

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные задачи регрессионного анализа:

- а) подбираем класс функций для анализа;
- б) производим отбор наиболее информативных переменных;
- в) вычисляем оценки значений параметров модели;
- г) анализируем точность уравнения связи и его параметров;
- д) анализируем степень пригодности уравнения для целей прогноза.

1. Многомерный регрессионный анализ

Некоторые виды классификации:

- по виду
 - линейные
 - нелинейные
- по составу правой части
 - однофакторные (одномерные)
 - многофакторные (многомерные)
- по составу левой части
 - однооткликовые
 - многооткликовые

$$y - x \rightarrow y = f(x)$$

$$y - X (y - (x_1, x_2, \dots, x_n)) \rightarrow y = f(X)$$

$$Y - X ((y_1, y_2, \dots, y_k) - (x_1, x_2, \dots, x_n)) \rightarrow Y = f(X)$$

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные виды моделей многомерного линейного регрессионного анализа:

а) многофакторная модель с одномерным откликом (1-отклик)

$$\hat{y} = y + v = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_n \rightarrow y = X \cdot k$$

Здесь 1 ряд y (отклик) моделируется $n-1$ рядами x_i (факторы) в линейной форме, v – вектор (ряд)

б) многофакторная модель с многомерным откликом (k -отклик)

$$\hat{Y} = Y + V = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 & \cdots & y_k \end{bmatrix} = M \cdot X = M \cdot \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_n \end{bmatrix}$$

Здесь $\hat{Y}$ – матрица из k моделируемых рядов (откликов), M – некоторая матрица коэффициентов преобразования, V – матрица.

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные методы решения задачи многомерного линейного регрессионного анализа с 1-откликом:

- Метод наименьших квадратов
- Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних).
- другие, например, прокрустов алгоритм, метод полных наименьших квадратов, на основе сингулярного разложения и др.

Оценка точности стандартная: модель-коэффициенты (с некоторыми нюансами)

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные методы решения задачи многомерного линейного регрессионного анализа с p -откликом:

- Метод наименьших квадратов с растяжением
- матричный Метод наименьших квадратов для многомерного отклика
- Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних).

Оценка точности стандартная: модель-коэффициенты (с некоторыми нюансами)

1. Многомерный регрессионный анализ

Общая схема решений для 1-отклика:

1. Решение по МНК. На основе модели вида

$$\hat{y} = y + v = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_n$$

Строится целевая функция $[v^2]$, которая минимизируется обычным способом с получением системы нормальных уравнений, которая разрешается относительно искомых коэффициентов – обычная схема МНК без нюансов.

Оценка точности стандартная без нюансов.

1. Многомерный регрессионный анализ

2. Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних):

- строится выборочная ковариационная матрица для всего процесса, (моделируемый ряд последний или первый).
- из полученной матрицы на основе теоремы о характеристиках условного многомерного нормального закона распределения получают условное математическое ожидание и условную дисперсию.
- из характеристик получают коэффициенты модели и выполняется оценка точности.

Частный случай когда отклик — 1 вектор, факторы — матрица.

1. Многомерный регрессионный анализ

Общая схема решений для n-отклика:

1. Матричный метод наименьших квадратов для n- отклика:

Модель регрессии вида

$$\hat{Y} = Y + V = M \cdot X$$

где Y , V и X – матрицы, решают под несколько модифицированным условием МНК, получая в результате матрицу преобразования M .

Оценка точности стандартная с нюансами.

1. Многомерный регрессионный анализ

2. Метод наименьших квадратов для n - отклика в виде растяжения:

Модель регрессии вида

$$\hat{Y} = Y + V = M \cdot X$$

где Y , V и X – матрицы, переписывают в векторном виде, растягивая матрицы в вектора по столбцам. Далее решают под обычным условием МНК, получая в результате вектор коэффициентов преобразования k , который может быть опять свернут в матрицу преобразования M .

Оценка точности стандартная без нюансов.

1. Многомерный регрессионный анализ

3. Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних):

Для модели вида

$$\hat{Y} = Y + V = M \cdot X$$

Строится выборочная ковариационная матрица для всего процесса, причем моделируемые ряды последние (можно первые).

Из полученной матрицы на основе теоремы о характеристиках условного многомерного нормального закона распределения (для условного математического ожидания и условной дисперсии) получают коэффициенты модели и выполняется оценка точности.

1. Многомерный регрессионный анализ

Возможность вычисления по многомерной регрессии с 1-откликом ряда корреляционных характеристик:

- множественный коэффициент корреляции
- парный коэффициент корреляции.

Основа вычислений:

- теорема о характеристиках многомерного условного закона распределения
- использование вида парного коэффициента корреляции для преобразованных данных.

Отсюда следуют практически все известные способы для вычисления коэффициентов, перечисленные выше.