



алгебра это интересно!

Содержание:

- Натуральные числа и действия над ними
- Делимость. Простые и составные числа
- Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное
- Задачи
- Понятие множества, пересечение и объединение множеств
- Одночлены и многочлены
- Разложение многочлена на множители
- Формулы сокращённого умножения
- Подумай и реши
- Задания
- Авторы



натуральные числа и действия над ними

- Натуральные числа в порядке возрастания можно записать в виде последовательности 1, 2, 3, 4,... Множество всех натуральных чисел обозначается через N .
- Для натуральных чисел определены арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление), возведение в Степень (число a в степени n , a^n – это результат умножения числа a на себя n раз), обратная операция к возведению в степень – извлечение корня ($b = \sqrt[n]{a}$, если $a = b^n$)
- Сложение и умножение удовлетворяют переместительному закону (закону коммутативности): $a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$ и сочетательному закону (закону ассоциативности): $(a + b) + c = a + (b + c)$, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, а также распределительному (дистрибутивному) закону: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

2

3

1

5

4



ДЕЛИМОСТЬ. ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА.

1. Разделить число a на число b – значит найти такое x , $a : b = x$, что $xb = a$. Если такое число существует, то говорят, что a делится на b , а число b называется делителем числа a .
2. На 2 (или на 5) делятся те и только те числа, последняя цифра которых выражает число, делящееся на 2 (или на 5)
3. На 4 (или на 25) делятся те и только числа, две последние цифры которых выражают число, делящееся на 4 (или на 25)
4. На 3 (или на 9) делятся те и только те числа, сумма цифр которых делится на 3 (или на 9)
5. На 11 делятся те и только те числа, у которых разность между суммой цифр, стоящих на чётных местах, и суммой цифр, стоящих на нечётных местах, делится на 11
6. Число a , отличное от 1, называется *простым*, если делителями являются только единица и само число a . Число a , имеющее и другие делители, называется *составным*.
7. Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, например: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$.



НОД и НОК

- Среди общих делителей чисел a и b можно выбрать наибольший общий делитель НОД ($a ; b$). Например, $\text{НОД} (45 ; 60) = 15$.
- Если $\text{НОД} (a ; b) = 1$, то числа a и b называются взаимно простыми.
- Любой общий делитель произвольных чисел a и b делит наибольший общий делитель этих чисел.
- Число, делящееся на число a и на число b , называется общим кратным чисел a и b . Среди общих кратных a и b можно выбрать наименьшее общее кратное НОК ($a ; b$). Например, $\text{НОК} (4 ; 6) = 12$.
- Любое общее кратное произвольных чисел a и b делится на НОК ($a ; b$).
- Числа a и b взаимно просты тогда и только тогда, когда $\text{НОК} (a ; b) = a \cdot b$.



задачи



 Найдите НОД двух чисел:

1. 45 ; 135

2. 84 ; 168

3. 5 ; 60

 Найдите НОК двух чисел:

1. 4 ; 5

2. 6 ; 7

3. 7 ; 8.



Понятие множества

1. Одним из фундаментальных понятий математики является понятие множества. Множество можно представить себе как совокупность (собрание) некоторых объектов, объединённых по какому-либо признаку. Множество – понятие неопределяемое.
2. Множество может состоять из чисел, предметов и т. д. Каждое число (предмет), входящее в множество, называется *элементом* множества.



3. Тот факт, что элемент a принадлежит множеству A , записывается в виде $a \in A$.

для множества однозначных чисел:

$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ число 4
принадлежит A , а число 20 не
принадлежит A



Продолжение

4. Множество, которое не содержит элементов, называется пустым и обозначается символом $\emptyset$.
5. Если каждый элемент одного множества A является элементом другого множества B , то говорят, что множество A является подмножеством множества B . Это выражается записью $A \subset B$.
6. Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из элементов, которые принадлежат каждому из данных множеств (рис. 1)

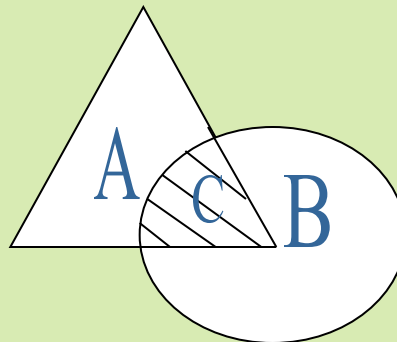
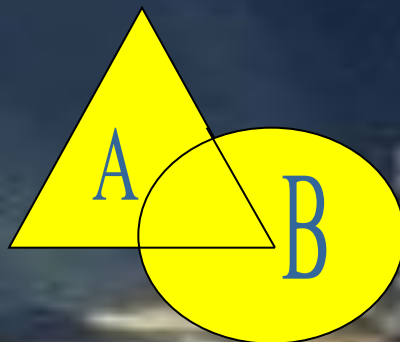


Рис. 1



7. Объединением множеств А и В называется множество, состоящее из всех элементов множеств А и В и только из них. Объединение множеств обозначают символом $\cup$ и пишут

$$C = A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \text{ (рис. 2)} \}$$

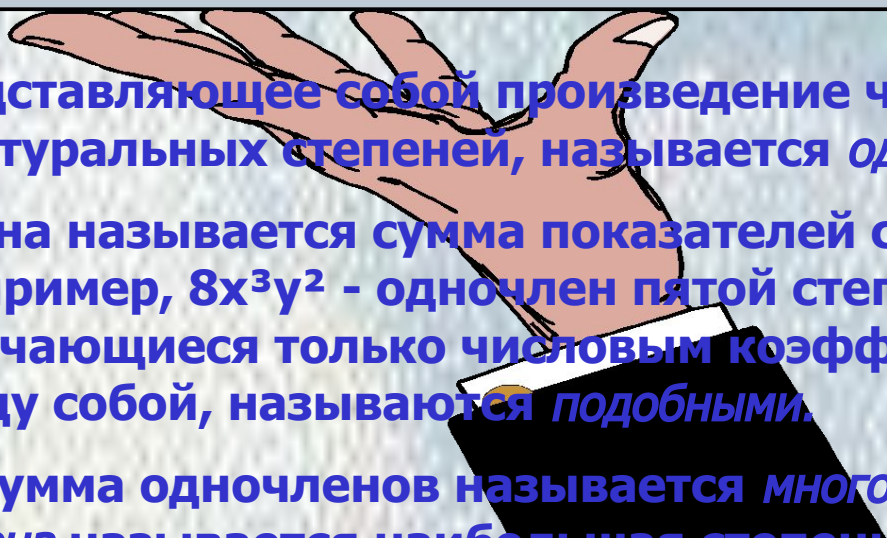


Вопрос: какое множество является объединением данных множеств?

1. $A = \{1 ; 2 ; 5 ; 7\}$, $B = \{3 ; 5 ; 7 ; 8\}$
2. $H = \{4 ; 7 ; 67 ; 34 ; 5 ; 2\}$, $M = \{7 ; 89 ; 34\}$
3. $K = \{78 ; 89 ; 56 ; 90\}$, $P = \{87 ; 98 ; 65 ; 9\}$



ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ



1. Выражение, представляющее собой произведение чисел, переменных и натуральных степеней, называется *одночленом*.
2. *Степенью* одночлена называется сумма показателей степеней переменных. Например, $8x^3y^2$ - одночлен пятой степени. Одночлены, отличающиеся только числовым коэффициентом или равные между собой, называются *подобными*.
3. Алгебраическая сумма одночленов называется *многочленом*. *Степенью* многочлена называется наибольшая степень одночлена, входящего в этот многочлен. Например, $1 + 2x^2 - 5x^2y^3$ - многочлен пятой степени.
4. При взятии суммы многочленов надо привести подобные члены (слагаемые). Для этого достаточно сложить их коэффициенты и полученное число умножить на буквенное выражение.





5. При взятии разности многочленов надо вычитаемый многочлен взять в скобки, далее раскрыть скобки, меняя знак каждого слагаемого на противоположный, после чего привести подобные члены.

$$\begin{aligned}\text{Например, } (4x^2 - 3x + 3) - (3x^2 - x + 2) &= \\ &= 4x^2 - 3x + 3 - 3x^2 + x - 2 = x^2 - 2x + 1.\end{aligned}$$

6. Чтобы умножить многочлен на одночлен, достаточно каждый член многочлена умножить на одночлен и полученные произведения сложить. Деление многочлена на одночлен произведение по аналогичному правилу.

7. Чтобы умножить многочлен на многочлен, достаточно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго и полученные произведения сложить.

$$\begin{aligned}\text{Например, } 5x(x - y) + (2x + y)(x - y) &= \\ &= 5x^2 - 5xy + 2x^2 + xy - 2xy - y^2 = 7x^2 - 6xy - y^2\end{aligned}$$





Разложение многочлена на множители

При вынесения общего множителя за скобки выражение в скобках получается делением каждого члена многочлена на общий множитель.

Например,

$$3ax^3 - 6a^2x + 12ax^2 = 3ax(x^2 - 2a + 12x)$$

Решите самостоятельно:

1. $ab + 2a - 3b - 6$

2. $3(x - 2y)^2 - 3x + 6y$

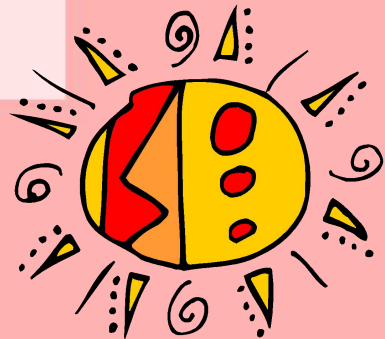


формулы сокращённого умножения

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

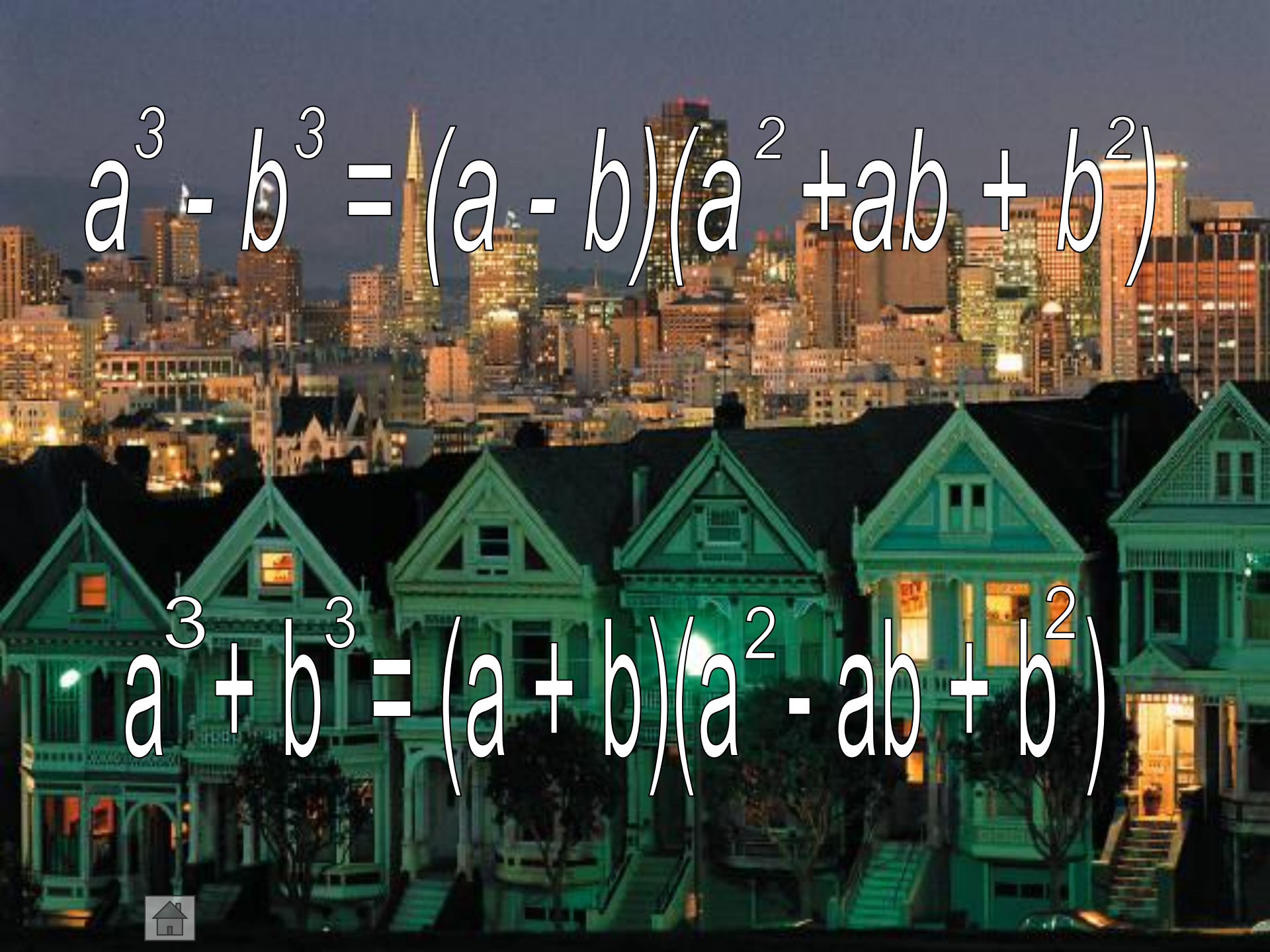
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$




$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$


$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$



Подумай и реши

1. $8x^3 - 27y^3 =$

2. $4a^2 - 9b^2 =$

3. $(13a + 7b)^2 =$

4. $(7x + 8y)^2 =$

5. $(12k - 9h)^2 =$

6. $(2d + 6p)^3 =$

7. $(3k - 9h)^3 =$

8. $7a^3 - y^3 =$

9. $5q^3 + 12k^3 =$

10. $2p^2 - 7t^2 =$



Напишите определения:

- Простое число
- Составное число
- Наибольший общий делитель
- Наименьшее общее кратное
- Взаимно простые числа
- Элемент множества
- Пересечение множеств
- Объединение множеств



Продолжите предложение

1. Одночленом называется ...
2. Степенью одночлена называется...
3. Подобные одночлены – это...
4. Многочлен – это...
5. Степенью многочлена называется...



Найдите объединение множеств:

1. $A = \{32; 5; 8; 9; 33; 77\}$ и $B = \{2\}$
2. $K = \{4; 6; 87; 22; 678\}$ и $Y = \{45; 6; 87\}$
3. $T = \{6; 9\}$ и $P = \{89; 0; 5; 9\}$

Найдите пересечение множеств:

1. $A = \{5; 7; 89; 456\}$ и $B = \{78; 4; 5\}$
2. $A = \{12; 34; 56\}$ и $N = \{12; 34; 67\}$
3. $H = \{78; 5; 9; 0; 7; 1; 3\}$ и $M = \{7, 6, 8, 4, 3\}$



ВЫПОЛНИЛИ:

Иванов А.



Тюрина С.