Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Лермонтовская средняя общеобразовательная школа»

Учебный проект по математике

«Морской пейзаж»

Выполнила учащаяся 9 класса
Логвинова Надежда

Проблема:

построение графиков функций с помощью преобразований.

Цель:

познакомиться с преобразованиями графиков элементарных функций с дальнейшим применением их на практике.

Задачи:

- закрепить знания о видах функций;
- познакомиться с правилами преобразования графиков;
- научиться строить графики функций с модулем с помощью преобразований;
- познакомиться с понятием кусочной функции;
- использовать компьютерные технологии для защиты проекта.

План работы над проектом:

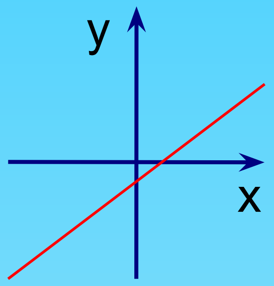
- изучение теории вопроса;
- выполнение практической части по этапам (построение графиков);
- работа над презентацией проекта.
- работа в Paint по оформлению работы.

Используемые источники:

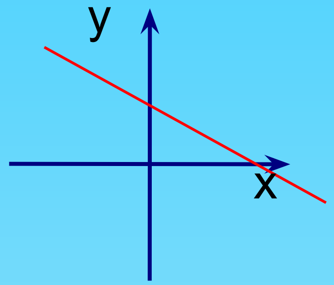
- материалы элективного курса «Графики улыбаются»;
- учебник «Алгебра», 9 класс;
- журнал «Математика в школе»;

Функция вида $y=kx+b$ — линейная

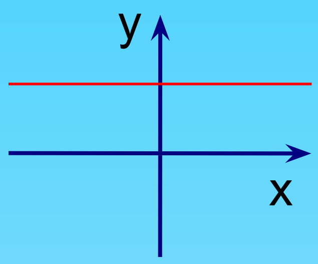
$k>0$



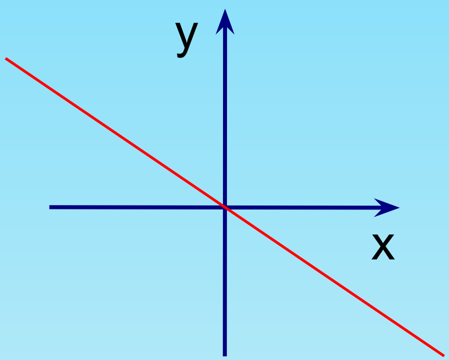
$k<0$



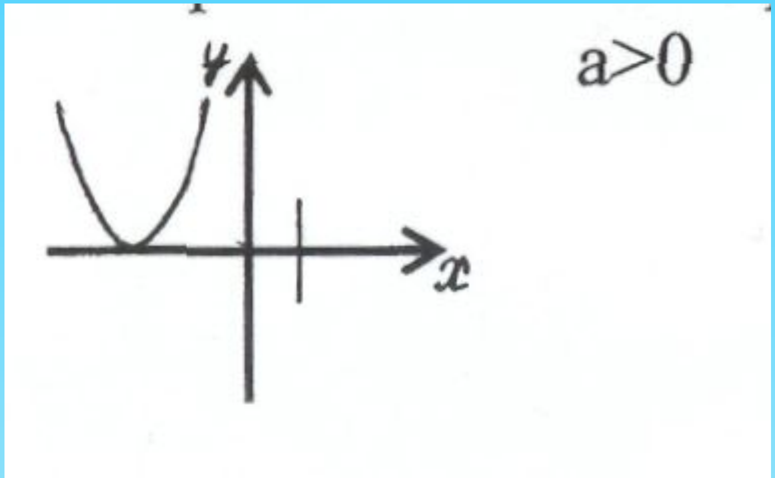
$k=0$, $y=b$



$b=0$, $y=kx$



Функция вида $y = ax^2 + вx + c$ **– квадратичная функция, где x – независимая переменная, a, b, c – некоторые числа, причем a не равно нулю.**



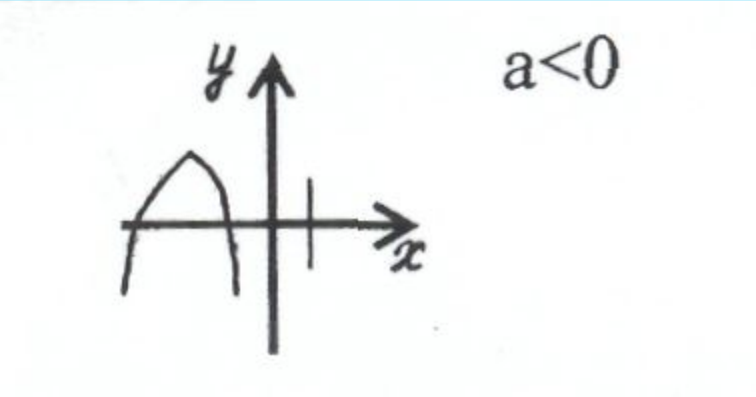
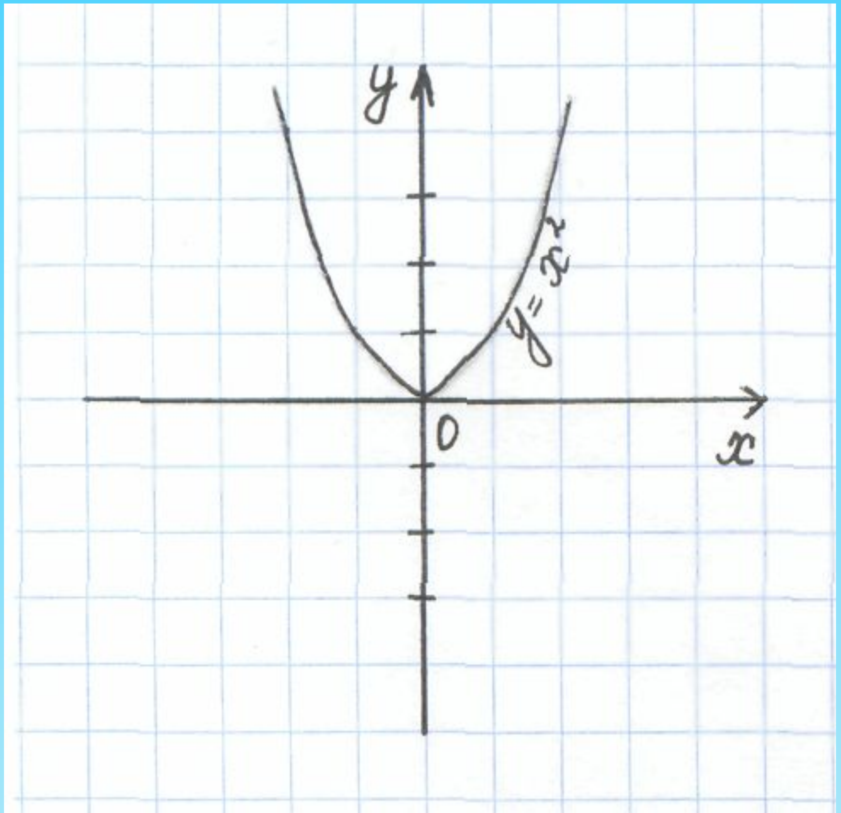


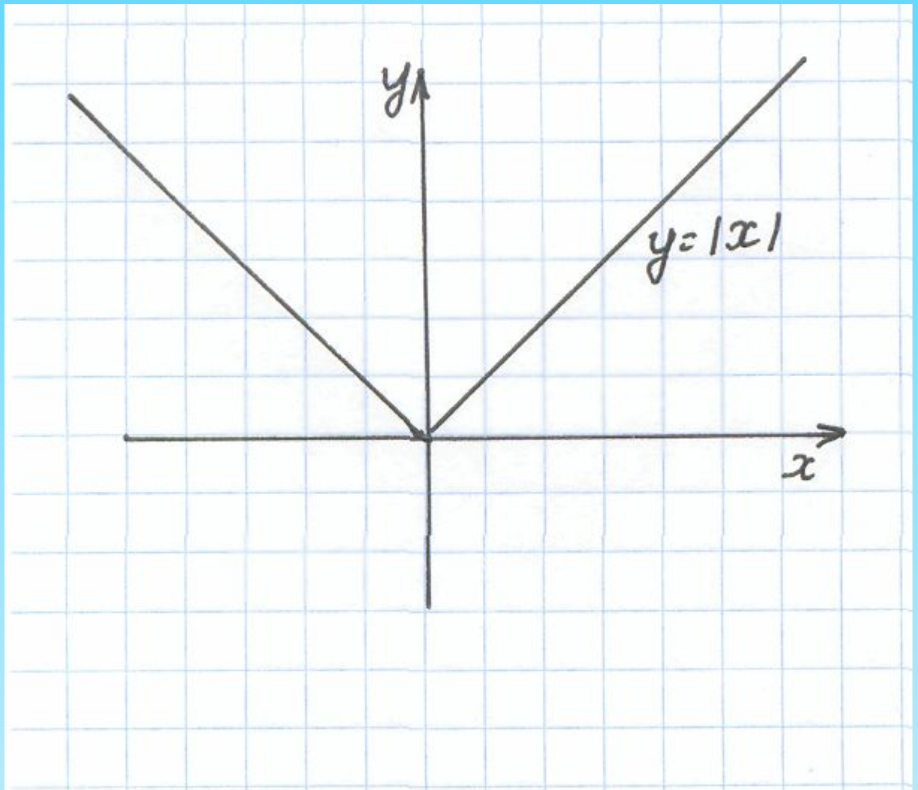
график $y = ax^2$ **проходит через начало координат**



Функция вида y = | x |

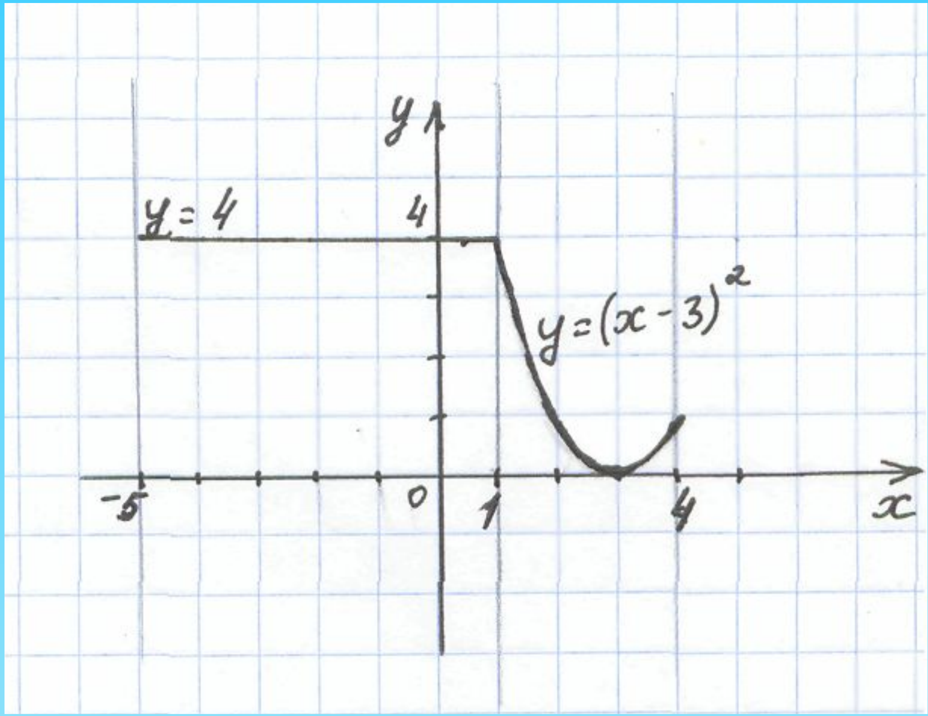
По определению модуля, функцию y = | x | можно задать, следующим образом:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x \leq 0 \end{cases}$$



кусочная функция – **это функция определенная разными формулами на различных участках числовой прямой, например**

$$y = \begin{cases} 4, & -5 \le x \le 1 \\ (x-3)^2, & 1 \le x \le 4 \end{cases}$$



Чтобы построить график кусочной функции, нужно:

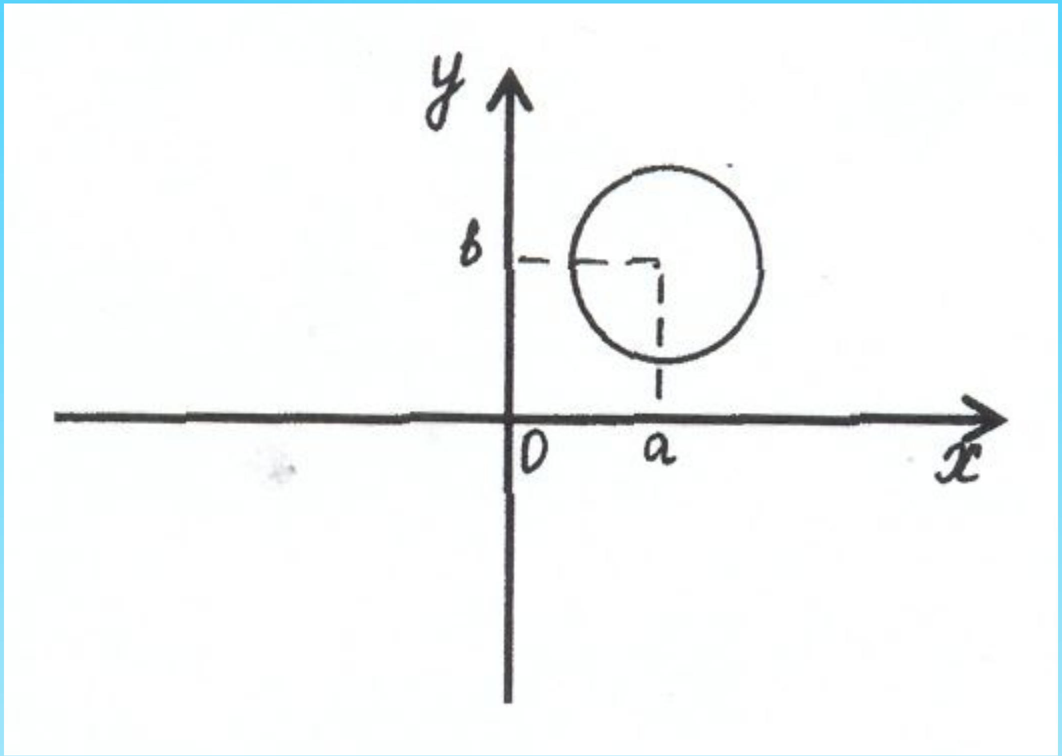
1.Построить в одной системе координат графики входящих функций;

2.Провести прямые $x=-5$, $x=1$, , $x=4$, где -5, 1, 4 - граничные точки;

3. На каждой составляющей области определения [-5; 1], [1; 4] выбрать тот график, который соответствует входящей функции на этой составляющей;

Уравнение вида $(x - a)^2 + (y - в)^2 = R^2$ -

окружность с центром в точке О (а; в) и радиусом R



Преобразования графиков

1. $y=f(x)+A$ – **параллельный перенос вдоль оси ОУ.**

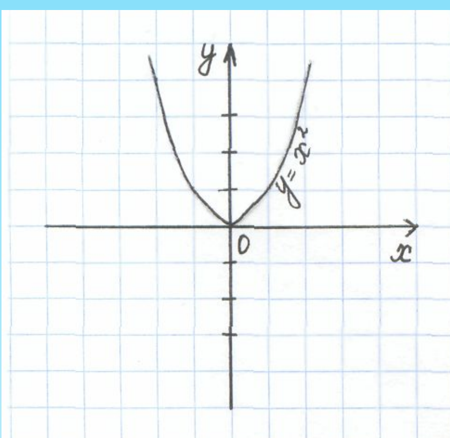
<u>Если А > 0,</u> то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вверх.

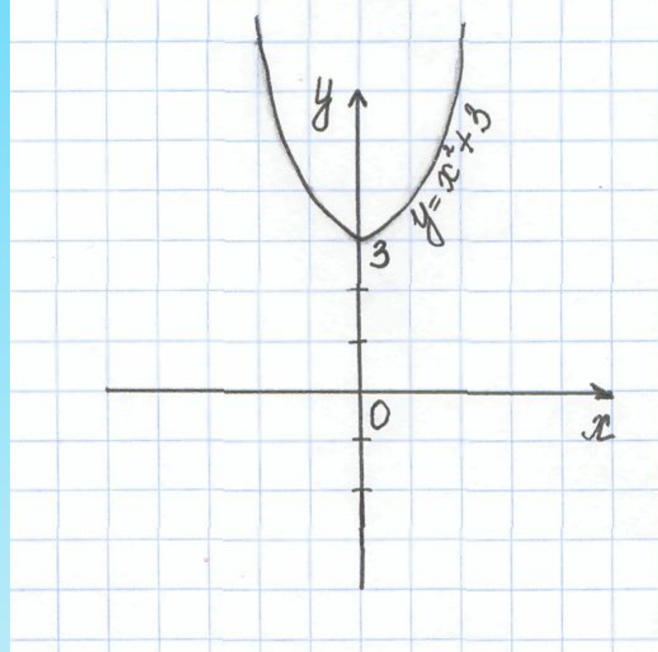
<u>Если А < 0,</u> то параллельный перенос графика вдоль оси ОУ вниз.

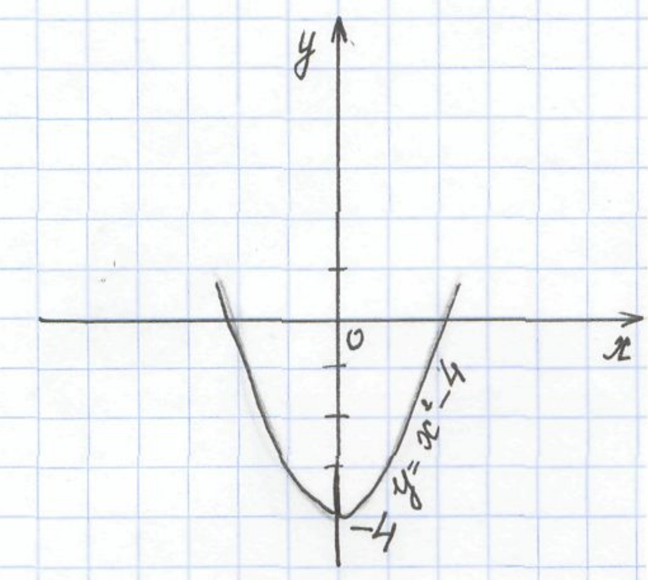
$$y = x^2 + 3$$

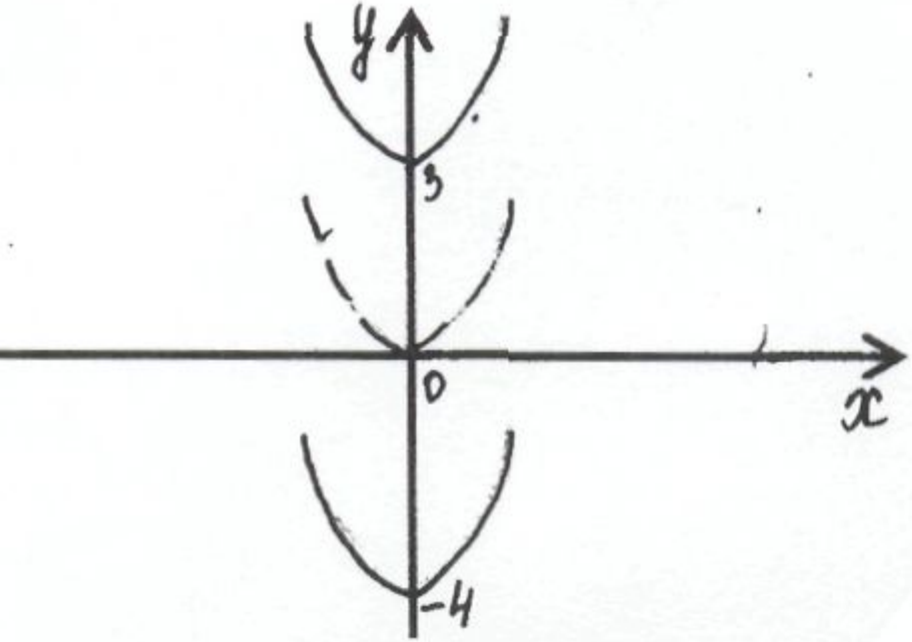
$$y = x^2 - 4$$

$$y = x^2$$









$y = x^2$

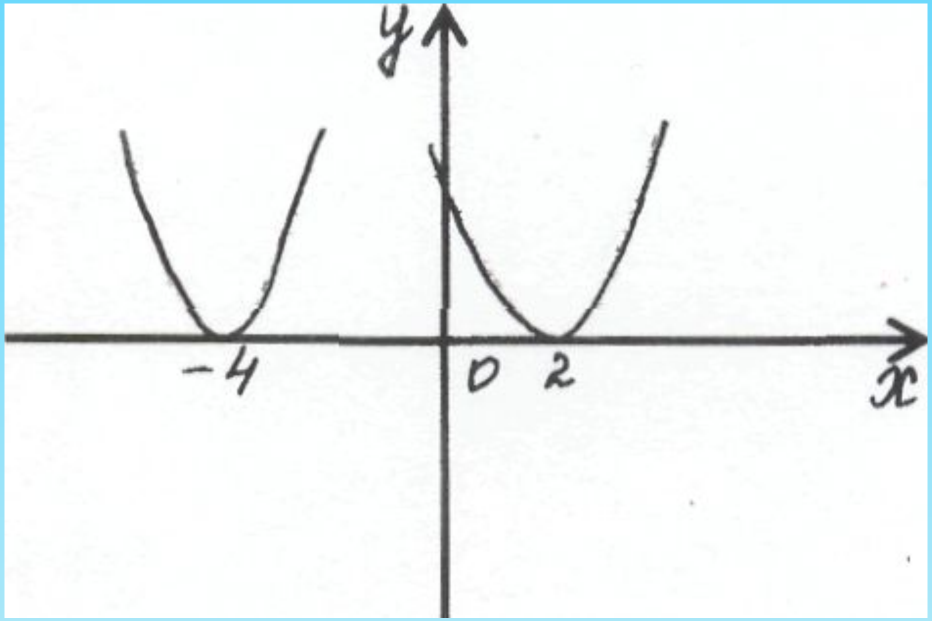
$y = x^2 + 3$

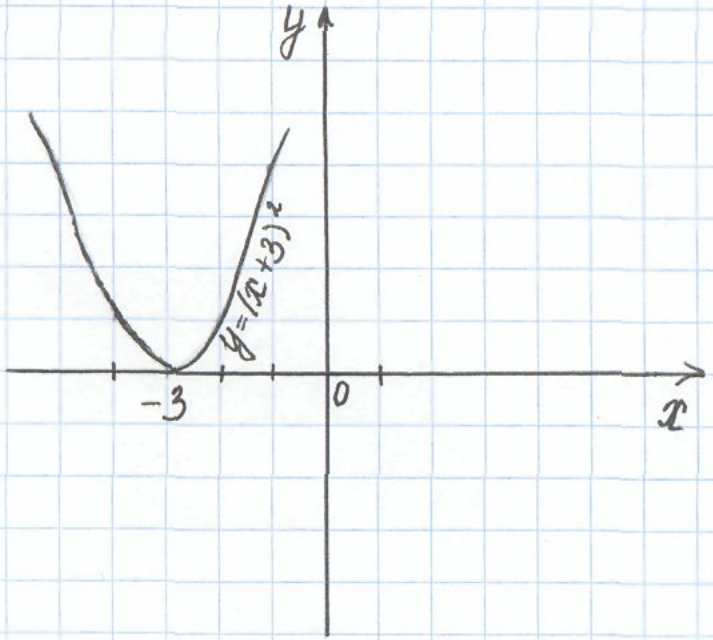
$y = x^2 - 4$

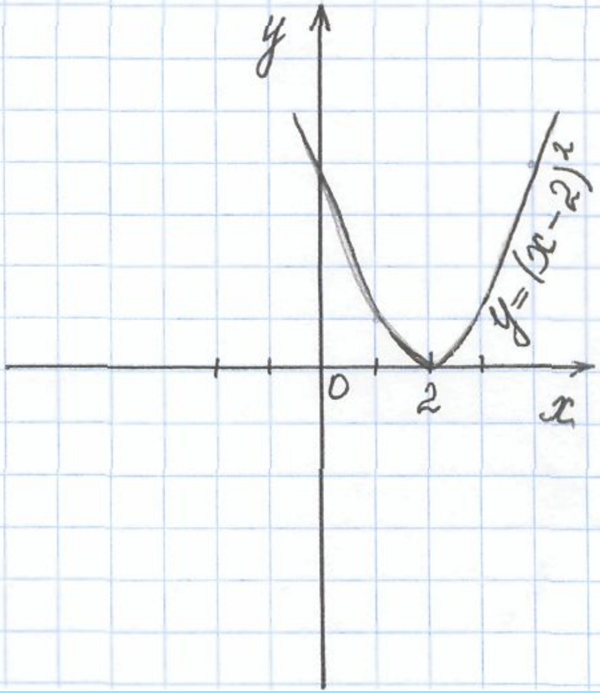
2. $y = f(x - a)$ – **параллельный перенос вдоль оси ОХ**,

<u>Если a > 0</u>, то параллельный перенос графика вдоль оси ОХ в положительном направлении,

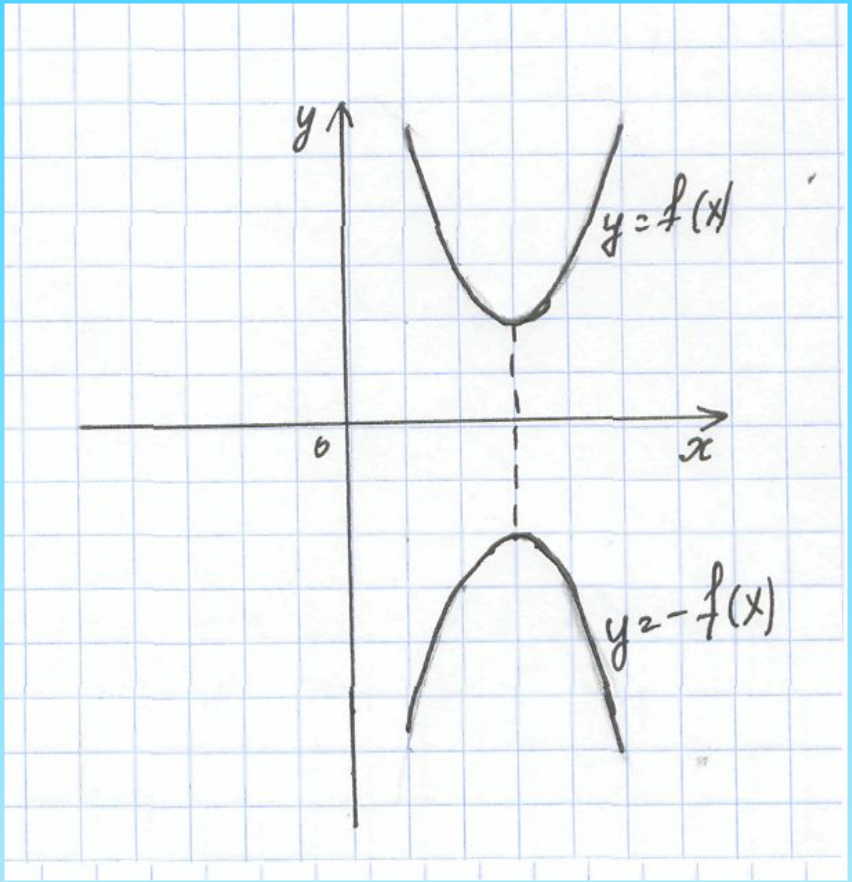
<u>Если a < 0,</u> то параллельный перенос графика вдоль оси ОХ в отрицательном направлении




y
$y=(x+3)^2$
-3
0
x


y
$y=(x-2)^2$
0
2
x

3. y= - f(x) – симметричное отражение графика y= f(x) относительно ОХ

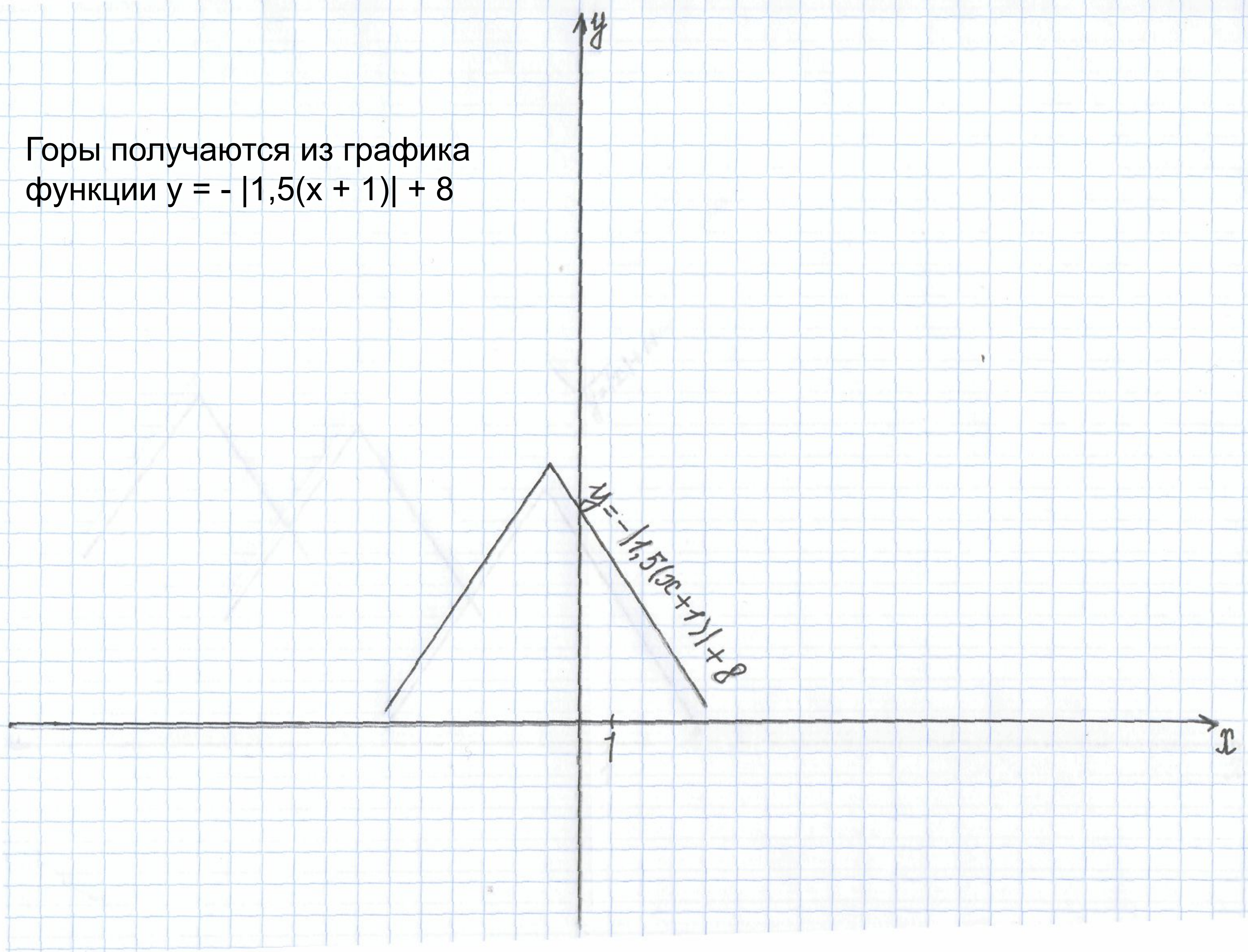


Практическая часть

1. Построение гор

Горы получаются из графика функции **$y = - |1{,}5(x + 1)| + 8$,**
Для этого сначала построили график $y = - |1{,}5x|$ и выполнила преобразования по следующей схеме.
1. Параллельный перенос вдоль оси ОХ на 1 единицу влево и параллельный перенос вдоль оси ОУ на 8 единиц вверх,
получим **$y = - |1{,}5(x + 1)| + 8$** на промежутке **[-6; 4]**

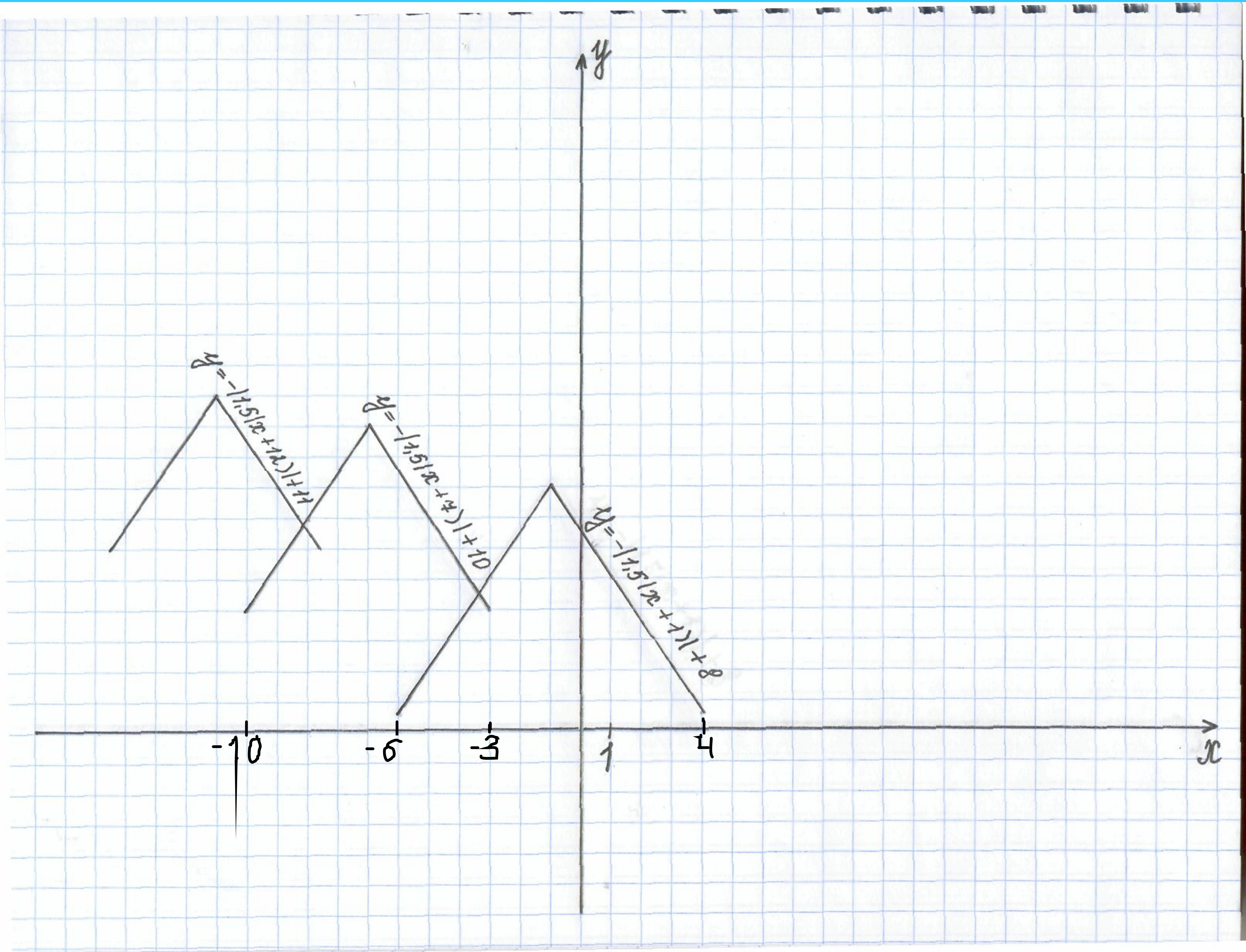
Горы получаются из графика функции y = - |1,5(x + 1)| + 8



<u>Аналогично</u>

$y = -| 1,5(x + 7) | + 10$ на промежутке [-10; -3]

$y = -| 1,5(x +12) | + 11$ на промежутке [-16; -9]



y
y=-|1,5|x+12)|+11
y=-|1,5|x+7)|+10
y=-|1,5|x+1)|+8
-10
-6
-3
1
4
x

Построение чаек

Чайки получаются из графика функции $y = |x|$.

Преобразования выполним по следующей схеме.

1. Параллельный перенос вдоль оси ОУ на 11 единиц вверх получим

$y = |x| + 11$ на интервале [-1; 1]

2. Параллельный перенос вдоль оси ОХ на 2 единицы вправо и параллельный перенос вдоль оси ОУ на 12 единиц вверх, получим

$y = |x - 2| + 12$ на интервале **[1; 3]**

Аналогично

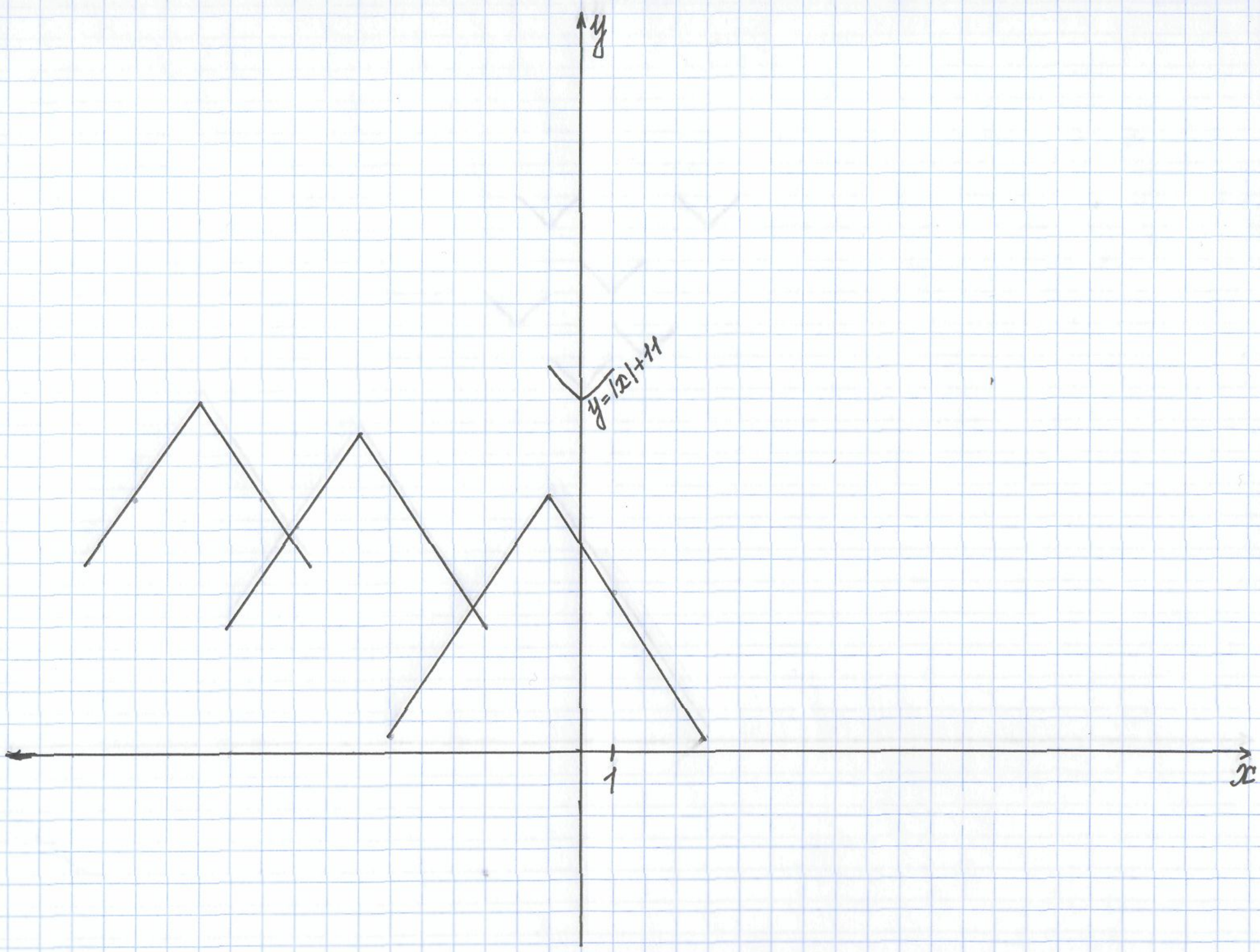
$y = |x - 1| + 14$ - на интервале [0; 2]

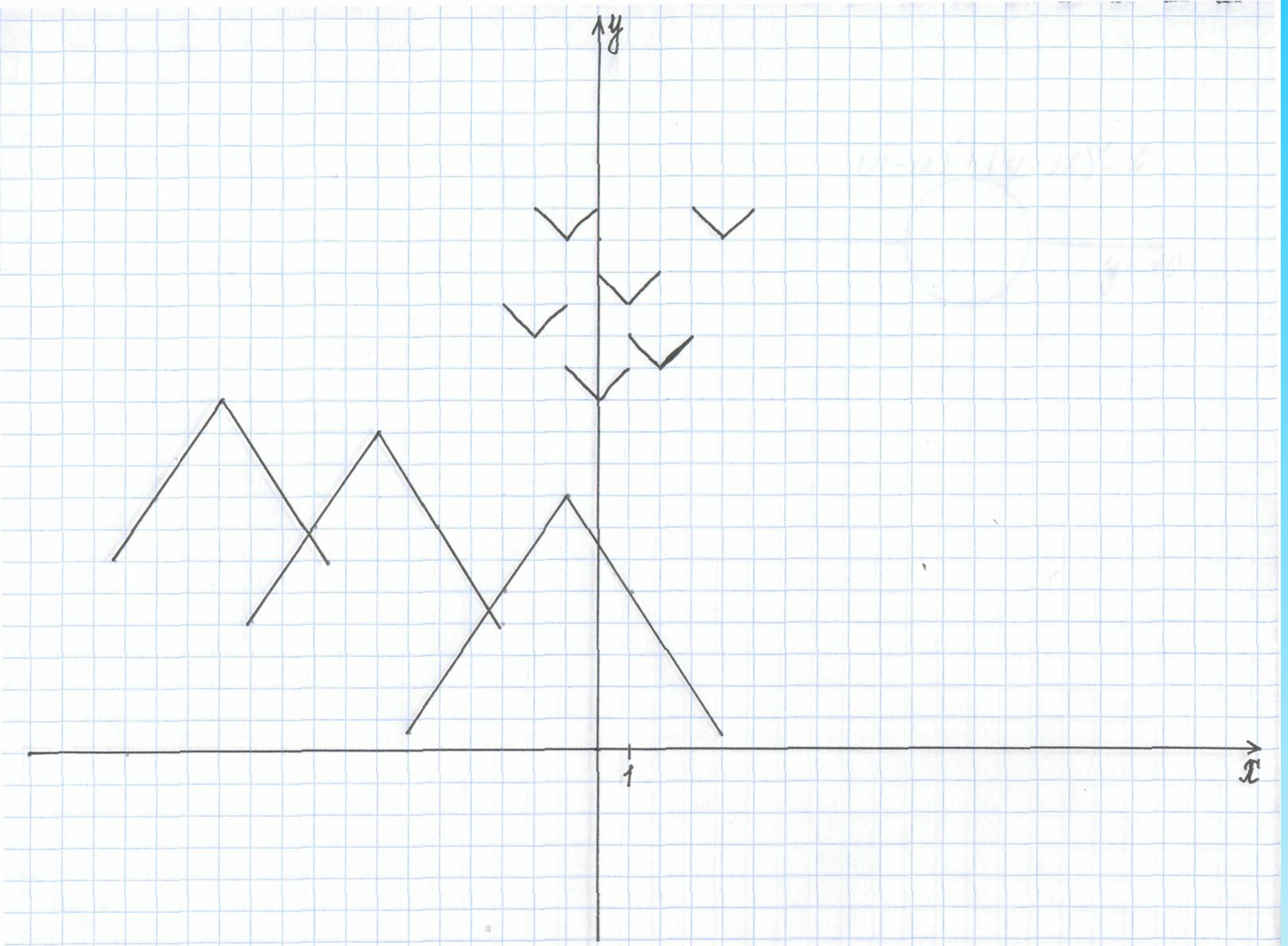
$y = |x - 4| + 16$ - на интервале [3; 5]

$y = |x + 2| + 13$ - на интервале [-3; -1]

$y = |x + 1| + 16$ - на интервале [-2; 0].

Таким образом, изобразила шесть чаек.


y
y=|x|+11
x
1


y
x
1

Построение солнца.

Уравнение окружности:

$$(x - 12)^2 + (x - 16)^2 = 4.$$

Центр окружности точка O(12;16) и радиус R=2.

Лучи

1ый луч: y = 16 прямая параллельная оси OX. Построим на промежутке [6; 10] U[14; 18]

2ой луч: Прямая y = x + 4.

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем точки пересечения с окружностью.

$$\begin{cases} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

$$(x-12)^2+(x+4-16)^2=4$$

$$(x-12)^2+(x-12)^2=4$$

Заменим скобку $x-12$ переменной t

$$2t^2=4$$

$$t^2=2$$

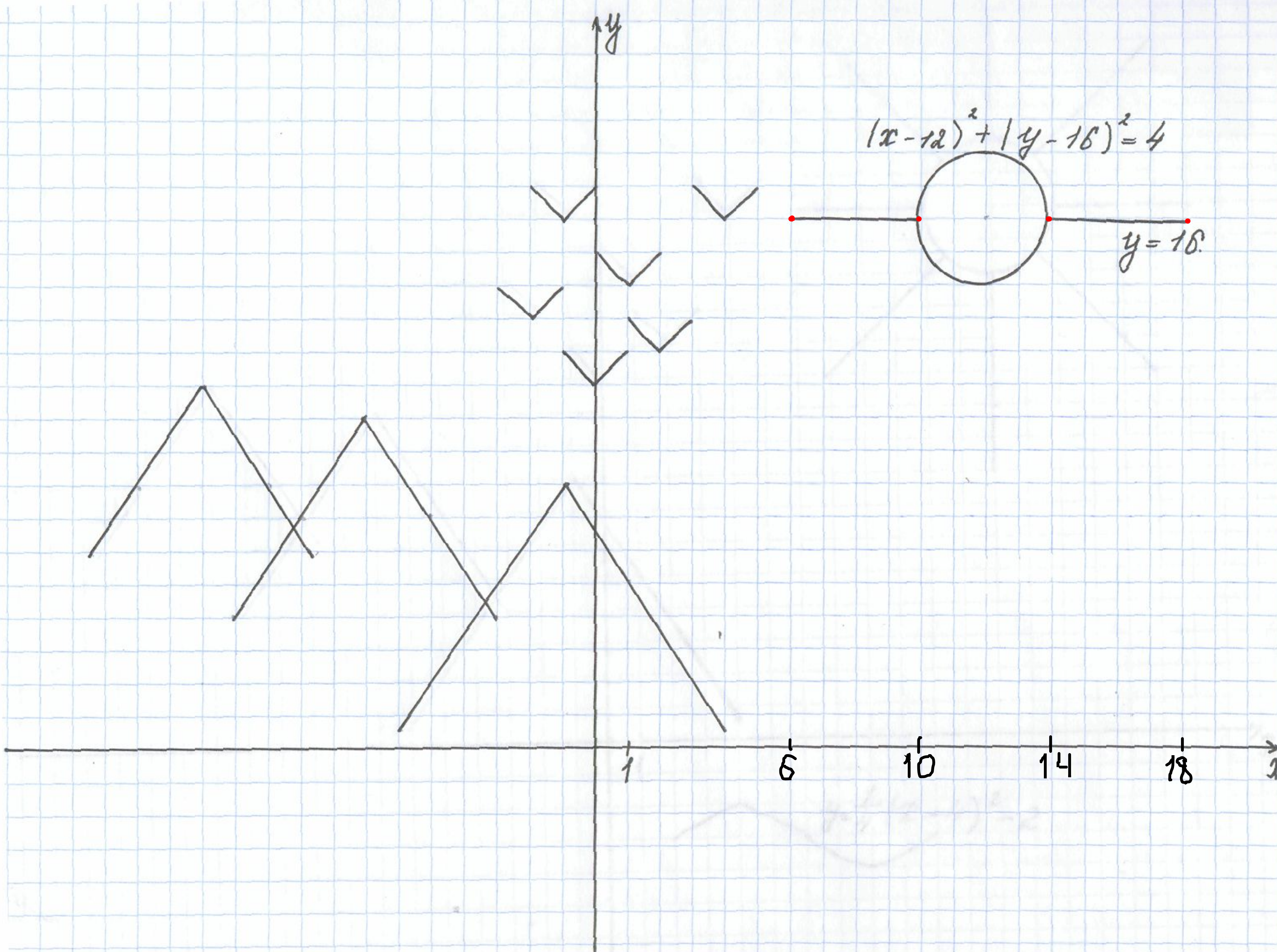
$$t=\pm\sqrt{2}$$

$x-12=-\sqrt{2}$ $\qquad$ $x=-\sqrt{2}+12$

$x-12=\sqrt{2}$ $\qquad$ $x=\sqrt{2}+12$

Теперь строим прямую $y=x+4$ на промежутке

$[6;-\sqrt{2}+12]\cup[\sqrt{2}+12;16]$


y
$(x-12)^2+(y-16)^2=4$
$y=16$
1
6
10
14
18
x

3$^{\text{ий}}$ луч: Прямая $y = - x + 28$.

Для того чтобы найти интервалы ограничения найдем окружностью.

$$\begin{cases} (x - 12)^2 + (y - 16)^2 = 4 \\ y = -x + 28 \end{cases}$$

$$(x - 12)^2 + (-x + 28 - 16)^2 = 4$$
$$(x - 12)^2 + (-x + 12)^2 = 4$$

Аналогично выше решенному.

$x - 12 = \sqrt{2}$ $\qquad$ $x = \sqrt{2} + 12$

Теперь строим прямую $y = - x + 28$ на промежутке

$$[7; -\sqrt{2} + 12] \cup [\sqrt{2} + 12; 17]$$

4. Построение волн

1. строим график $y = \frac{1}{4}x^2$

2. строим график $y = -\frac{1}{4}x^2$

параллельным переносом на 2 единицы по оси ОУ вниз и вправо на 4 единицы в положительном направлении

<u>получим</u>

$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - 2$. Построим на интервале [2; 6]

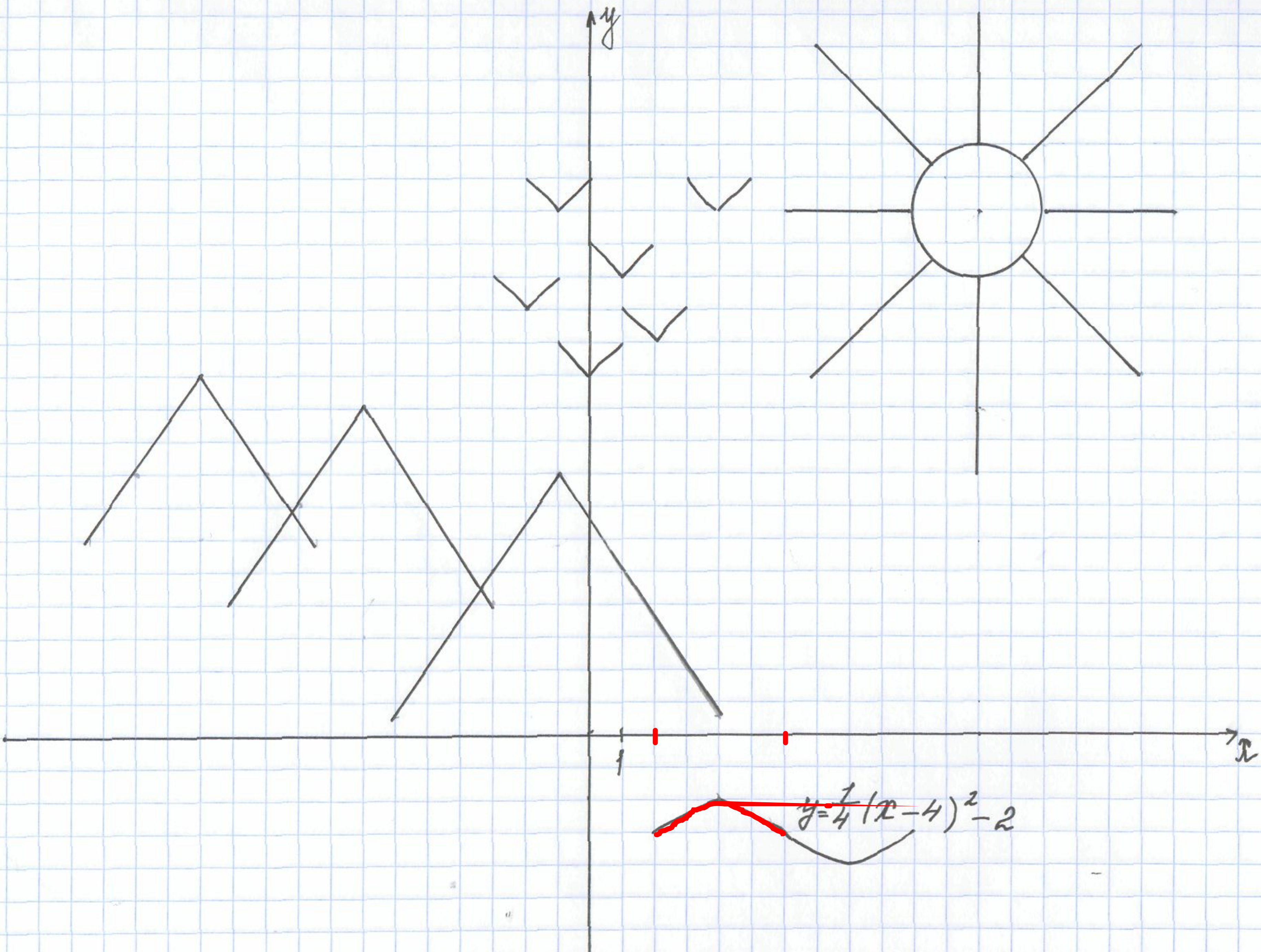
3. из графика $y = \frac{1}{4}x^2$

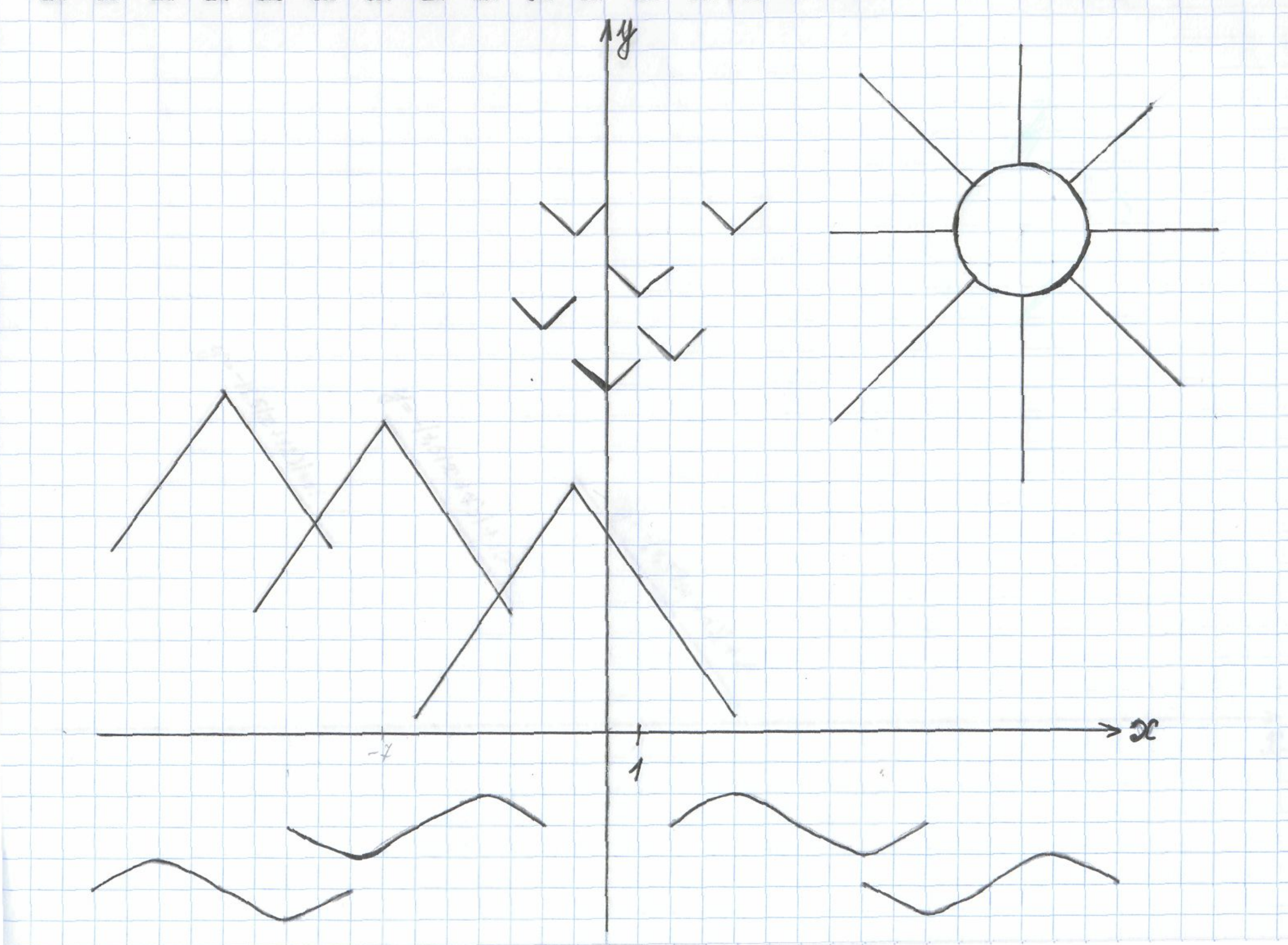
с помощью преобразований строим график

$y = \frac{1}{4}(x-8)^2 - 4$ на интервале [6; 10]

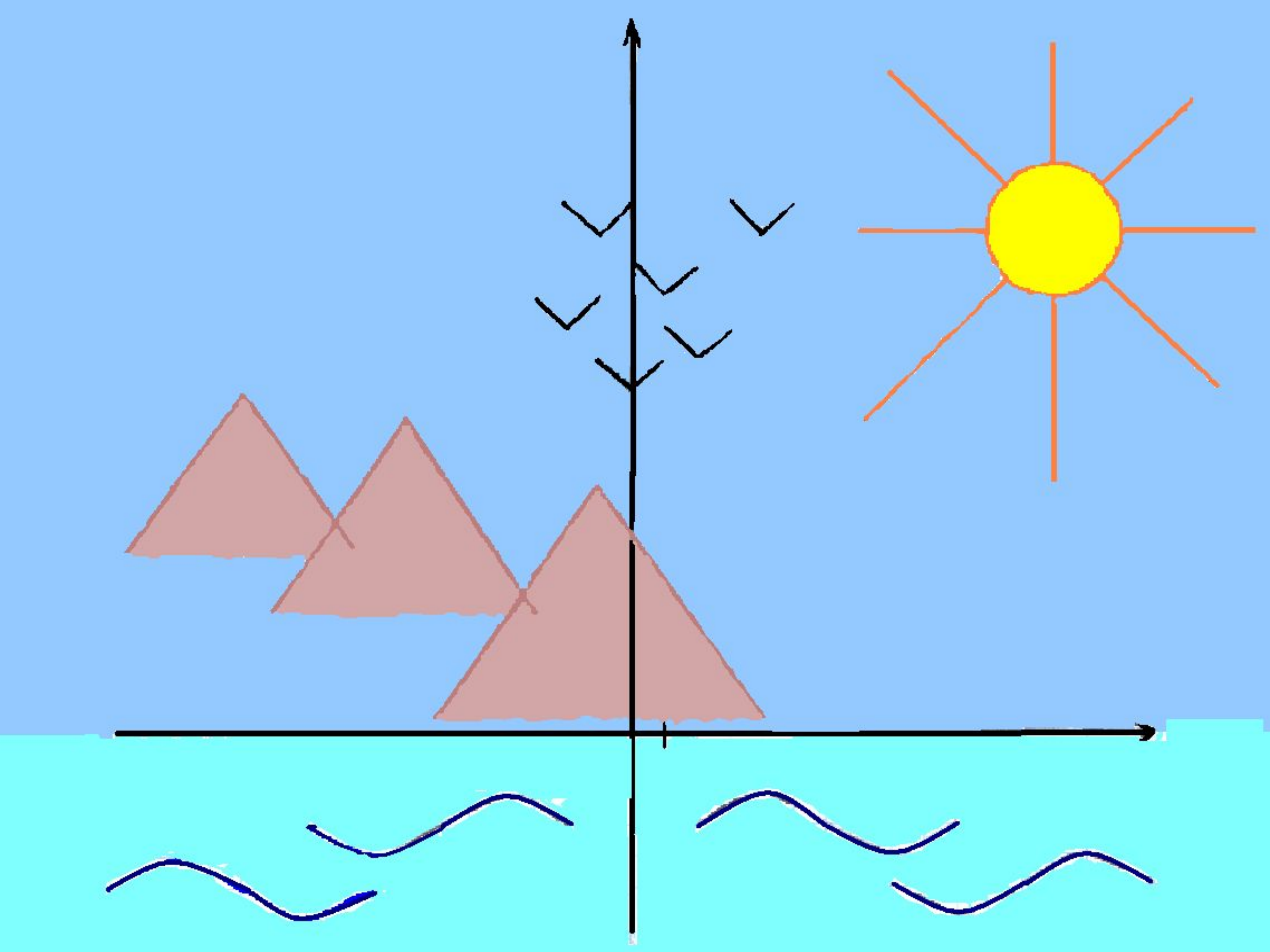
4. $y = \frac{1}{4}(x + 8)^2 - 4$ Построим на интервале [-10; -6]

$y = -\frac{1}{4}(x + 4)^2 - 2$ Построим на интервале [-6; -2]


y
x
1
$y=\frac{1}{4}(x-4)^2-2$



y
x
-7
1
1



Блогадарю за внимание!