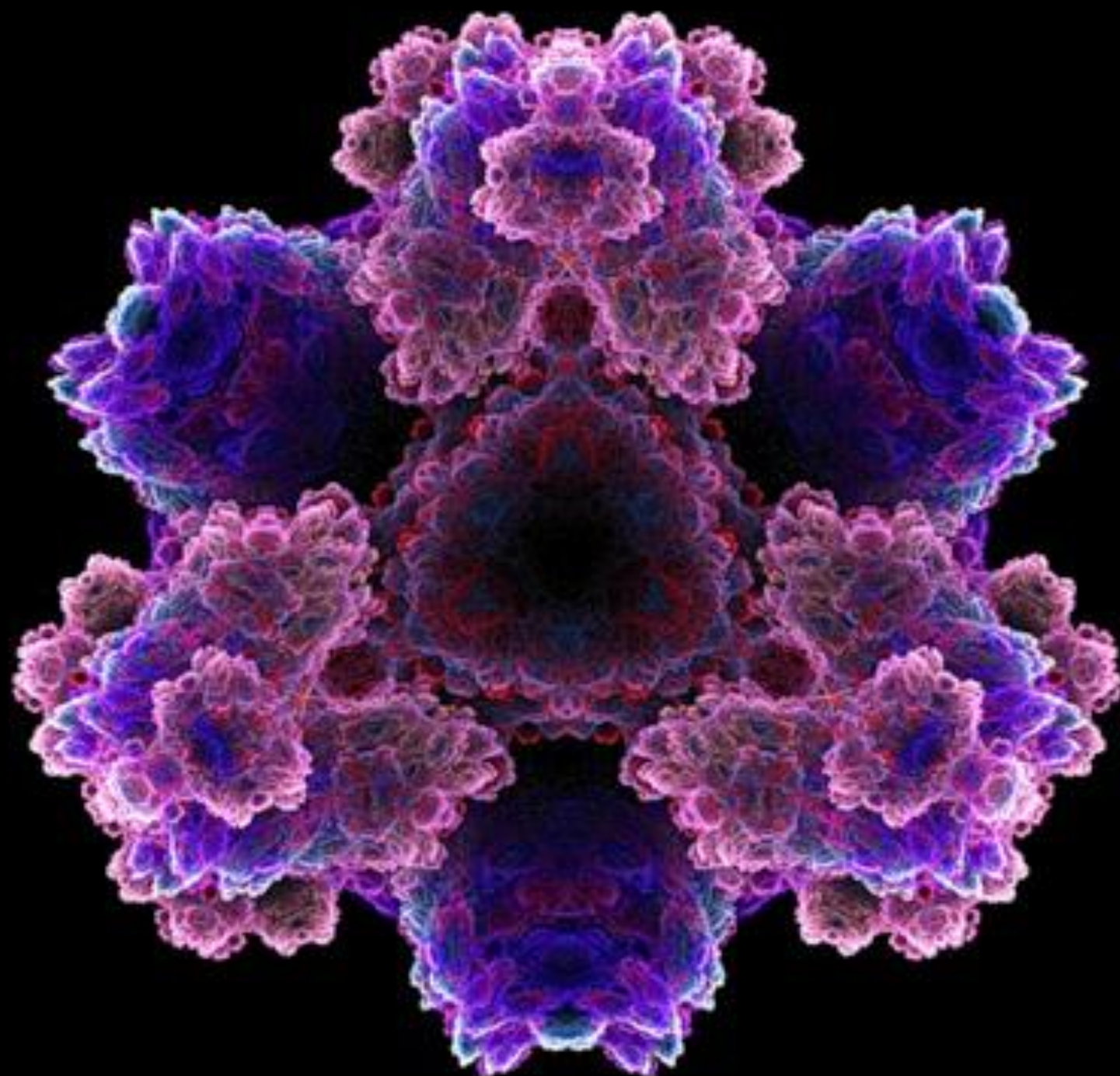


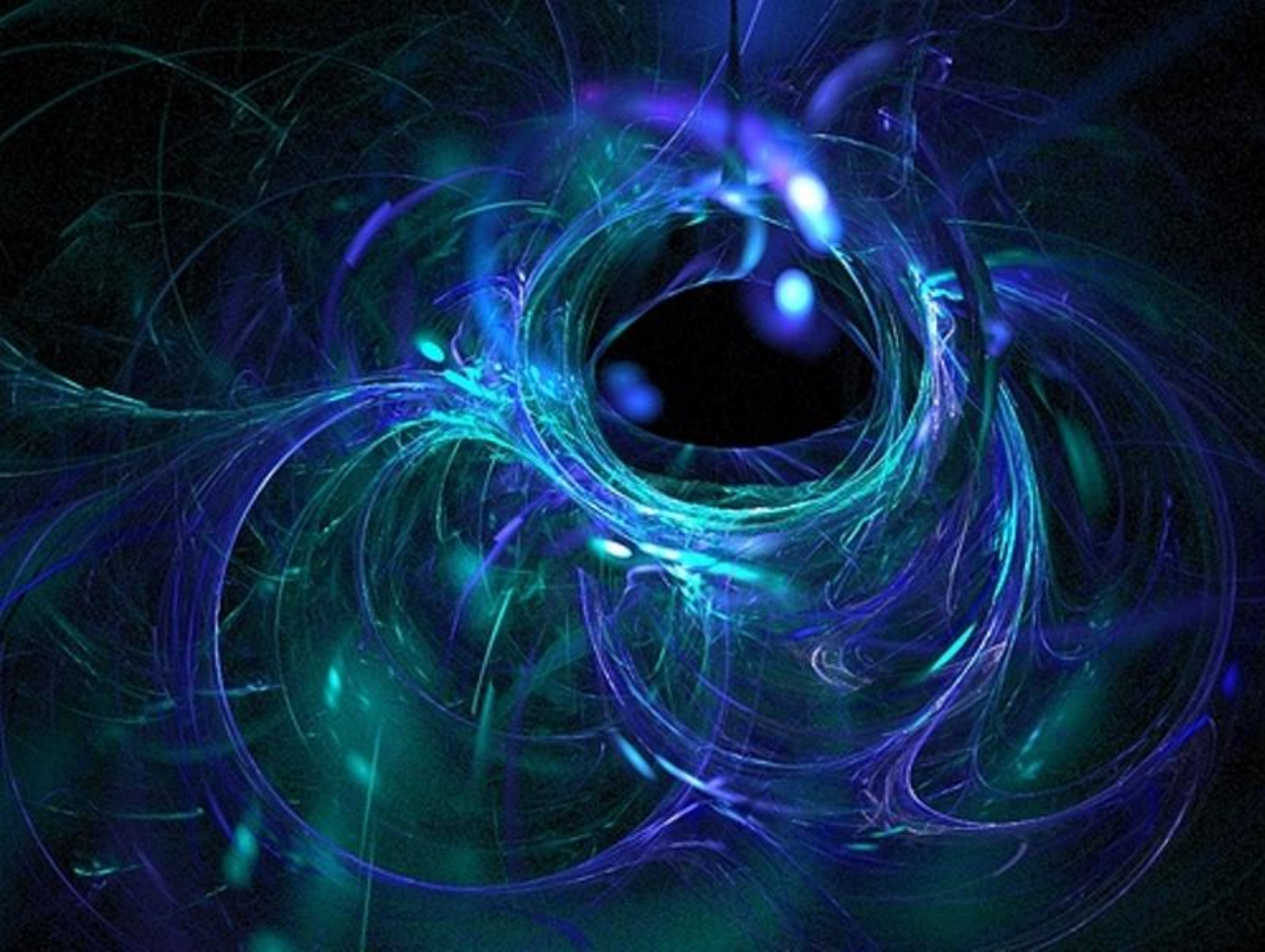




Crazy.Word.Bu

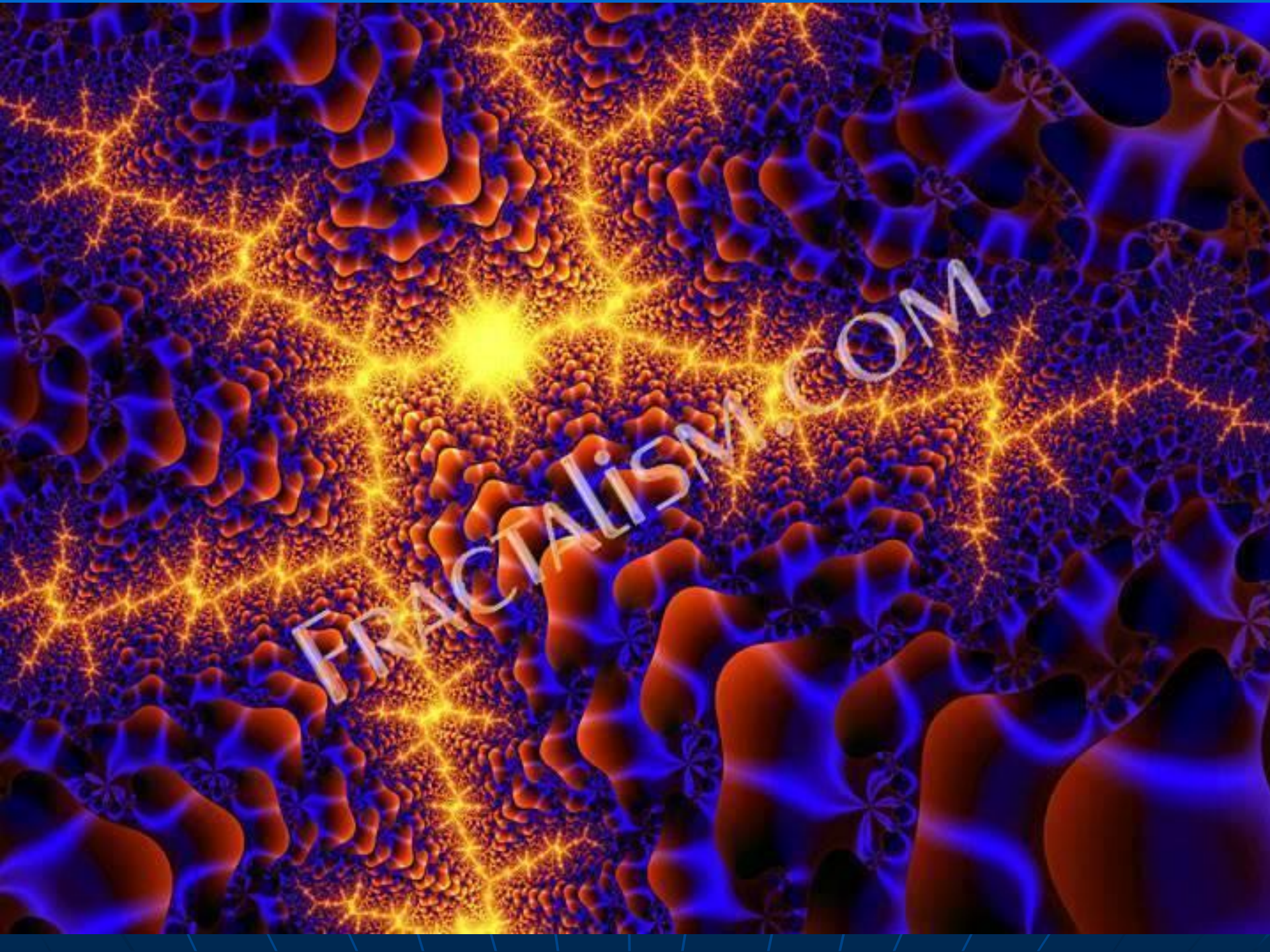


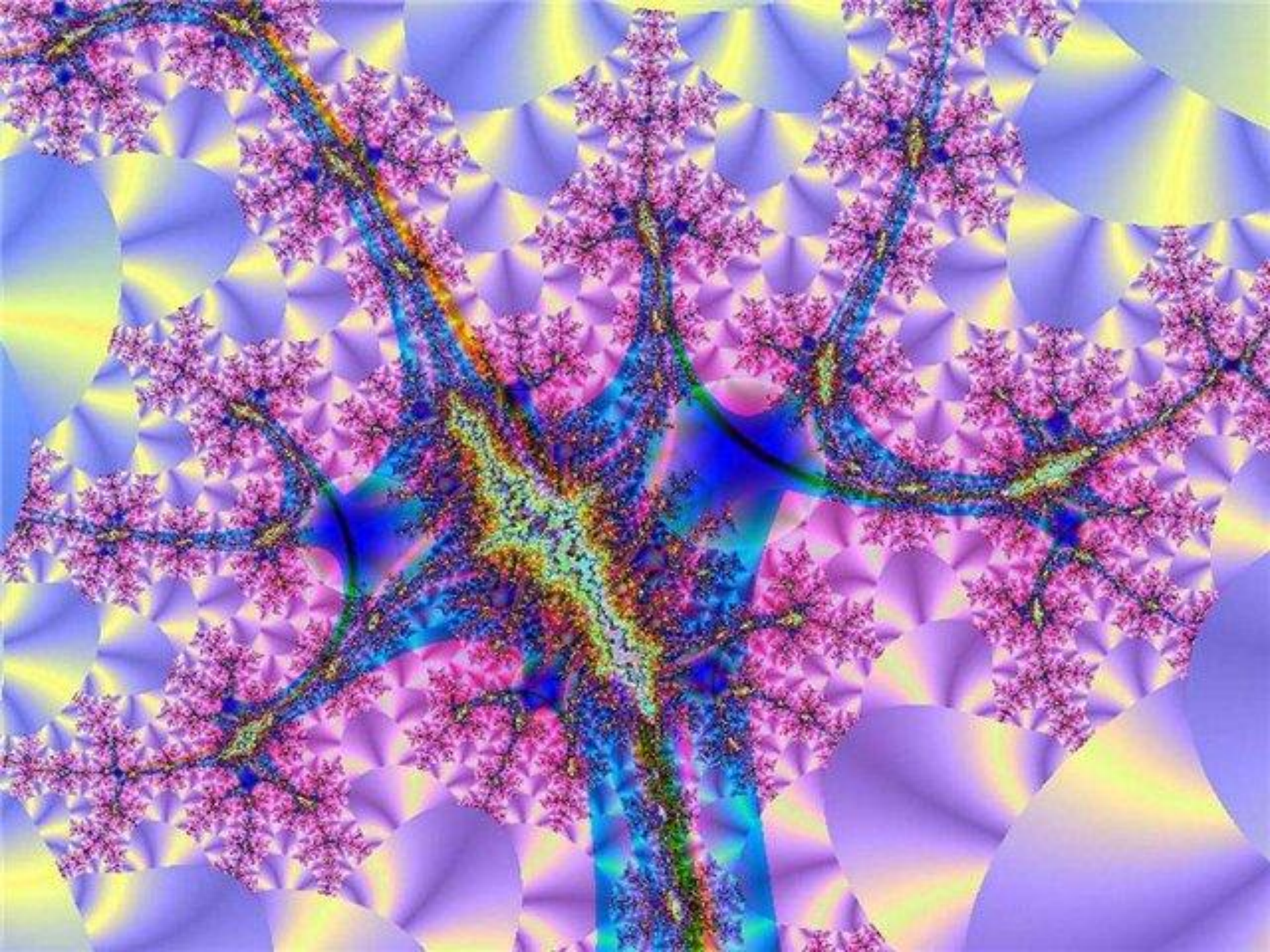




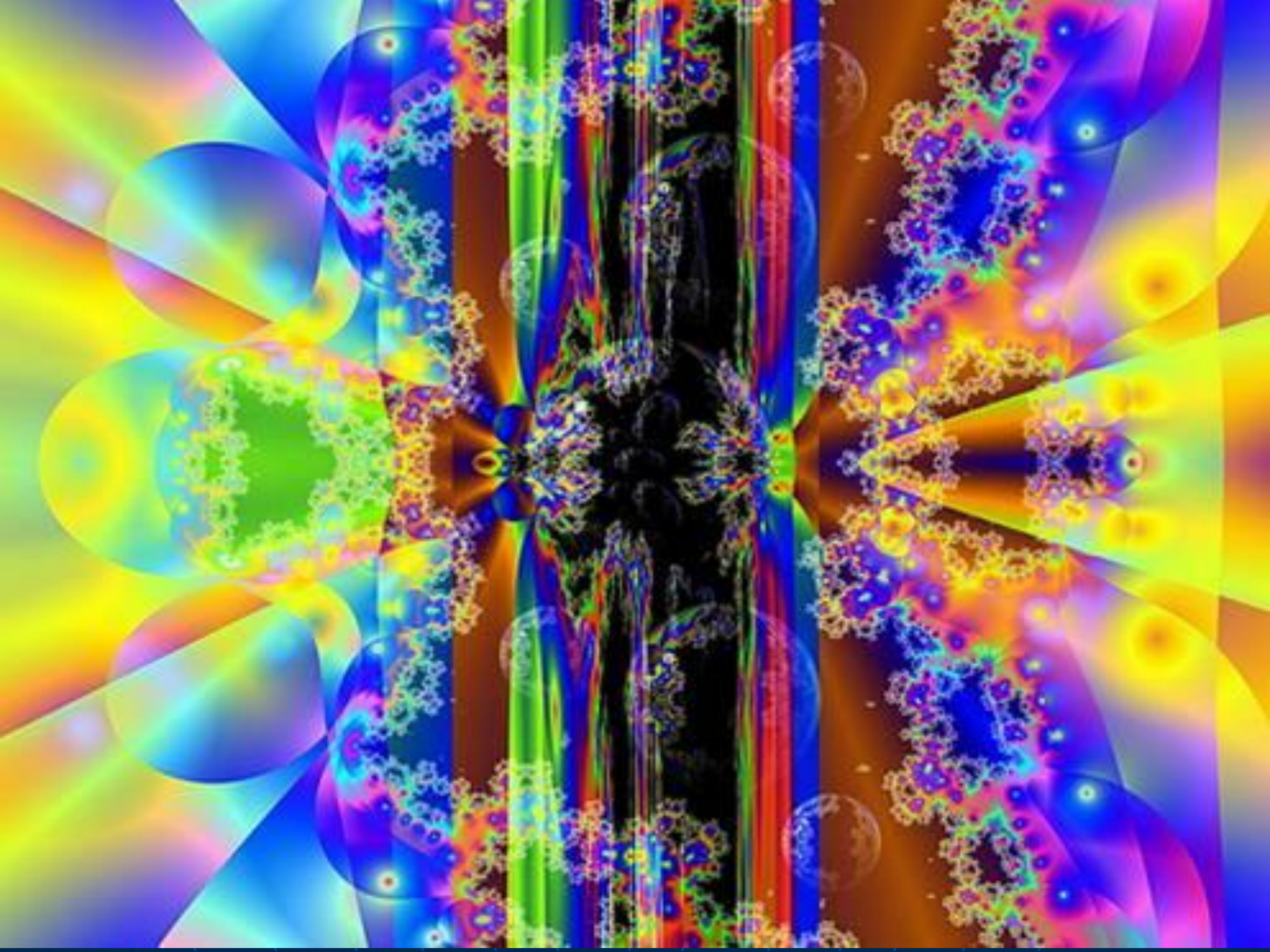


FRACITALIS.NG.COM









СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

