

Лекция 23.

Тема: Моделирование ценовой политики.

Цель: Рассмотреть изменение спроса при изменении цены и изменение спроса при изменении дохода. Предельное ценообразование.

Имеем уравнение

Вида

$$-\sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} = x_n^*$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 u(x^*)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial x_j^*}{\partial p_n} - p_i \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} = \begin{cases} 0, i = 1, \dots, n-1, \\ \lambda^*, i = n. \end{cases}$$

Система из линейного уравнения (1)

- Относительно $(n+1)$ неизвестного

$$\frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n}, \frac{\partial x_1^*}{\partial p_n}, \dots, \frac{\partial x_n^*}{\partial p_n}$$

в матричной форме запишется следующим образом ,

$$\begin{pmatrix} 0 & -p \\ -p^T & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n^* \\ 0 \\ \lambda^* \end{pmatrix}$$

- где Т - означает транспонирование, Р- вектор – строка цен, U_* - матрица Гессе, X - вектор – столбец спроса на товары.

Таким образом, увеличение
на n -й товар цены привело к
следующему изменению
спроса на товары:

$$\frac{\partial x^*}{\partial p_n} dp_n = \mu U^{-1} p^T x_n^* dp_n + \lambda^* (\mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1})_n dp_n$$

Рассмотрим

такое увеличение дохода на dM ,
которое компенсирует потребителю
увеличение цены на dp_n . Согласно
теории потребления это означает, что
полезность потребителя
сохранилась на прежнем уровне, то

есть $du_n = 0$. $\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i}(x_i^*) - \lambda^* p_i = 0$

Используя получим

$$du = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i}(x^*) dx_i^* = \lambda^* \sum_{i=1}^n p_i dx_i^* = \lambda^* \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} dp_n = 0$$

Условие постоянства полезности

Теперь можем определить dM ,
используя M $dM = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial x_i^*}{\partial p_n} dp_n + x_n^* dp_n = x_n^* dp_n$
:

то есть доход вырос ровно на столько,
сколько необходимо было бы
дополнительно затратить потребителю
на приобретение n -го товара в прежнем
объеме при увеличении цены на dp_n .

Которые в матричной форме примут вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & -p \\ -p^T & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda^* \end{pmatrix}$$

- Решение уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -p \\ -p^T & U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda^* \end{pmatrix}$$

находим с помощью обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x^*}{\partial p_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \mu p U^{-1} \\ \mu U^{-1} p^T & \mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^* (\mu p U^{-1})_n \\ \lambda^* (\mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1})_n \end{pmatrix}$$

Таким образом, увеличение цены с компенсацией дохода приводит к следующему изменению спроса:

$$\left(\frac{\partial x^*}{\partial p_n} \right)_{comp} dp_n = \lambda^* (\mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1})_n dp_n$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial p_n} dp_n = \mu U^{-1} p^T x_n^* dp_n + \lambda^* (\mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1})_n dp_n$$

$$\left(\frac{\partial x^*}{\partial p_n} \right)_{comp} dp_n = \lambda^* (\mu U^{-1} p^T p U^{-1} + U^{-1})_n dp_n$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial M} = -\mu U^{-1} p^T$$

получаем уравнение Слуцкого, которое является стержнем теории полезности:

$$\frac{\partial x^*}{\partial p_n} = \left(\frac{\partial x^*}{\partial p_n} \right)_{comp} - \frac{\partial x^*}{\partial M} x_n^*$$

Ценный и малоценный товар

Товар i называется ценным если при увеличении дохода спрос на него растет

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial M} > 0$$

и малоценным, если

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial M} \leq 0$$

Валовой заменитель продукта

Продукт L называется
валовым заменителем
продукта i если $\frac{\partial x_l^*}{\partial p_i} > 0$

Функция спроса $X^*(p; m)$ обладает свойством **валовой заменимости**, если с увеличением цены на любой продукт i спрос на остальные продукты не убывает $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} \geq 0$ если же $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i} > 0$, то функция спроса обладает свойством **сильной валовой заменимости**.

Вопросы:

- 1) Какие составляющие решения ценовой политики?
- 2) В чем заключается свойство валовой заменимости?